

## ОЦІНЮВАННЯ ПОХИБОК ВИЗНАЧЕННЯ ПОЛОЖЕННЯ ПІКА КРОС-КОРЕЛЯЦІЇ ЗА ВХІДНИМИ ЗОБРАЖЕННЯМИ

Some methods for predict an error position assessment of the cross-correlation peak which are based on analyzing the intensity distribution of the input images are examined and their application for cross-correlation in the frequency plane (CCFP) algorithm are investigated. The systematic errors for CCFP algorithm and the optimal value of inverse filter for the test images have been studied. The approximation algorithm for compensation of systematic measurement error is proposed.

**Keywords:** *digital cross-correlation, fragment of image, assessment of subpixel displacement, systematic error.*

Проаналізовано декілька методів оцінювання похибки визначення положення піка крос-кореляції на основі аналізу розподілу інтенсивності вхідних зображень і встановлено можливість їх застосування для алгоритму крос-кореляції в частотній площині (ККЧП). За допомогою тестових зображень досліджено систематичну похибку алгоритму ККЧП і встановлено оптимальні значення параметра інверсного фільтра. Запропоновано спосіб апроксимаційної компенсації систематичної похибки вимірювання.

**Ключові слова:** *цифрова крос-кореляція, фрагмент зображення, оцінка субпіксельних переміщень, систематична похибка.*

Під час вимірювання деформаційних характеристик матеріалів методами цифрової кореляції зображень (ЦКЗ) і цифрової кореляції спекл-зображень (ЦКСЗ) застосовують різні алгоритми пошуку субпіксельного переміщення піка крос-кореляції. Похибки цих алгоритмів значною мірою залежать від якості вхідних зображень – контрасту, нерівномірності освітлення, текстур та параметрів спеклів [5].

Аналізу кореляційних факторів когерентних та некогерентних спекл-полів, що впливають на похибку визначення положення крос-кореляційного піка, яка по суті відповідає похибці визначення переміщень фрагментів зображення, присвячена робота [7], де запропоновано вираз для оцінювання похибок залежно від середнього розміру спеклів та розмірів фрагментів зображення.

Для некогерентних джерел освітлення поверхні спекли створюються фарбуванням поверхні, при цьому вони суттєво відрізняються за розміром і неможливо коректно встановити середній розмір спеклів за параметрами оптичної системи. Для лазерних джерел випромінювання наявність артефактів та текстур реальних поверхонь матеріалів зумовлює спотворення статистичних оцінок спекл-полів, що впливає на точність розрахунок очікуваної похибки за допомогою виразу, запропонованого в роботі [7].

**Методи оцінювання очікуваного розкиду вимірюваних переміщень за вхідними зображеннями.** Для оцінки очікуваного розкиду вимірюваних значень переміщень фрагментів відомо декілька підходів [10, 8], які базуються на аналізі розподілу інтенсивності вхідних зображень. У роботі [10] параметром оцінювання слугує ентропія фрагмента зображення, яку розраховують так:

$$\delta_{YP} = \frac{\sum_{P \in S} \sum_{j=1}^8 |I_P - I_j|}{2^\beta MN}, \quad (1)$$

де  $P$  – порядковий номер пікселя у фрагменті  $S$ , розміром  $M \times N$ ;  $I_P$  – інтенсивність

піксела  $P$ ;  $I_i$  – інтенсивність пікселів навколо піксела  $P$ ;  $\beta$  – кількість рівнів квантування інтенсивності піксела.

Використовуючи різні тестові зображення, автори [10] експериментально дослідили, що для фрагментів розміром  $32 \times 32$  піксела, с.к.в. (середньоквадратичне відхилення) переміщень, отриманих за допомогою алгоритму Ньютона–Рафсона (Н–Р), і ентропія фрагмента (1) пов’язані залежністю

$$\sigma_{YP} = 1 / (88,44 \cdot \exp(\delta_{YP}) - 110,56) . \quad (2)$$

Розрахунки за виразом (2) свідчать, що при зміні середнього значення ентропії фрагмента від 0,3 до 0,6, с.к.в. значень переміщень фрагментів змінюється від 0,05 до 0,02 піксела. При цьому більшим значенням ентропії фрагмента  $\delta_{YP}$  відповідає менше значення с.к.в і відповідно менша очікувана похибка вимірювання переміщень. Слід зазначити, що залежність (2) справедлива для значень ентропії фрагмента тільки в діапазоні від 0,23 до 1. Для інших значень ентропії фрагмента, наприклад, для зображення 1 (рис. 1а) за виразом (2), отримуємо від’ємні значення  $\sigma_{YP}$  (див. табл. 1). До того ж залежність (2) отримана для фіксованого розміру фрагмента та конкретного субпіксельного алгоритму Н–Р, тому її не можна поширити на інші випадки без застережень.

У роботі [8] для оцінки очікуваного розкиду даних вимірювань під час ЦКЗ теоретично отримано спрощену аналітичну залежність, між с.к.в виміряних переміщень, дисперсією адитивного шуму зображення  $D(\mu)$  та градієнтом інтенсивності зображення  $E(\delta_m)$  для одновимірного випадку:

$$\sigma_{WTR} \approx \sqrt{\frac{D(\mu)}{E(\delta_m)}} , \quad (3)$$

де  $E(\delta_m) = \sum_{k=1}^M (I_k - I_{k+1})^2$  – сума квадратів різниць інтенсивності пікселів  $I$ , двох

сусідніх фрагментів зображення з відносним зсувом на 1 піксел;  $M$  – розмір фрагмента;  $\mu$  – середнє значення шуму;  $D(\mu)$  – дисперсія шуму;  $m$  – порядковий номер фрагмента. За виразом (3) розраховується с.к.в для кожного фрагмента, які потім усереднюються за всіма фрагментами, щоб отримати очікувану оцінку с.к.в. виміряних переміщень.

Справедливість виразу (3) автори перевірили експериментально для різних за розмірами фрагментів зображення від 17 до 61 піксела. Вони реєстрували послідовно два зображення поверхні без її зсуву і, використовуючи алгоритм ЦКЗ, визначали відносні (нульові) зсуви зображень та розраховували розкид значень у горизонтальному і вертикальному напрямках зображення окремо. Зображення реєстрували у білому світлі, а поверхню зразка фарбували, створюючи штучні спекли. Розрахунки очікуваного розкиду виміряних переміщень проводили при дисперсії шуму від 2 до 16. За результатами досліджень було встановлено, що дисперсія шуму мало впливає на точність оцінки похибок, а відхилення оцінки (3) від прямих вимірювань у горизонтальному напрямку  $k$  становить 0,009 піксела, а вертикальному  $l$  – 0,002 піксела.

Запропонована оцінка (2) очікуваного розкиду виміряних значень переміщень фрагментів має обмежений діапазон і отримана для одного фіксованого розміру фрагмента. Оцінка очікуваного розкиду вимірювань за виразом (3) не враховує можливий вплив різних алгоритмів субпіксельного визначення координат максимуму піка крос-кореляції, оскільки ця оцінка отримана при нульовому зсуві зображень і за відсутності деформацій поверхні.

У запропонованій роботі визначається можливість застосування відомих оці-

нок очікуваного розкиду експериментальних даних для конкретного алгоритму обробки спекл-зображень, який реалізує ККЧП із застосуванням швидкого перетворення Фур'є (ШПФ) та інверсної фільтрації з наступним субпіксельним визначення координат піка крос-кореляції за допомогою алгоритму центру мас. Визначається вплив значення параметра фільтра та розміри фрагментів на точність вимірювання переміщень. Вибір саме цього алгоритму для проведення досліджень зумовлений його високою швидкістю, яка дає змогу реалізувати ЦКЗ і ЦКСЗ у реальному часі.

**Формування тестових зображень і оцінка похибок вимірювання.** Для дослідження похибок алгоритму ККЧП використовували різні за текстурою спекл-зображення, отримані раніше експериментально під час визначення механічних властивостей зразків металевих і композиційних матеріалів (рис. 1а). Відібрані тестові зображення поверхні зразків мали приблизно однаковий масштаб 17  $\mu\text{m}/\text{pixel}$ . Зображення 1 відтворює поверхню плоского композитного зразка, попередньо розфарбовану розпилюванням срібної фарби і підсвічену колімованим лазерним променем. Зображення 2 отримано від розфарбованої поверхні композита підсвіченої колімованим променем червоного світлодіода. Зображення 3 відповідає гладкій поверхні дюралюмінієвого зразка без фарбування підсвіченої колімованим променем світлодіода рис. 1а. Для кожного тестового зображення розраховували гістограму і дисперсію шуму, зображені на рис. 1б. С.к.в. очікуваного розкиду вимірюваних значень переміщень, для різних за розмірами фрагментів, розраховували, використовуючи вирази (2) і (3). Результати розрахунків подано у табл. 1. Градієнт інтенсивності у виразі (3) розраховували за тестовими зображеннями для двовимірного випадку так:

$$E(\delta_k) = \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^{M-1} (I_{k,l} - I_{k+1,l})^2 \quad \text{і} \quad E(\delta_l) = \sum_{l=1}^{N-1} \sum_{k=1}^M (I_{k,l} - I_{k,l+1})^2. \quad (4)$$

Для оцінки дисперсії шуму тестових зображень використовували спосіб, запропонований у роботі [8]. Спочатку визначали попівксельну різницю двох послідовно зареєстрованих зображень без зміщення поверхні, потім знаходили середнє значення цих різниць  $\bar{\mu}$  та їх дисперсію  $\bar{D}(\mu)$ , яку приймали за оцінку дисперсії шуму тестового зображення. Як бачимо з даних, наведених на рис. 1б, дисперсія шуму для різних тестових зображень дещо відрізнялась, незважаючи на те, що всі тестові зображення отримані за допомогою однієї відеокамери Pixelink PL-661.

Для оцінки похибок алгоритму ККЧП було створено десять тестових зображень з відносним зсувом у вертикальному напрямку на 0,1 пікселя в діапазоні  $p_0$  від  $-0,5$  до  $+0,5$  пікселя. Зсунуті зображення отримували, інтерполюючи інтенсивності сусідніх пікселів початкового тестового зображення. Початкове і зсунуті зображення потім розбивали на фрагменти і використовували алгоритм ККЧП, щоб знайти "виміряні" відносні зсуви кожного фрагмента. Для оцінки похибок алгоритму виміряні значення зсуву порівнювали з відомим зсувом, заданим під час створення тестових зображень. Похибку розраховували для кожного фрагмента зображення як різницю  $\Delta p = p_0 - p_v$ , заданого зміщення  $p_0$  і виміряного  $p_v$ . Для достовірної оцінки похибок визначали середнє значення похибки за всіма фрагментами. Для найбільшого за розмірами досліджуваного фрагменту  $96 \times 96$  їх кількість становила 84. Розраховані таким чином похибки алгоритму ККЧП та с.к.в. результатів вимірювань залежно від величини зсуву для різних типів тестових зображень і розмірів фрагментів зображені на рис. 2–4. На цих рисунках подано мінімальні значення похибок визначення положення піка крос-кореляції, які відповідають оптимальним значенням параметра фільтра для кожного тестового зображення.

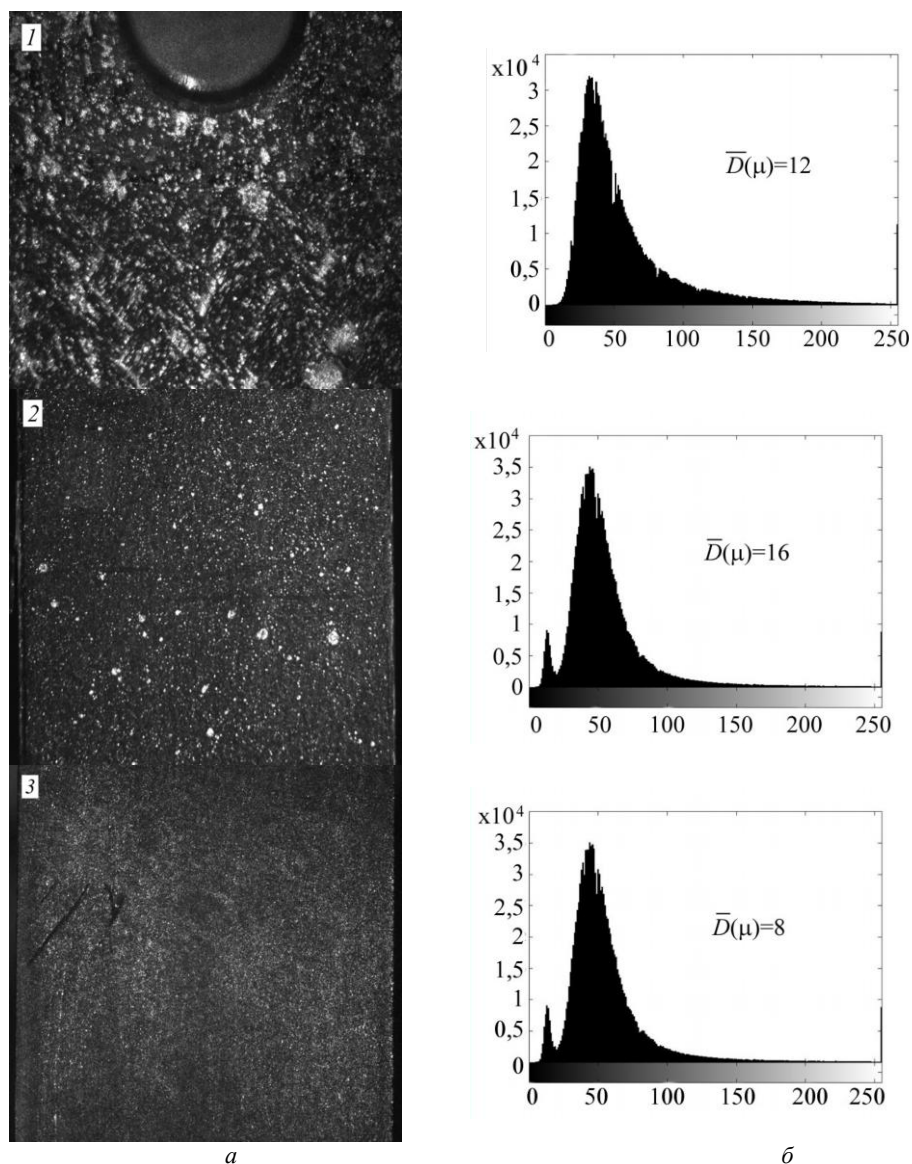


Рис. 1. Тестові зображення та їх характеристики.

**Алгоритм ККЧП.** Для визначення деформаційних параметрів матеріалів у реальному часі необхідно мати швидкі алгоритми ЦКЗ і ЦКСЗ. Для цього часто використовують частотну площину і ШПФ, одночасно фільтруючи крос-кореляційний сигнал [2]

$$\hat{C}(k, l) = F^{-1} \left[ \frac{H_{s1} \cdot H_{s2}^*}{|H_{s1} \cdot H_{s2}^*|^{1-\alpha}} \right], \quad (5)$$

де  $\hat{C}(k, l)$  – функція крос-кореляції;  $H_{s1}(r, s) = F(h_{s1})$  і  $H_{s2}^*(r, s) = F(h_{s2})$  – перетворення Фур'є відповідно першого  $h_{s1}$  і другого  $h_{s2}$  фрагментів зображень  $s1$  та  $s2$ ;  $F^{-1}$  – зворотнє перетворення Фур'є;  $(k, l)$  – дискретні координати;  $\alpha$  – параметр фільтра.

Положення максимуму крос-кореляційної функції  $(k_m, l_m)$  залежить від відносного зсуву зображень і однозначно характеризує напрямок і величину зсуву досліджуваної поверхні. Для субпіксельного визначення координат піка часто використовують швидкий алгоритм центру мас, за яким координати максимуму визначаються через інтенсивності сусідніх пікселів так:

$$(k_m, l_m) = \frac{\sum_{k,l} C(k,l) \cdot (k,l)}{\sum_{k,l} C(k,l)}, \quad (6)$$

де  $C(k, l)$  – значення крос-кореляційного сигналу в околі максимуму ( $k = 5; l = 5$ ),  $(k_m, l_m)$  – субпіксельні координати максимуму.

**Таблиця 1. Оцінка очікуваного відхилення результату вимірювання переміщень фрагментів**

Тестові зображення	с.к.в.		Розміри фрагмента в пікселях		
			32 × 32	64 × 64	96 × 96
1	$\sigma_{yp}, (\delta_{yp})$		-0,15, (0,163)	-0,26, (0,189)	-0,42, (0,202)
	$\sigma_{WTR}, (E(\delta_m))$	$k$	0,21, (278)	0,14, (616)	0,12, (902)
		$l$	0,21, (268)	0,14, (610)	0,12, (892)
2	$\sigma_{yp}, (\delta_{yp})$		0,64, (0,238)	0,5, (0,242)	0,26, (0,283)
	$\sigma_{WTR}, (E(\delta_m))$	$k$	0,19, (438)	0,14, (787)	0,11, (1215)
		$l$	0,19, (357)	0,14, (706)	0,11, (1066)
3	$\sigma_{yp}, (\delta_{yp})$		0,03, (0,486)	0,022, (0,568)	0,02, (0,595)
	$\sigma_{WTR}, (E(\delta_m))$	$k$	0,1, (765)	0,08, (1186)	0,06, (2480)
		$l$	0,1, (788)	0,07, (1633)	0,06, (2560)

З літературних даних відомо, що значення параметра фільтра  $\alpha$  у виразі (5) та якість вхідних зображень можуть суттєво вплинути на похибку визначення положення максимуму піка крос-кореляції фрагментів зображень [9]. Вибору оптимального значення параметра фільтра присвячено роботи [1, 4]. В роботі [1] експериментально доведено, що для фрагментів розміром 32×32 пікселя максимум відношення сигнал/шум спостерігається, коли  $\alpha$  знаходиться в межах від 0,1 до 0,3, для звичайної гладкої поверхні сталевого зразка. Експериментальні дослідження впливу параметра фільтра на величину похибки визначення положення максимуму крос-кореляційного сигналу за виразом (6), проведені у роботі [4], виявили, що фрагментам розміром 17×17; 33×33 і 65×65 пікселів відповідають оптимальні значення параметра  $\alpha = 0,1; 0,14$  і  $0,16$ , при яких простежується мінімальна систематична похибка визначення координат піка, яка знаходиться в межах від 0,005 до -0,035 пікселя, а с.к.в. результатів вимірювань не перевищують 0,01 пікселя.

У роботі [9] стверджується, що під час ККЧП до систематичної похибки визначення координат піка, яка залежить від величини  $\alpha$  і властивостей спеклів вхідних зображень, може додаватися ще й мультиплікативна складова, зумовлена накладанням спектрів під час ШПФ при великих зміщеннях фрагментів. Розраховані нами залежності систематичної похибки отримані при зміщенні тестових зображень у межах одного пікселя симетричні і не містять мультиплікативної складової (див. рис. 2–4).

Порівнюючи оцінки похибок за виразом (3) (див. табл. 1) і значення похибок, отриманих за тестовими зображеннями (див. рис. 2а–4а), можна побачити, що отримані оцінки одного порядку з максимальним значенням систематичної похибки, які були розраховані за тестовими зображеннями, тому цей спосіб оцінювання цілком підходить для алгоритму ККЧП. Оцінки очікуваної похибки, зроблені за виразом (2) (див. табл. 1), завищують значення похибок, і їх недоцільно використовувати для оцінювання очікуваних похибок алгоритму ККЧП. До того ж залежність (2) справедлива для обмеженого значення ентропії фрагмента в діапазоні від 0,23 до 1.

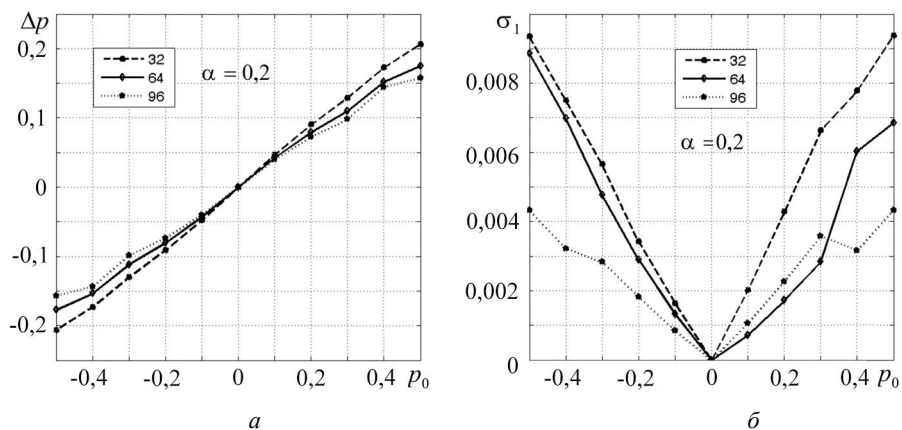


Рис. 2. Систематична похибка (а) і с.к.в. (б) тестового зображення 1.

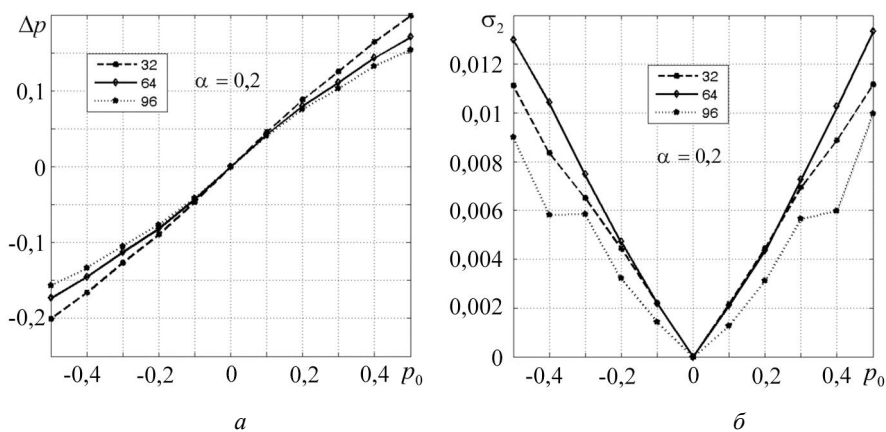


Рис. 3. Систематична похибка (а) і с.к.в. (б) тестового зображення 2.

Проведений аналіз отриманих результатів виявив, що спостерігається обернено пропорційна залежність значень  $\delta_{yp}$  і  $E(\delta_m)$ , розрахованих за вхідним зображенням, від величини очікуваної похибки (див. табл. 1), тому ці параметри мо-

жуть самостійно використовуватись для кількісного оцінювання якості вхідних зображень.

У цій роботі встановлено значення параметра інверсного фільтра  $\alpha$ , які забезпечують мінімальну систематичну похибку визначення переміщень фрагментів за алгоритмом ККЧП. Для тестових зображень 1 і 2 цей параметр дорівнює 0,2 при будь-яких розмірах фрагмента, а для тестового зображення 3, при найменшому розмірі фрагмента, оптимальне значення параметра фільтра збільшується до 0,3. Отримані оцінки параметра інверсного фільтра збігаються з оцінками, зробленими у роботі [1], які отримані на основі критерію максимізації відношення сигнал/шум і дещо більші порівняно з оцінками [4], де оптимальні значення параметру фільтра  $\alpha = 0,1; 0,14$  і  $0,16$ . За таких малих значень параметра фільтра для тестових зображень, які використовувались в цій роботі, формується занадто вузький корс-кореляційний пік і відповідно збільшується похибка субпіксельного розрахунку координат за алгоритмом центру мас (6). Також слід відмітити, що при мінімальних значеннях систематичної похибки спостерігається більший розкид результатів вимірювань (див. рис. 2б–4б).

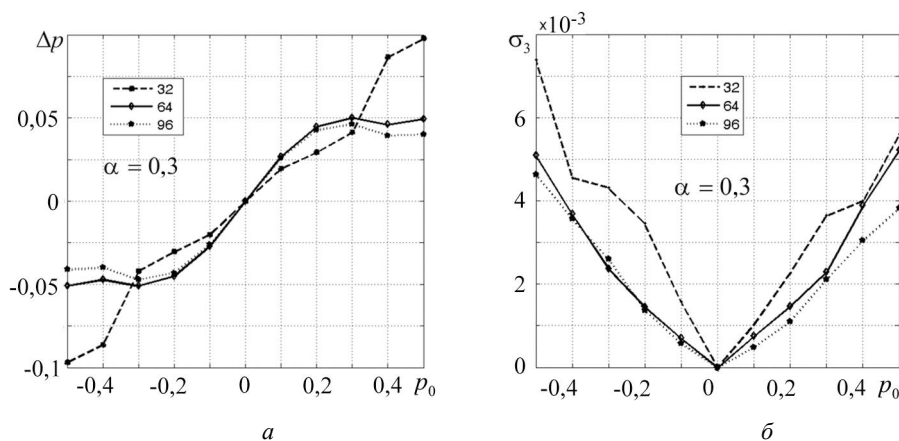


Рис. 4. Систематична похибка (а) та с.к.в. (б) тестового зображення 3.

**Компенсація систематичної похибки вимірювання переміщень.** З рис. 2а–4а видно, що систематична похибка методу ККЧП має лінійну залежність від зміщення і зумовлює недооцінку дійсних переміщень фрагментів зображення. Цю похибку можна зменшити декількома способами. Перевести у випадкову, як запропоновано в роботі [9], або корегувати виміряні значення, використовуючи певну апроксимацію залежності похибки синусоїдою [3] або кубічним сплайном [6].

Корекція похибки за допомогою апроксимації вимагає значно меншого часу розрахунку, але потребує попереднього визначення залежності похибки від величини зміщення. Враховуючи, що для наших тестових зображень алгоритм ККЧП демонструє лінійну залежність систематичної похибки від величини зміщення, корекцію систематичної похибки методом апроксимації легко реалізувати. Після апроксимації отриманих залежностей систематичної похибки (див. рис. 2а–4а) виразом  $\Delta\rho = k \cdot p_0 + a$  були розраховані відповідні коефіцієнти  $k$  і  $a$ , значення яких змінюється від розмірів фрагментів і типу тестового зображення (див. табл. 2). За відомими коефіцієнтами апроксимації дійсні переміщення  $p_d$  можна отримати з виміряних значень так:

$$p_d = \frac{p_v + a}{1 - k}. \quad (7)$$

Використовуючи вираз (7), було проведено корекцію систематичної похибки для фрагментів 64×64 зображення 1. Отриману після корекції залишкову похибку і с.к.в. показано відповідно на рис. 5. Порівнюючи рис. 3а і рис. 5а, можна бачити, що після корегування систематична похибка зменшилась на порядок до рівня с.к.в. результату вимірювань (див. рис. 5б).

**Таблиця 2. Коефіцієнти апроксимації систематичної похибки вимірювання переміщень**

Тестові зображення	Розмір фрагмента в пікселях	$k$	$a$
1	32 × 32	0,43	-0,0002
	64 × 64	0,37	-0,00053
	96 × 96	0,33	0,00011
2	32 × 32	0,41	-0,0005
	64 × 64	0,36	-0,00069
	96 × 96	0,33	-0,00055
3	32 × 32	0,19	-0,00008
	64 × 64	0,13	-0,00035
	96 × 96	0,11	-0,00019

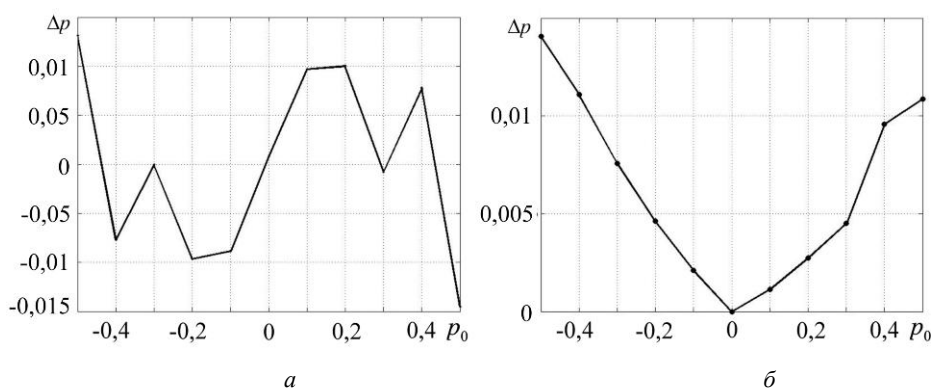


Рис. 5. Залишкова похибка (а) та с.к.в. (б) для зображення 1 після компенсації.

Такий підхід компенсації систематичної похибки може використовуватись і для інших алгоритмів ЦКЗ та ЦКСЗ. Для цього перед вимірюванням потрібно зареєструвати зображення, на основі якого створити послідовність тестових зображень із заданим зміщенням, визначити залежність систематичної похибки алгоритму від величини зміщення та розмірів фрагментів і використовувати ці залежності для корекції результату вимірювання.

### ВИСНОВКИ

Проведений порівняльний аналіз відомих методів оцінки очікуваного розкиду вимірюваних значень переміщень фрагментів за вхідними зображеннями виявив, що для алгоритму ККЧП, оцінки за виразом (3) на основі методики, запропонованої у роботі [8], дають значення похибки, одного порядку з розрахованими на основі серії тестових зображень з відомим відносним зсувом, тому такий спосіб оцінки цілком підходить для зазначеного алгоритму. Оцінки очікуваної похибки, які зроблені за виразом (2), завищують значення похибок порівняно з розрахунками за тестовими зображеннями, їх недоцільно використовувати для оцінюван-



ня очікуваних похибок алгоритму ККЧП. До того ж залежність (2) справедлива для обмеженого значення ентропії фрагмента в діапазоні від 0,23 до 1.

Як для першого способу оцінювання очікуваної похибки, так і для другого простежується обернено пропорційна залежність значень параметрів  $\delta_{ур}$  і  $E(\delta_m)$ , розрахованих за вхідним зображенням, від величини очікуваної похибки. Тому ці параметри самостійно можуть слугувати кількісними показниками якості вхідних зображень.

Проведені в роботі дослідження дали змогу встановити характер систематичної похибки вимірювання переміщень фрагментів за методом ККЧП для ряду тестових зображень та компенсувати її за допомогою апроксимуючої залежності. У результаті такої компенсації систематична похибка зменшилась на порядок до рівня випадкової, яка характеризується величиною с.к.в.

Під час досліджень було встановлено також оптимальні значення параметра інверсного фільтра, які забезпечують мінімальні значення систематичної похибки вимірювання переміщень фрагментів для алгоритму ККЧП з субпіксельним алгоритмом центру мас. Для тестових зображень 1 і 2 значення параметру становило 0,2, а для тестового зображення 3 – відповідно 0,3, незалежно від розмірів фрагмента.

1. Максименко О. П., Муравський Л. І., Литвин М. О. Вибір параметра інверсного фільтра для цифрового методу вимірювання зміщень спеклів // Фізичні методи та засоби контролю середовищ, матеріалів та виробів. – Львів, 2003. – Вип. 8. – С. 151–156.
2. Digital speckle-displacement measurement using a complex spectrum method / D. J. Chen, F. P. Chiang, Y. S. Tan, H. S. Don // Applied Optics. – 1993. – Vol. 32(11). – P. 1839–1849.
3. Choi S. and Shah S. P. Measurement of Deformations on Concrete Subjected to Compression Using Image Correlation // Experimental Mechanics. – 1997. – 37. – P. 307–313.
4. Study of the deformation characteristics of window security film by digital image correlation techniques / W. V. Paeppegem, A. A. Shulev, I. R. Roussev et al. // Optics and Lasers in Eng. – 2009. – 47. – P. 390–397.
5. Sutton M. A., Orteu J. J., Schreier H. Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements (Basic Concepts, Theory and Applications). – Springer, 2009. – 364 p.
6. Effects of Subpixel Image Restoration on Digital Correlation Error Estimates / M. A. Sutton, S. R. McNeill, J. Jang, and M. Babai // Optics and Lasers in Eng. – 1988. – 27, № 10. – P. 870–877.
7. Sjodahl M. Accuracy in electronic speckle photography // Applied Optics. – 1997. – 36, № 13. – P. 2875–2875.
8. Statistical Analysis of the Effect of Intensity Pattern Noise on the Displacement Measurement Precision of Digital Image Correlation Using Self-correlated Images / Z. Y. Wang, H. Q. Li, J. W. Tong, J. T. Ruan // Experimental Mechanics. – 2007. – 47. – P. 701–707.
9. Analysis of Strain Localization during Tensile Tests by Digital Image Correlation / B. Wattrisse, A. Chrysochoos, J.-M. Muracciole, and M. Nemoz-Gaillard // Experimental Mechanics. – 2001. – 41, № 1. – P. 29–39.
10. Yaofeng S., Pang J. H. L. Study of optimal subset size in digital image correlation of speckle pattern images // Optics and Lasers in Eng. – 2007. – 45. – P. 967–974.