

УДК 681.7:621.396

О. П. Максименко

ШВИДКИЙ АЛГОРИТМ СУБПІКСЕЛЬНОГО СУМІЩЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ

Based on the symmetry properties of the cross-correlation peak the fast algorithm of sub-pixel images alignment is proposed. Using the test images, with known sub-pixel displacements the systematic errors of proposed algorithm were found, which range from 0.03 to 0.008 pixel and depend on the texture of image.

Keywords: *digital cross-correlation, sub-pixel displacement, systematic error, texture of image.*

На основі властивості симетрії піка крос-кореляції запропоновано швидкий алгоритм суб-піксельного суміщення зображень. Використовуючи тестові зображення з відомим суб-піксельним зміщенням, встановлено систематичну похибку запропонованого алгоритму, яка залежить від текстури зображень і знаходиться у межах від 0,03 до 0,008 піксела.

Ключові слова: *цифрова крос-кореляція, субпіксельне зміщення, систематична похибка, текстура зображень.*

Під час суміщення цифрових зображень або їх фрагментів для визначення їх відносних зміщень часто використовують кореляційний підхід – цифрову кореляцію зображень (ЦКЗ), яка вирізняється серед інших способів високою швидкістю. Звичайно для оптимізації обчислень, при крос-кореляції фрагментів зображень, використовують частотну площину (ККЧП) і алгоритми швидкого перетворення Фур'є (ШПФ). У дискретному вигляді оцінку функції крос-кореляції фрагментів зображень, застосовуючи ККЧП, можна отримати так [4]:

$$\hat{C}(k, l) = F^{-1} \left[\frac{H_1(r, s) \cdot H_2^*(r, s)}{[|H_1(r, s)| |H_2(r, s)|]^{1-\alpha}} \right], \quad (1)$$

де $H_1(r, s) = F(f_{Im1})$ і $H_2^*(r, s) = F(f_{Im2})$ – ШПФ дискретного розподілу інтенсивності, відповідно у першому і другому фрагментах зображень; * – комплексно спряжена величина; $r, s = 0, 1 \dots m - 1$ – дискретні просторові частоти.

Зміщення фрагментів зображень при цьому визначають за положенням максимуму функції крос-кореляції $\hat{C}(k_m, l_m)$ (1) відносно центру фрагмента з розділенням один піксел. У деяких випадках застосування алгоритму ККЧП, наприклад, під час досліджень переміщень і деформацій поверхонь матеріалів у спектрометрії [2], необхідно швидко отримати переміщення фрагментів зображень із субпіксельним розділенням. Для цього використовують спеціальні субпіксельні алгоритми. Відомо ряд відносно швидких субпіксельних алгоритмів, побудованих на основі апроксимації дискретних відліків біля максимуму піка крос-кореляції рис. 1а (коли $\alpha = 0,2$). Для апроксимації використовують, наприклад, біквадратичну [4], Гауса [6], сплайн або “sinc” [7] функції та інші. Однак за такого підходу, як свідчать численні дослідження, отримують невисоку точність і витрачають досить значні обчислювальні ресурси. При цьому систематична похибка, наприклад, для біквадратичної апроксимації (за оцінками різних авторів) може суттєво відрізнятись, від 0,05 піксела (с.к.в. 0,05 піксела) [1] до 0,004 (с.к.в. 0,006) [8], залежно від текстури фрагментів зображень.

© О. П. Максименко, 2014

До швидких субпіксельних алгоритмів, які використовують під час ККЧП, відноситься алгоритм центру мас (ЦМ), за яким уточнене положення піка крос-кореляції (1) визначають зважуванням інтенсивності 8-ми дискретних відліків (2) біля максимуму (рис. 2):

$$(\xi, \zeta) = \frac{\sum_{l,k=-2}^2 C(k_m+k, l_m+l) \times (k_m+k, l_m+l)}{\sum_{l,k=-2}^2 C(k_m+k, l_m+l)} . \quad (2)$$

Раніше було доведено [3], що, підбираючи величину параметра фільтра α , можна отримати досить невелику систематичну похибку для зображень гладких поверхонь (див. таблицю).

У деяких працях [5, 9, 10], для зашумлених зображень, пропонують використовувати тільки фазову складову крос-кореляційного сигналу, яку отримують, поклавши у виразі (1) $\alpha = 0$. При цьому формується вузький фазовий кореляційний пік (ФКП) (рис. 1б) одиничної амплітуди. У випадку неперервних сигналів ФКП відповідає імпульсу Дірака.

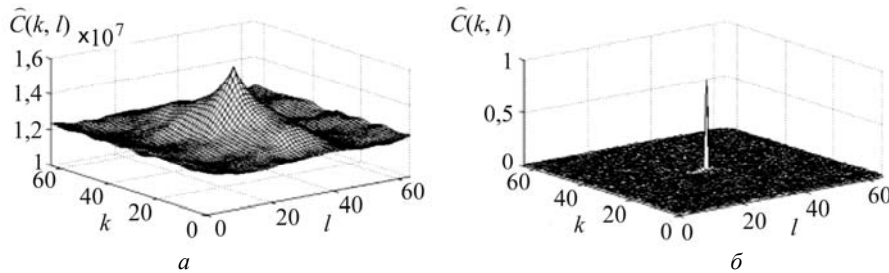


Рис. 1. Форма піка крос-кореляції за різних значень параметра фільтра α .

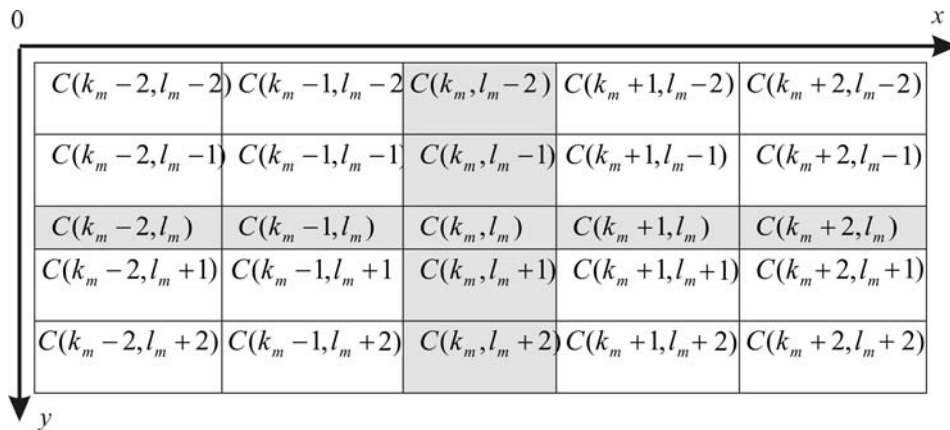


Рис. 2. Координати дискретних відліків навколо максимуму піка.

Однак дискретність відліків і просторова обмеженість цифрових зображень приводять до того, що ширина ФКП і, відповідно, точність оцінки положення максимуму піка становить один піксел. Наявність шумів у цифрових зображеннях може спричинити незначне розширення ФКП (до 2–3 пікселів), яке не підвищує точність оцінки його положення. Для субпіксельного розділення такого піка пропонується застосовувати додаткову субдискретизацію фрагментів зображень перед розрахунком функції крос-кореляції (1) у (M, N) раз [5, 9]. Після крос-

кореляції субдискретизованих фрагментів ФКП розширюється і отримані відліки апроксимують функцією “sinc”, що дає змогу отримати прості співвідношення для оцінки субпіксельного зміщення максимуму піка в площині Oxy з врахуванням значень (M, N) (3) [9] і (4) [5]:

$$\xi = \frac{\Delta x}{M} = \frac{D_x}{C(k_m, l_m) + |D_x|}, \quad \zeta = \frac{\Delta y}{N} = \frac{D_y}{C(k_m, l_m) + |D_y|}, \quad (3)$$

де $D_x = C(k_m + 1, l_m) - C(k_m - 1, l_m)$ і $D_y = C(k_m, l_m + 1) - C(k_m, l_m - 1)$,

і

$$\xi = \frac{\Delta x}{M} = \frac{C(k_m + 1, l_m)}{C(k_m + 1, l_m) \pm C(k_m, l_m)}, \quad \zeta = \frac{\Delta y}{N} = \frac{C(k_m, l_m + 1)}{C(k_m, l_m + 1) \pm C(k_m, l_m)}. \quad (4)$$

Знак знаменника у виразах (4) вибирається за умови, що поправка Δx знаходиться в межах $[-1, 1]$ піксела. Зазначимо, що швидкість цих алгоритмів обмежується в основному часом субдискретизації фрагментів зображень, оскільки, як видно з виразів (3) і (4), для розрахунку зміщення піка у площині Oxy використовують всього відповідно 4 і 2 дискретних відліки біля максимуму піка $C(k_m, l_m)$ (рис. 2).

Систематичні похибки деяких субпіксельних алгоритмів для різних тестових зображень

| № | Алгоритми | | | | |
|---|------------------|-------------------|-----------------|-------------------|----------------------------|
| | ЦМ | ФКП [9] | ФКП [5] | СП | Біквадратична апроксимація |
| 1 | $0,18 \pm 0,007$ | $0,04 \pm 0,03$ | $0,14 \pm 0,06$ | $0,03 \pm 0,007$ | $0,05 \pm 0,05$ [1] |
| 2 | $0,05 \pm 0,005$ | $0,007 \pm 0,007$ | $0,08 \pm 0,08$ | $0,008 \pm 0,004$ | $0,004 \pm 0,006$ [8] |

З наведених у таблиці даних видно, що систематична похибка швидкого алгоритму ЦМ порівняно з іншими досить велика, а використання спеціальних додаткових фільтрів [10] і процедур субдискретизації вхідних зображень [5, 9] та складних апроксимуючих залежностей [8], які покращують субпіксельне розділення, зменшує основну перевагу ККЧП, а саме швидкодію алгоритму. Це обмежує застосування алгоритму ККЧП під час встановлення малих переміщень швидкоплинних процесів у спекл-метрології.

Детальний аналіз побудови субпіксельних алгоритмів, які використовують при ККЧП, свідчить, що для зменшення похибок під час встановлення субпіксельного положення максимуму крос-кореляційного сигналу необхідно змінювати форму піка, що інтуїтивно робиться у розглянутих роботах відповідним вибором значення інверсного фільтра α або субдискретизацією зображень, як у методі ФКП.

Швидкий алгоритм субпіксельного суміщення фрагментів зображень на основі властивості симетрії піка (СП). В основу пропонованого алгоритму суміщення зображень, для визначення субпіксельного положення максимуму піка крос-кореляції зображень, покладено припущення про симетрію функції крос-кореляції відносно максимального значення. Це виконується строго за умови точної відповідності зображень, які порівнюють. Якщо зображення подібні, то при крос-кореляції зображень або їх фрагментів буде формуватись симетричний пік, який мало відрізняється від автокореляційного. Іншою умовою є малий крок дискретизації зображень, який повинен задовольняти умовам теореми відліків, щоб в околі піка була достатня кількість значень.

На рис. 3 показано, як змінюється форма піка за різного субпіксельного зміщення p_0 фрагменту тестового зображення у межах пікселя. Як бачимо, при субпіксельному зміщенні максимум піка поступово зменшується і його вершина стає майже плоскою при зміщенні на 0,5 пікселя, а потім знову поступово збільшується і досягає максимального значення, коли зміщення становить цілий піксел. Таким чином встановлення субпіксельного зміщення зображень за положенням максимуму функції крос-кореляції приводить до недооцінки дійсного зміщення при субпіксельних зміщеннях від 0 до $\pm 0,5$ пікселя. Коли максимум піка крос-кореляції знову припадає на ціле значення пікселя, ми отримуємо точну оцінку зміщення. При цьому, як видно з рис. 3, пік крос-кореляції знову досягає свого максимуму, а значення дискретних відліків по обидві сторони від максимуму будуть приблизно рівні $C(k_m, l_m - 1) \approx C(k_m, l_m + 1)$. Строгість рівності залежить від подібності і рівня зашумленості зображень, які порівнюють, коректності побудови алгоритмів ШПФ та вибраного кроку дискретизації.

З врахуванням цього та ґрунтуючись на припущенні про симетрію піка крос-кореляції відносно його максимального значення, при малих зміщеннях подібних зображень, запропоновано алгоритм СП. За цим алгоритмом для визначення субпіксельного положення використовуємо амплітуди трьох найближчих до максимуму дискретних відліків. У кожному з напрямків системи координат Ox для прямокутних фрагментів вирази будуть подібні, тому нижче наведено вирази у напрямку Ox (рис. 2).

За алгоритмом СП повне зміщення піка відносно центру фрагмента в напрямку Ox буде

$$X = C(k_m, l_m) + \xi, \quad (5)$$

де ξ – поправка на субпіксельне зміщення. За умови $C(k_m - 1, l_m) \geq C(k_m + 1, l_m)$

$$\xi = \frac{1}{2} \left[\frac{C(k_m + 1, l_m) - C(k_m - 1, l_m)}{C(k_m - 1, l_m) - C(k_m - 2, l_m)} \right], \quad (6)$$

а за умови $C(k_m - 1, l_m) \leq C(k_m + 1, l_m)$

$$\xi = \frac{1}{2} \left[\frac{C(k_m + 1, l_m) - C(k_m - 1, l_m)}{C(k_m + 1, l_m) - C(k_m + 2, l_m)} \right]. \quad (7)$$

З виразів (6) і (7) видно, коли у чисельнику $C(k_m + 1, l_m) = C(k_m - 1, l_m)$ маємо повну симетрію піка і поправка на субпіксельне зміщення відсутня $\xi = 0$. Це спостерігається, коли положення максимуму піка припадає на ціле значення пікселя. За новим алгоритмом для оцінки субпіксельного зміщення піка у площині Ox , без додаткової субдискретизації фрагментів, яку застосовують при ФКП, необхідно всього 6 дискретних відліків біля максимуму піка, а у випадку алгоритму ЦМ – 8. Крім того, на відміну від алгоритму ЦМ, завдяки відсутності операцій множення алгоритм СП потребує менше часу розрахунку, приблизно у $\sim 1,5$ рази за інших рівних умов.

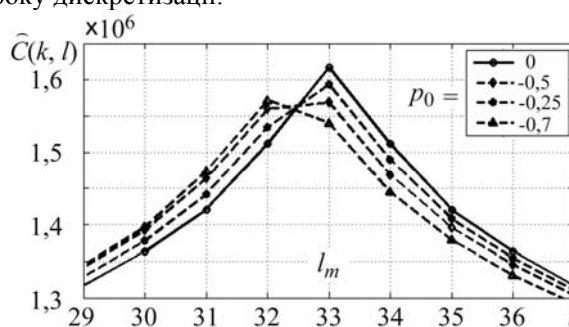


Рис. 3. Зміна форми піка крос-кореляції за різного зміщення у межах пікселя.

Для оцінки систематичної похибки визначення субпіксельного зміщення запропонованим способом було створено послідовність субпіксельно зміщених у діапазоні $p_0 = [-0,5 \dots 0 \dots 0,5]$ піксела, з кроком 0,1 піксела тестові зображення, які отримували за допомогою лінійної інтерполяції інтенсивності сусідніх пікселів вихідного зображення. Після субпіксельного зміщення з центральної частини кожного тестового зображення вирізали область розміром 1152 на 704 піксела, яку розбивали на прямокутні фрагменти розміром 64 на 64 піксела. Таким чином по ширині області розміщувалось $N = 18$ фрагментів, а по висоті $M = 11$ і всі ці фрагменти, загальною кількістю 198, переміщувались на одну і ту ж величину і в одному напрямку. Використовуючи (1), розраховували функцію крос-кореляції фрагментів, субпіксельне зміщення якої визначали з використанням запропонованого алгоритму СП на основі виразів (6), (7) та алгоритму ЦМ за виразом (2). Розраховані "виміряні" $\xi_{m,n}$ зміщення кожного фрагменту усереднювали (8) і порівнювали з дійсним переміщенням p_0 для кожного алгоритму. В результаті визначали систематичну похибку Δp (9) та с.к.в (10) отриманих значень для кожного алгоритму при субпіксельному зміщенні

$$\bar{\xi} = \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \xi_{m,n} , \quad (8)$$

$$\Delta p = p_0 - \bar{\xi} , \quad (9)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (\xi_{m,n} - \bar{\xi})^2} . \quad (10)$$

Досить велика кількість фрагментів при проведенні розрахунків забезпечила надійність зроблених оцінок похибок запропонованого алгоритму.

Під час встановлення похибок алгоритму СП використовували зображення № 1 і № 2 з різною текстурою (рис. 4). Перше зображення (рис. 4а) характерно для шорстких поверхонь, які для створення штучних спеклів розфарбовують контрастними фарбами, а друге (рис. 4б) – для випадку гладких поверхонь, коли використовується лазерна підсвітка поверхні. Для порівняння результатів поряд наведено дані про похибки алгоритму ЦМ, які були отримані раніше з використанням тих же тестових зображень [3].

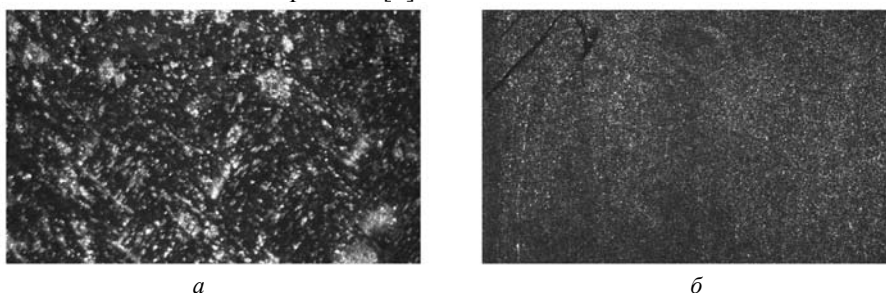


Рис. 4. Тестові зображення: а – № 1; б – № 2.

На рис. 5а показано, як змінюється систематична похибка алгоритму ЦМ, а на рис. 5б – алгоритму СП у випадку тестового зображення № 1 для фрагментів розміром 64 на 64 піксела. Як бачимо, систематична похибка в обох випадках симетрична, знакозмінна і досягає максимуму при зміщенні на 0,5 піксела, при цьому абсолютне значення систематичної похибки алгоритму СП приблизно у 5 разів менше, ніж алгоритму ЦМ. Під час моделювання змінювали також параметр фільтра α у виразі (1) від 0 до 1 (з кроком 0,1), щоб визначити його оптимальне

значення, при якому систематична похибка мінімальна. Для першого типу зображень і алгоритму ЦМ він становить, як і очікувалось, 0,2 [3], а для запропонованого алгоритму СП – приблизно 0,8.

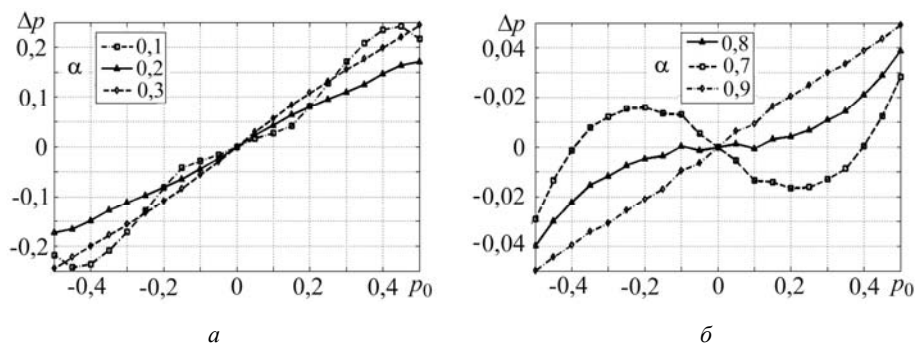


Рис. 5. Систематична похибка субпіксельних алгоритмів за різного значення α і зміщення для тестового зображення № 1.

Для зображень гладких поверхонь спостерігається суттєве зменшення систематичних похибок обох алгоритмів за тих же розмірів фрагментів, при збереженні ~ 5 -кратного співвідношення їх максимальних значень (рис. 6). Проведене моделювання виявило, що для зображень гладких поверхонь № 2 оптимальне значення α збільшується для обох алгоритмів і для ЦМ становить 0,3, а для СП досягає 1. Крім розрахунку систематичних похибок алгоритмів, визначали також с.к.в. результатів, яке характеризує випадкову похибку алгоритмів.

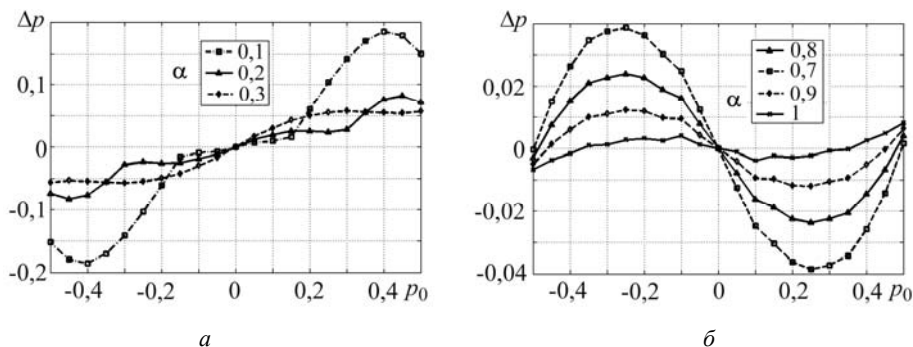


Рис. 6. Систематична похибка субпіксельних алгоритмів за різного значення α і зміщення для тестового зображення № 2.

На рис. 7 подано залежність с.к.в. систематичних похибок алгоритмів ЦМ і СП за різного субпіксельного зміщення тестових зображень, які розбивали на фрагменти розміром 64×64 пікселя. У випадку зображень гладких поверхонь випадкова похибка обох алгоритмів менша і її максимальне значення становить приблизно 0,004 пікселя. Для зображень шорстких по-

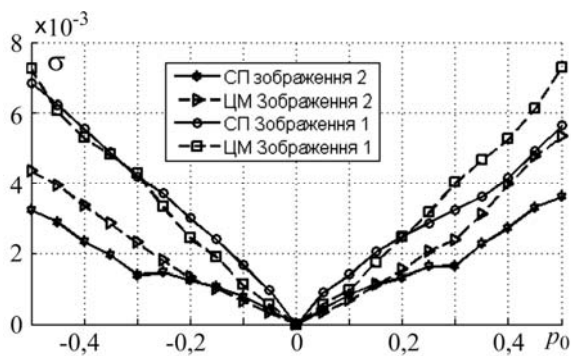


Рис. 7. Розкид оцінок систематичної похибки.

верхонь с.к.в. досягає максимуму 0,007 піксела при субпіксельному зміщенні 0,5 піксела.

ВИСНОВКИ

Проаналізовано похибки ряду відомих швидких алгоритмів, які використовують для субпіксельного суміщення зображень разом з методом ККЧП. Проведений аналіз виявив, що похибки розглянутих алгоритмів залежать від текстури вхідних зображень та форми піка крос-кореляції. Використовуючи властивість симетрії піка крос-кореляції, яка спостерігається при малих зміщеннях подібних зображень, запропоновано новий швидкий алгоритм для субпіксельного суміщення зображень СП. Для встановлення систематичної похибки алгоритму СП створено послідовність тестових зображень із заданим субпіксельним зміщенням, використовуючи які оцінено систематичну і випадкову похибки запропонованого алгоритму. Отримані оцінки похибок засвідчили, що алгоритм СП має ~5 разів меншу систематичну похибку порівняно з алгоритм ЦМ, яка сумірна з похибкою алгоритму біквадратичної апроксимації, при цьому алгоритм СП потребує у ~1,5 менше обчислювальних ресурсів, ніж алгоритм ЦМ.

1. Душена В. А., Усс М. Л. Сравнительный анализ субпиксельных алгоритмов при совмещении изображений // Радиоэлектронні і комп'ютерні системи. – 2011. – № 4(52). – С. 41–50.
2. Максименко О. П., Франкевич Л. Ф., Сахарук О. М. Алгоритм обработки цифровых изображений для визначення деформаційних характеристик матеріалів // Електроніка та інформаційні технології. – 2013. – Вип. 3. – С. 156–168.
3. Максименко О. П. Оцінювання похибок визначення положення піка крос-кореляції за вхідними зображеннями // Відбір і обробка інформації. – 2013. – № 39(115). – С. 46–54.
4. Digital speckle-displacement measurement using a complex spectrum method / D. J. Chen, F. P. Chiang, Y. S. Tan, and H. S. Don // Applied Optics. – 1993. – **32**, № 11. – P. 1839–1849.
5. Foroosh H., (Shekarforoush), Zerubia J. B., and Berthod M. Extension of phase correlation to subpixel registration // IEEE Transactions on image processing. – 2002. – **11**, № 3. – P. 188–200.
6. Guo H. A simple algorithm for fitting a gaussian function // IEEE Signal Processing Magazine. – 2011. – **28**, № 5. – P. 134–137.
7. Kozicki J., Tejchman J. Experimental investigations of strain localization in concrete using digital image correlation (DIC) technique // Archives of Hydro-Engineering and Environmental Mechanics. – 2007. – **54**, № 1. – P. 3–24.
8. Performance of sub-pixel registration algorithms in digital image correlation / B. Pan, H. Xie, B. Xu, and F. Dai // Meas. Sci. Technol. – 2006. – № 7. – P. 1615–1621.
9. Ren J., Jiang J., Vlachos T. High-accuracy sub-pixel motion estimation from noisy images in fourier domain // IEEE Transactions on image processing. – 2010. – **19**, № 5. – P. 1379–1384.
10. High accuracy subpixel image registration based on phase only correlation / K. Takita, T. Aoki, Y. Sasaki, T. Higuchi, and K. Kobayashi // IEICE Trans. Fundamentals. – 2003. – **E86-A**, № 8. – P. 1925–1933.