

УДК 681.78

Л. І. Муравський, Т. І. Половинко

### МЕТОД ТРИКРОКОВОЇ ІНТЕРФЕРОМЕТРІЇ З ДОВІЛЬНИМИ ЗСУВАМИ ФАЗ ОПОРНОГО ПРОМЕНЯ

The new three-step phase shifting technique is proposed. In this technique, three interferograms of a surface relief differing only by arbitrary phase shifts of a reference wave are used for surface relief retrieval. The comparative analysis of systematic errors of arbitrary phase shifts extraction for two- and three-step phase shifting techniques is fulfilled.

**Keywords:** *phase shifting interferometry, arbitrary phase shift, three-step technique, systematic error.*

Запропоновано новий метод трикрокової фазозсувної інтерферометрії, у якому для реконструкції рельєфу поверхні використовують три інтерферограми, що відрізняються між собою фазовими зсувами опорного променя на довільні кути. Проведено порівняльний аналіз систематичних похибок екстрагування довільних фазових зсувів для дво- і трикрокового фазозсувних методів.

**Ключові слова:** *фазозсувна інтерферометрія, довільний фазовий зсув, метод трикрокової фазозсувної інтерферометрії, систематичні похибки.*

Останнім часом на базі нових інформаційних технологій фазозсувної інтерферометрії (ФЗІ) створено багато ефективних засобів оптичної метрології і діагностики. Серед них інтерферометричні системи реконструкції нанорельєфу і мікрорельєфу поверхні займають чільне місце [1, 2]. Сьогодні розроблено сотні фазозсувних алгоритмів, що в основному передбачають зсув фази на заданий кут, який слід прецизійно відпрацювати за допомогою електронно-оптичних фазозсувних пристроїв [3, 4]. Водночас в останні роки розвиваються двокрокові фазозсувні методи зі зсувом фази на довільний кут [5–8]. Вони значно спрощують процедуру реконструкції поверхні, оскільки дають змогу другу інтерферограму  $I_2$  реєструвати після першої  $I_1$ , здійснюючи довільний фазовий зсув опорного променя, завдяки чому немає необхідності у точному встановленні наперед заданого фазового зсуву за допомогою прецизійного фазозсувного пристрою. Здебільшого двокрокові методи ФЗІ базуються на визначенні невідомого фазового зсуву за двома зареєстрованими інтерферограмами  $I_1$  та  $I_2$ . Більшість з них полягає в усередненні розподілів інтенсивностей інтерферограм по деякій вибраній ділянці, що малоефективне для низки об'єктів зі складною структурою поверхні і у багатьох випадках не забезпечує задовільної похибки екстрагування шуканого фазового зсуву [5, 9]. На відміну від усереднювальних методів, у [6, 8] запропоновано використовувати кореляційний підхід до визначення невідомого фазового зсуву  $\alpha$ , який полягає в обчисленні коефіцієнта кореляції між двома зареєстрованими інтерферограмами і дає можливість екстрагувати шуканий фазовий зсув зі значно меншою похибкою. Якщо відомі розподіли інтенсивності опорного  $I_r$  і предметного  $I_o$  променів, що формують першу інтерферограму  $I_1$ , то для знаходження фази  $\varphi(k, l)$  у кожному  $k, l$ -му пікселі фазової мапи відтвореної поверхні достатньо використати систему з двох фундаментальних рівнянь ФЗІ, що описують розподіли інтенсивності в зареєстрованих цифрових інтерферограмах  $I_1(k, l)$  та  $I_2(k, l)$ . Тобто, крім реєстрації інтерферограм  $I_1(k, l)$  та  $I_2(k, l)$ , слід також зареєструвати цифрові зображення  $I_r(k, l)$  та  $I_o(k, l)$ , що описують розподіли інтенсивності опорного і предметного променів, а також здійснити додаткові процедури обробки цих зображень, які часто бувають необхідними під час роботи з реальними ділянками

© Л. І. Муравський, Т. І. Половинко, 2014

досліджуваних поверхонь. Щоб усунути трудомісткі процедури реєстрації та обробки цифрових зображень опорного і предметного променів, пропонується формувати не дві, а три інтерферограми  $I_i(k, l)$  ( $i = 1, 2, 3$ ), у двох з яких, а саме у інтерферограм  $I_2(k, l)$  та  $I_3(k, l)$ , опорні промені зсунуті відносно опорного променя початкової інтерферограми  $I_1(k, l)$  на довільні кути  $\alpha_{21}$  і  $\alpha_{31}$ . Якщо припустити, що ці кути відомі, то на основі зареєстрованих трьох інтерферограм можна скласти систему з трьох фундаментальних рівнянь ФЗІ, що містить три невідомі (середню (фонову) інтенсивність інтерферограми, видність інтерференційних смуг або функцію видності та фазу  $\varphi(k, l)$ ) і, розв'язавши цю систему, визначити шукану фазу  $\varphi(k, l)$  для кожного пікселя фазової мапи.

**Метод трикрокової ФЗІ з довільними зсувами фаз опорного променя.**

Для того, щоб знайти фазу  $\varphi$  реконструйованої поверхні досліджуваного об'єкта у кожному  $k, l$ -му пікселі цифрової фазової мапи, використаємо фундаментальне (основне) рівняння для однохвильової часової ФЗІ і на його основі запишемо вирази для початкової (вихідної) інтерферограми  $I_1(k, l)$  із зсувом фази опорного променя на кут  $\delta_1$  і двох інтерферограм  $I_2(k, l)$  та  $I_3(k, l)$ , у яких опорні промені зсунуті за фазою на довільні кути  $\delta_2$  і  $\delta_3$ . В результаті отримуємо таку систему трьох рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} I_1(k, l) &= I'(k, l) \{1 + V(k, l) \cos[\varphi(k, l) + \delta_1]\} \\ I_2(k, l) &= I'(k, l) \{1 + V(k, l) \cos[\varphi(k, l) + \delta_2]\} \\ I_3(k, l) &= I'(k, l) \{1 + V(k, l) \cos[\varphi(k, l) + \delta_3]\} \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

де  $I'(k, l) = I_o(k, l) + I_r(k, l)$  – середня (фонова) інтенсивність інтерферограми;

$V(k, l) = \frac{2\sqrt{I_o(k, l)I_r(k, l)}}{I_o(k, l) + I_r(k, l)}$  – видність інтерференційних смуг.

Зауважимо, що різниці фазових зсувів між опорними променями у другій і третій інтерферограмах  $I_2(k, l)$  та  $I_3(k, l)$  та опорним променем у першій  $I_1(k, l)$ , які визначаються кутами  $\alpha_{21}$  і  $\alpha_{31}$  відповідно, пов'язані з кутами  $\delta_1, \delta_2$  і  $\delta_3$  залежностями:

$$\alpha_{21} = \delta_2 - \delta_1, \quad \alpha_{31} = \delta_3 - \delta_1. \quad (2)$$

Отже, якщо фазові зсуви  $\delta_1, \delta_2$  і  $\delta_3$  відомі, то система рівнянь (1) для кожного пікселя фазової мапи містить три невідомі значення функцій  $I'(k, l), V(k, l)$  і  $\varphi(k, l)$ . Однак для того, щоб обчислити фазу  $\varphi(k, l)$  за системою рівнянь (1), слід спочатку знайти значення фазових зсувів  $\delta_1, \delta_2$  і  $\delta_3$ , які є априорно невідомими.

Для визначення  $\delta_1, \delta_2$  і  $\delta_3$  скористаємось розробленим у [6, 8] кореляційним підходом, згідно з яким косинус кута між різницею фазових зсувів у двох інтерфограмах є коефіцієнтом кореляції між ними. На основі цього підходу отримуємо такі вирази для обчислення фазових зсувів  $\alpha_{21}$  та  $\alpha_{31}$ :

$$\alpha_{21} = \arccos \frac{\langle [I_1(k, l) - \langle I_1(k, l) \rangle][I_2(k, l) - \langle I_2(k, l) \rangle] \rangle}{\sigma_{I_1(k, l)} \sigma_{I_2(k, l)}}, \quad (3)$$

$$\alpha_{31} = \arccos \frac{\langle [I_1(k, l) - \langle I_1(k, l) \rangle][I_3(k, l) - \langle I_3(k, l) \rangle] \rangle}{\sigma_{I_1(k, l)} \sigma_{I_3(k, l)}}, \quad (4)$$

де  $\sigma_{I_1(k, l)}, \sigma_{I_2(k, l)}, \sigma_{I_3(k, l)}$  – с.к.в. попіксельного розподілу інтенсивності в цифрових інтерфограмах  $I_1(k, l), I_2(k, l), I_3(k, l)$  відповідно.

Якщо значення фазового зсуву опорного променя у першій інтерферограмі прийняти рівним нулю ( $\delta_1 = 0$ ), то у цьому випадку згідно з (2) маємо:

$$\alpha_{21} = \delta_2, \quad \alpha_{31} = \delta_3. \quad (5)$$

Для того, щоб знайти шукану фазу  $\varphi(k, l)$  у кожному пікселі, розв'яжемо систему рівнянь (1) відносно  $\varphi$ , припускаючи при цьому, що фазові зсуви  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  і  $\delta_3$  відомі. Під час процедури визначення  $\varphi$  спочатку зводимо систему з трьох рівнянь до системи, що містить два рівняння і дві невідомі величини  $\varphi(k, l)$  та  $I'(k, l)$ , а саме:

$$\left. \begin{aligned} \frac{I_2(k, l) - I'(k, l)}{I_1(k, l) - I'(k, l)} &= \frac{\cos[\varphi(k, l) + \delta_2]}{\cos[\varphi(k, l) + \delta_1]} = \frac{\cos \delta_2 - \tan \varphi(k, l) \sin \delta_2}{\cos \delta_1 - \tan \varphi(k, l) \sin \delta_1} \\ \frac{I_3(k, l) - I'(k, l)}{I_1(k, l) - I'(k, l)} &= \frac{\cos[\varphi(k, l) + \delta_3]}{\cos[\varphi(k, l) + \delta_1]} = \frac{\cos \delta_3 - \tan \varphi(k, l) \sin \delta_3}{\cos \delta_1 - \tan \varphi(k, l) \sin \delta_1} \end{aligned} \right\}. \quad (6)$$

Далі систему рівнянь (6) зводимо до одного квадратного рівняння, що містить одну невідому величину  $\varphi(k, l)$  і має такий вигляд:

$$a \tan^2 \varphi(k, l) + b \tan \varphi(k, l) + c = 0, \quad (7)$$

де

$$a = [I_3(k, l) - I_1(k, l)] \sin \delta_1 \sin \delta_2 + [I_1(k, l) - I_2(k, l)] \sin \delta_1 \sin \delta_3 + [I_2(k, l) - I_3(k, l)] \sin^2 \delta_1, \quad (8)$$

$$b = 2[I_3(k, l) - I_2(k, l)] \sin \delta_1 \cos \delta_1 + [I_1(k, l) - I_3(k, l)] \sin \delta_1 \cos \delta_2 + [I_2(k, l) - I_1(k, l)] \sin \delta_1 \cos \delta_3 + [I_1(k, l) - I_3(k, l)] \sin \delta_2 \cos \delta_1 + [I_2(k, l) - I_1(k, l)] \sin \delta_3 \cos \delta_1. \quad (9)$$

$$c = [I_2(k, l) - I_3(k, l)] \cos^2 \delta_1 + [I_3(k, l) - I_1(k, l)] \cos \delta_1 \cos \delta_2 + [I_1(k, l) - I_2(k, l)] \cos \delta_1 \cos \delta_3. \quad (10)$$

Щоб перейти до фазових зсувів  $\alpha_{21}$  і  $\alpha_{31}$ , приймемо, що у першій (вихідній) інтерферограмі відсутній додатковий фазовий зсув опорного променя, тобто  $\delta_1 = 0$ . Тоді, враховуючи (5), рівняння (7) і вирази (8)–(10) мають такий вигляд:

$$\tan \varphi(k, l) = -\frac{c}{b}, \quad (11)$$

оскільки  $a = 0$ ,

$$b = [I_1(k, l) - I_3(k, l)] \sin \alpha_{21} + [I_2(k, l) - I_1(k, l)] \sin \alpha_{31}, \quad (12)$$

$$c = I_2(k, l) - I_3(k, l) + [I_3(k, l) - I_1(k, l)] \cos \alpha_{21} + [I_1(k, l) - I_2(k, l)] \cos \alpha_{31}. \quad (13)$$

Підставляючи (12) і (13) у (11), отримуємо такий вираз для обчислення шуканої фази у кожному пікселі фазової мапи:

$$\begin{aligned} \varphi(k, l) &= \\ &= \arctan \frac{I_3(k, l) - I_2(k, l) + [I_1(k, l) - I_3(k, l)] \cos \alpha_{21} + [I_2(k, l) - I_1(k, l)] \cos \alpha_{31}}{[I_1(k, l) - I_3(k, l)] \sin \alpha_{21} + [I_2(k, l) - I_1(k, l)] \sin \alpha_{31}}. \end{aligned} \quad (14)$$

Зазначимо, що у випадку, коли  $\delta_1 = \pi$ , шукану фазу також обчислюють за формулою (14), що легко показати на основі виразів (7)–(10).

Технічно процедуру реєстрації трьох інтерферограм найдоцільніше здійснювати, використовуючи таку послідовність кроків:

**Крок 1.** Реєструють інтерферограму  $I_1(k, l)$ .

**Крок 2.** Здійснюють довільний фазовий зсув опорного променя на деякий кут  $\alpha_{21}$ .

**Крок 3.** Реєструють інтерферограму  $I_2(k, l)$ .

**Крок 4.** Здійснюють довільний фазовий зсув опорного променя на деякий кут  $\alpha_{32}$ , що дорівнює різниці між кутами  $\alpha_{31}$  і  $\alpha_{21}$ , тобто  $\alpha_{32} = \delta_3 - \delta_2 = \alpha_{31} - \alpha_{21}$ . В результаті отримують фазовий зсув  $\alpha_{31}$ .

**Крок 5.** Реєструють інтерферограму  $I_3(k, l)$ .

Після реєстрації інтерферограм обчислюють фазові зсуви  $\alpha_{21}$  та  $\alpha_{31}$  за формулами (3) і (4).

Якщо враховувати ту обставину, що третя інтерферограма отримується на кроці 4 шляхом фазового зсуву опорного променя на кут  $\alpha_{32}$ , то вираз для неї можна подати у такому вигляді:

$$I_3(k, l) = I'(k, l) \{1 + V(k, l) \cos[\varphi(k, l) + (\delta_2 + \alpha_{32})]\}. \quad (15)$$

Тоді фазовий зсув  $\alpha_{32}$  між другою і третьою інтерферограмами  $I_2(k, l)$  та  $I_3'(k, l)$  шукаємо за формулою

$$\alpha_{32} = \arccos \frac{\langle [I_2(k, l) - \langle I_2(k, l) \rangle] [I_3(k, l) - \langle I_3(k, l) \rangle] \rangle}{\sigma_{I_2(k, l)} \sigma_{I_3(k, l)}}. \quad (16)$$

Знаючи  $\alpha_{32}$ , шукаємо фазу  $\varphi(k, l)$  у кожному пікселі фазової мапи на основі тієї ж системи рівнянь (6), у якій використовуємо  $\alpha_{32} + \delta_2 = \delta_3$  замість  $\delta_3$ , тобто:

$$\left. \begin{aligned} \frac{I_2(k, l) - I'(k, l)}{I_1(k, l) - I'(k, l)} &= \frac{\cos \delta_2 - \tan \varphi(k, l) \sin \delta_2}{\cos \delta_1 - \tan \varphi(k, l) \sin \delta_1} \\ \frac{I_3(k, l) - I'(k, l)}{I_1(k, l) - I'(k, l)} &= \frac{\cos(\delta_2 + \alpha_{32}) - \tan \varphi(k, l) \sin(\delta_2 + \alpha_{32})}{\cos \delta_1 - \tan \varphi(k, l) \sin \delta_1} \end{aligned} \right\}. \quad (17)$$

Якщо ж  $\delta_1 = 0$ , то система рівнянь (17) зводиться до такого вигляду:

$$\left. \begin{aligned} \frac{I_2(k, l) - I'(k, l)}{I_1(k, l) - I'(k, l)} &= \cos \delta_2 - \tan \varphi(k, l) \sin \delta_2 \\ \frac{I_3(k, l) - I'(k, l)}{I_1(k, l) - I'(k, l)} &= \cos(\delta_2 + \alpha_{32}) - \tan \varphi(k, l) \sin(\delta_2 + \alpha_{32}) \end{aligned} \right\}, \quad (18)$$

звідки

$$\varphi(k, l) = \arctan \left( -\frac{c_1}{b_1} \right), \quad (19)$$

де

$$b_1 = [I_1(k, l) - I_3(k, l)] \sin \alpha_{21} + [I_2(k, l) - I_1(k, l)] \sin(\alpha_{21} + \alpha_{32}), \quad (20)$$

$$c_1 = I_2(k, l) - I_3(k, l) + [I_3(k, l) - I_1(k, l)] \cos \alpha_{21} + [I_1(k, l) - I_2(k, l)] \cos(\alpha_{21} + \alpha_{32}), \quad (21)$$

причому  $b_1 = b$ ,  $c_1 = c$ .

У цьому випадку процедура реєстрації трьох інтерферограм аналогічна до попередньої, однак замість кута  $\alpha_{31}$  обчислюють кут  $\alpha_{32}$  за формулою (15).

Подальшу реконструкцію фазової мапи рельєфу за зареєстрованими інтерферограмами  $I_1(k, l)$ ,  $I_2(k, l)$  та  $I_3(k, l)$  можна здійснювати, використовуючи алго-

ритм обробки інтерферограм та реконструкції фазової мапи рельєфу для двокрокового методу, описаний у [8]. Проте у ньому додатково слід передбачити обчислення кутів  $\alpha_{21}$  і  $\alpha_{31}$  або  $\alpha_{21}$  і  $\alpha_{32}$  і використання їх для обчислення шуканої фази  $\varphi(k, l)$  у кожному  $k, l$ -му пікселі.

**Оцінка систематичних похибок визначення фазових зсувів.** За інтерферограмами гладкої тестової поверхні, наведеної на рис. 1, оцінювали вплив систематичної похибки обчислення кутів  $\alpha_{21}$  і  $\alpha_{32}$ . На основі цієї поверхні моделювали інтерферограми  $I_1(k, l)$ ,  $I_2(k, l)$  та  $I_3(k, l)$  для різних фазових зсувів  $\alpha_{21}$  і  $\alpha_{32}$ . Приклад такої інтерферограми за фазового зсуву  $\alpha_{21} = 0^\circ$  наведено на рис. 2. Обчислення систематичних похибок  $\Delta\alpha_{21}$  і  $\Delta\alpha_{32}$  здійснювали, використовуючи формули (3) і (15) та віднімаючи від обчислених значень цих кутів  $\alpha'_{21}$  і  $\alpha'_{32}$  ті значення  $\alpha_{21}$  і  $\alpha_{32}$ , що вводились у ці формули. Сумарну систематичну похибку  $\Delta\alpha_\Sigma$  визначали як суму систематичних похибок  $\Delta\alpha_{21}$  і  $\Delta\alpha_{32}$ , тобто

$$\Delta\alpha_\Sigma = \Delta\alpha_{21} + \Delta\alpha_{32} = (\alpha'_{21} - \alpha_{21}) + (\alpha'_{32} - \alpha_{32}).$$

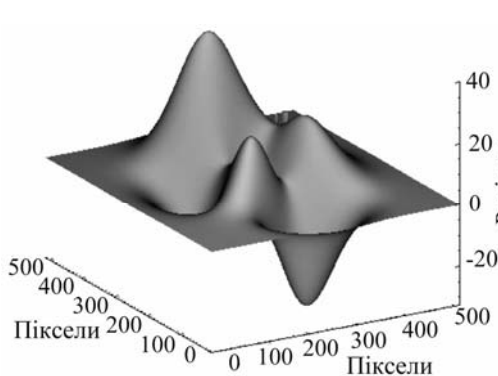


Рис. 1. Тестова фазова поверхня.



Рис. 2. Інтерферограма тестової поверхні.

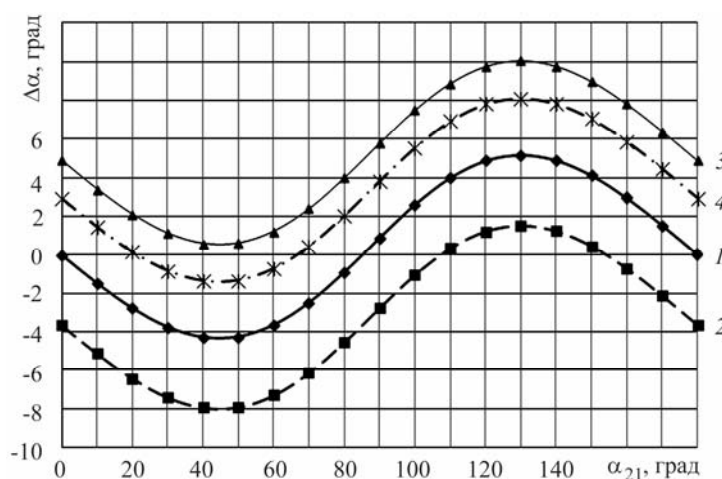


Рис. 3. Залежності сумарної систематичної похибки  $\Delta\alpha_\Sigma$  від фазового зсуву  $\alpha_{21}$ : крива 1 –  $\alpha_{32} = 0^\circ$ ; 2 –  $\alpha_{32} = 60^\circ$ ; 3 –  $\alpha_{32} = 120^\circ$ ; крива 4 –  $\alpha_{32} = 160^\circ$ .

На рис. 3 наведено графічні залежності сумарної систематичної похибки  $\Delta\alpha_\Sigma$  від кута фазового зсуву  $\alpha_{21}$  в межах від 0 до 180 град за постійних значень фазо-

вого зсуву  $\alpha_{32}$  для усього діапазону фазових зсувів  $\alpha_{21}$ . Як видно з наведених залежностей, сумарна похибка  $\Delta\alpha_{\Sigma}$  для більшості кутових діапазонів є більшою за систематичну похибку  $\Delta\alpha_{21}$  для двокрокового методу [6, 8], залежність якої від  $\alpha_{21}$  отримана у [6] і подана на рис. 3 у вигляді кривої 1 ( $\alpha_{32} = 0$  град). Водночас можна помітити, що на деяких кутових інтервалах похибка  $\Delta\alpha_{\Sigma}$  навіть менша за похибку  $\Delta\alpha_{21}$ . Так для  $\alpha_{32} = 60$  град (крива 2)  $|\Delta\alpha_{\Sigma}| < \Delta\alpha_{21}$  у діапазоні від 96 до 170 град, для  $\alpha_{32} = 120$  град (крива 3)  $\Delta\alpha_{\Sigma} < |\Delta\alpha_{21}|$  у діапазоні від 18 до 71 град, а для  $\alpha_{32} = 160$  град (крива 4)  $\Delta\alpha_{\Sigma} < |\Delta\alpha_{21}|$  у діапазоні від 10 до 77 град.

### ВИСНОВКИ

Запропоновано новий метод трикрокової фазозсувної інтерферометрії з довільними фазовими зсувами опорного променя, необхідними для формування другої і третьої інтерферограм досліджуваної поверхні. Порівняно з двокроковим методом з довільним фазовим зсувом опорного променя, необхідним під час формування другої інтерферограми, цей метод має ту перевагу, що не потребує реєстрації опорного і предметного променя в інтерферометрії і подальшої цифрової обробки цифрових зображень перерізів цих променів під час реконструкції рельєфу досліджуваної поверхні. Оцінювання систематичних похибок визначення фазових зсувів за цим методом показало, що, незважаючи на те, що тут розглядається сумарна похибка  $\Delta\alpha_{\Sigma}$  від двох довільних фазових зсувів, тим не менше вона для певних кутових діапазонів може бути навіть меншою за систематичну похибку  $\Delta\alpha_{21}$  від одного довільного фазового зсуву, характерну для двокрокового фазозсувного методу.

1. Malacara D., Servín M., Malacara Z. Interferogram Analysis for Optical Testing. – Boca Raton, FL: Taylor & Francis, 2005. – 568 p.
2. Sirohi S. R. Optical Methods of Measurement: Wholefield Techniques. – Boca Raton, FL: Taylor & Francis, 2009. – 290 p.
3. Schreiber H., Brunning J. H. Phase shifting interferometry / Ed. D. Malacara // Optical Shop Testing. – Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2007. – Chapter 14. – P. 547–666.
4. Schmit J., Creath K., Wyant J. C. Surface profilers, multiple wavelength, and white light interferometry / Ed. D. Malacara // Optical Shop Testing. – Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2007. – Chapter 15. – P. 667–755.
5. Generalized phase-shifting interferometry with arbitrary unknown phase shifts: direct wave-front reconstruction by blind phase shift extraction and its experimental verification / X. F. Xu, L. Z. Cai, Y. R. Wang et al. // Appl. Phys. Lett. – 2007. – **90**, № 12. – P. 121124–1–3.
6. Two-frame phase-shifting interferometry for retrieval of smooth surface and its displacements / L. I. Muravsky, O. P. Ostash, A. B. Kmet' et al. // Opt. Lasers Eng. – 2011. – **49**, № 3. – P. 305–312.
7. Two-step phase demodulation algorithm based on the extreme value of interference / J. Deng, H. Wang, F. Zhang et al. // Opt. Lett. – 2012. – **37**, № 22. – P. 4669–4671.
8. Muravsky L. I., Kmet' A. B., Voronyak T. I. Retrieving the relief of low-roughness surface using a two-step interferometric method with blind phase shift of a reference wave // Opt. Lasers Eng. – 2012. – **50**, № 11. – P. 1508–1516.
9. Phase shift selection for two-step generalized phase-shifting interferometry / X. Xu, L. Cai, H. Yuan et al. // Appl. Opt. – 2011. – **50**, № 34. – P. H171–H176.