

ПОЛЯ ТА СИГНАЛИ У НЕОДНОРІДНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

УДК 551.568.85

ТЕПЛООБМІН У ШАРІ, ЩО ПОГЛИНАЄ, ВИПРОМІНЮЄ ТА РОЗСИЄ ІЧ-РАДІАЦІЮ В ОБ'ЄМІ І НА ПОВЕРХНІ

В. Ф. Чекурін, Ю. В. Бойчук

Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України

E-mail: v.chekurin@gmail.com, yuronchuk@gmail.com

Розглянуто задачу стаціонарного теплообміну у плоскому шарі, що поглинає, випромінює та розсіює ІЧ-радіацію як в об'ємі, так і на поверхні. Досліджено температурне поле та параметри ІЧ-випромінювання в об'ємі шару та потоки теплової енергії, якими шар обмінюється із зовнішнім середовищем. Виявлена можливість застосування отриманих результатів для оцінки теплозахисних властивостей теплоізоляційних покривів.

Ключові слова: теплопровідність, перенесення випромінювання, конвективний теплообмін.

HEAT TRANSFER IN A LAYER ABSORBING, EMITTING AND SCATTERING IR-RADIATION IN THE VOLUME AND ON THE SURFACE

V. F. Chekurin, Y. V. Boychuk

Pidstryhach Institute for applied problems of mechanics and mathematics
of the NAS of Ukraine

A nonlinear problem for stationary heat transfer in a plane layer, which absorbs, emits and scatters IR-radiation in its volume and on the surface, has been considered. To solve the problem an iterative method has been developed. The solution of the corresponding problem for the case of radiative equilibrium has been chosen as a zero approach for the iterative process. A numerical study has been conducted for the case when the layer thickness is of the same order as the optical thickness of the material the said layer was made of. The temperature field and radiation intensity distribution in the layer volume have been studied depending on its thickness, thermal conductivity, volumetric and surface radiative properties. Numerical analyses demonstrated significant deviation from the radiation equilibrium in the space enclosed by the layer. Nevertheless the results of the iterative process were convergent in the whole domain of the parameters values, which have been used in the numerical experiments.

The heat exchange of the layer with the external medium has also been studied. The results have shown that the convective constituent of the total heat flow is much smaller than the radiative one and weakly dependent on the layer volumetric and surface radiative properties. The outside radiative heat flow is strongly dependent on the surface radiative properties, as well as emissivity ε and reflectivity ρ of the layer. The volumetric radiative parameters – absorption factor κ and scattering coefficient σ – have a minor effect on the radiative heat flow.

On the base of conducted study an approach for quantitative evaluation of heat-insulating properties of layers, absorbing, emitting and scattering IR-radiation in the volume and on the surface has been considered. The approach can be used for the development of methods for optimal design of layered, fibrous and honeycomb heat-shielding structures.

Keywords: heat conductivity, radiative transport, convective heat exchange.

У матеріалах із низькою теплопровідністю частка променевого теплообміну в сумарному потоці теплової енергії в об'ємі може бути значною й суттєво впливати на формування температурного поля та теплоізоляційні властивості цих ма-

© В. Ф. Чекурін, Ю. В. Бойчук, 2015

теріалів. Для теплообміну зі зовнішнім середовищем об'єктів, виготовлених із таких матеріалів, важливі радіаційні властивості поверхонь – коефіцієнти поглинання/випромінювання та відбивання (розсіювання) ІЧ-радіації. Поверхневі радіаційні властивості твердих тіл часто різняться від об'ємних і залежать від фізичного стану поверхні, хімічного складу та стану зовнішнього середовища, методів обробки поверхні тощо. Як приклад можна розглядати теплоізоляційні плоскі шаруваті структури, виготовлені із матеріалів із низькою теплопровідністю, на поверхню яких нанесено плівку зі спеціально підібраними радіаційними властивостями [1–5]. Теплозахисні характеристики таких структур залежать від їхньої товщини та об'ємних (теплопровідність, коефіцієнти поглинання/випромінювання та розсіювання ІЧ-випромінювання) і поверхневих (коефіцієнти конвективного теплообміну, поглинання/випромінювання та відбивання теплової радіації) параметрів матеріалу. Для оптимального проектування таких структур необхідні математичні моделі теплообміну, які враховують відмінність цих властивостей.

Теорія теплообміну в суцільних середовищах, які поглинають, випромінюють та розсіюють ІЧ-радіацію, викладена у монографії [6]. Тут сформульована задача складного теплообміну у плоскому шарі і запропоновані деякі методи її розв'язування, зокрема, наближення оптично тонкого шару, дифузійне та P_n -наближення, метод моментів тощо.

Останнім часом подібні задачі розглядали багато авторів, моделюючи теплові процеси у плоских теплоізоляційних структурах [1–3, 7]. У статті [8] побудована модель та отримано числовий розв'язок задачі кондуктивно-променевого теплообміну в кусково-однорідному шарі шляхом його розвинення за поліномами Лежандра. Розглядали радіаційну рівновагу та не брали до уваги випромінювання, поглинання та розсіювання ІЧ-радіації на поверхні тіла та межі поділу середовищ.

Нижче розглянуто нелінійну задачу стаціонарного теплообміну у плоскому шарі, що поглинає, випромінює та розсіює ІЧ-радіацію як в об'ємі, так і на поверхні, за умов конвективно-променевого теплообміну із зовнішнім середовищем. Запропоновано ітераційний метод її розв'язування. Кількісно досліджено температурне поле, кондуктивний та радіаційний потоки тепла в об'ємі шару, а також потоків теплової енергії, якими шар обмінюється із зовнішнім середовищем, залежно від його товщини, теплопровідності, об'ємних та поверхневих радіаційних властивостей. Отримані результати дають можливість кількісно оцінювати теплозахисні характеристики шару за заданих товщини, теплофізичних та радіаційних властивостей матеріалу.

Формулювання задачі. Розглянемо плоский теплопровідний ізотропний шар S , що займає область $-\infty < x < \infty, -b \leq y \leq b, -\infty < z < \infty$. Середовище шару здатне випромінювати, поглинати та розсіювати ІЧ-радіацію. Стаціонарний тепловий стан будь-якої точки тіла визначає його температура T , залежна від її координати y . Внаслідок теплового випромінювання неоднорідно нагрітого середовища в шарі S та поза його межами виникає потік випромінювання, інтенсивність I якого залежить лише від координати y та напрямку поширення, що визначається його кутом α до осі Oy . Одна із поверхонь шару має задану сталу температуру T_0 , а інша (вільна) обмінюється теплом за конвективним та променевим механізми із зовнішнім середовищем, яке має сталу температуру T_c . Вважатимемо, що воно не поглинає, не випромінює та не розсіює ІЧ-радіацію, та врахуємо і об'ємні, і поверхневі поглинання/емісію та розсіювання ІЧ-випромінювання. За таких умов теплообмін у шарі описує нелінійна система рівнянь

$$\lambda \frac{d^2 T(y)}{dy^2} + 2\pi\kappa \int_{-1}^1 I(y, \mu) d\mu - 4\pi\kappa I_b(T(y)) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\mu}{\beta} \frac{\partial I(y, \mu)}{\partial y} + I(y, \mu) = \frac{\kappa}{\beta} I_B(T(y)) + \frac{1}{2} \frac{\sigma}{\beta} \int_{-1}^1 p(\mu, \mu') I(y, \mu') d\mu'. \quad (2)$$

Тут λ – коефіцієнт теплопровідності середовища шару; κ та σ – об'ємні коефіцієнти поглинання та розсіювання випромінювання; $\beta \equiv \kappa + \sigma$, $\mu \equiv \cos(\alpha)$; n – показник заломлення; $I_B(\dots) = \sigma_{SB} n^2 (\dots)^4 / \pi$; $\sigma_{SB} \equiv 5,6704 \cdot 10^{-8}$ Вт/м²К⁴ – стала Стефана–Больцмана; $p(\mu', \mu)$ – індикатриса розсіювання.

Межу $y = b$ розглядатимемо як сіру поверхню, що випромінює, поглинає та розсіює ІЧ-радіацію й обмінюється теплом із зовнішнім середовищем за конвективним механізмом. Нехай $\varepsilon \in (0, 1)$ та $\rho \in (0, 1)$ – коефіцієнти чорноти та розсіювання цієї поверхні, $h > 0$ – коефіцієнт конвективного теплообміну на ній. Тоді крайові умови для функцій $T(y)$ та $I(y, \mu)$ матимуть вигляд

$$-\lambda \left. \frac{dT(y)}{dy} \right|_{y=b} = h(T(b) - T_c) - 2\pi\varepsilon(1 - \rho) \int_0^1 I^+(b, \mu) \mu d\mu + \pi\varepsilon I_B(T(b)), \quad (3)$$

$$T(-b) = T_0,$$

$$I^-(b, \mu) = \varepsilon I_B(T(b)) + 2\rho \int_0^1 p(\mu, \mu') I^+(b, \mu') \mu' d\mu', \quad (4)$$

$$I^+(-b, \mu) = I_B(T_0).$$

Тут $I^+(y, \mu) \equiv I(y, \mu)$, $\forall \mu \in (0, 1]$; $I^-(y, \mu) \equiv I(y, \mu)$, $\mu \in [-1, 0)$.

Крайова задача (1)–(4) нелінійна, оскільки і рівняння (1), (2), і крайові умови (3), (4) містять функцію інтенсивності випромінювання $I_B(T)$.

Ітераційний метод. Для розв'язання задачі (1)–(4) застосуємо ітераційний підхід, який базується на поданні [9]

$$\lambda \frac{d^2 T^{(k+1)}(y)}{dy^2} = -2\pi\kappa \int_{-1}^1 I^{(k)}(y, \mu) d\mu + 4\pi\kappa I_b(T^{(k)}(y)), \quad (5)$$

$$\frac{\mu}{\beta} \frac{\partial I^{(k+1)}(y, \mu)}{\partial y} + I^{(k+1)}(y, \mu) = \frac{\kappa}{\beta} I_B(T^{(k)}(y)) + \frac{1}{2} \frac{\sigma}{\beta} \int_{-1}^1 p(\mu, \mu') I^{(k)}(y, \mu') d\mu', \quad (6)$$

$$-\lambda \left. \frac{dT^{(k+1)}(y)}{dy} \right|_{y=b} = h(T^{(k)}(b) - T_c) - 2\pi\varepsilon(1 - \rho) \int_0^1 I^{+(k)}(b, \mu) \mu d\mu + \pi\varepsilon I_B(T^{(k)}(b)),$$

$$T^{(k+1)}(-b) = T_0, \quad (7)$$

$$I^{-(k+1)}(b, \mu) = \varepsilon I_B(T^{(k)}(b)) + 2\rho \int_0^1 p(\mu, \mu') I^{+(k)}(b, \mu') \mu' d\mu', \quad (8)$$

$$I^{+(k+1)}(-b, \mu) = I_B(T_0).$$

Тут верхній індекс у дужках вказує на номер ітерації.

За нульове наближення для послідовності (5)–(8) приймемо розв’язок задачі (1)–(4) для радіаційної рівноваги [3]. Виконані числові дослідження підтвердили практичну збіжність послідовності (5)–(8) за 7–25 ітерацій залежно від параметрів λ , σ , κ , b .

Розроблений алгоритм застосуємо для розв’язування задачі (1)–(4) і дослідження температурного поля та параметрів ІЧ-випромінювання в об’ємі шару та потоків теплової енергії, якими шар обмінюється із зовнішнім середовищем, залежно від його товщини, теплофізичних та радіаційних властивостей. Всі розрахунки виконано для фіксованих значень параметрів $T_0 = 350$ К, $T_c = 350$ К, $h = 5$ Вт/(м²К), $n = 1,65$.

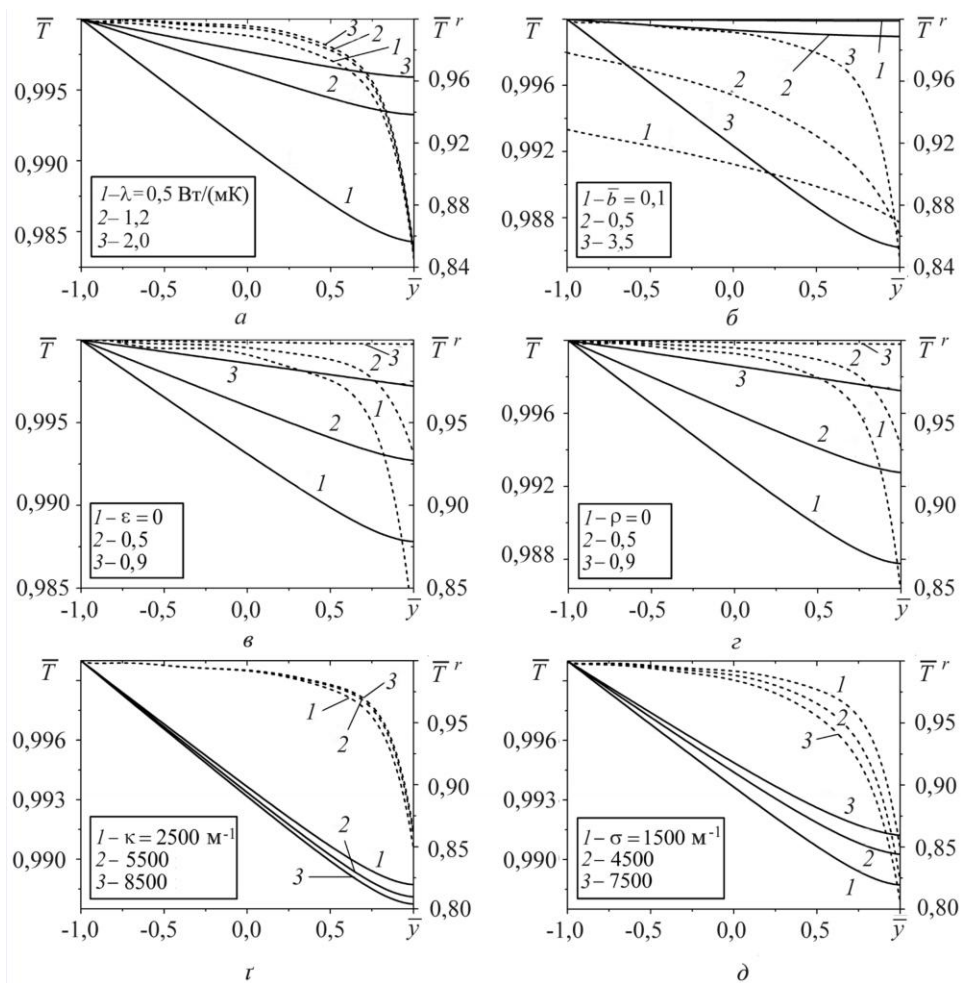


Рис. 1. Розподіли нормованої \bar{T} (суцільні лінії) та радіаційної \bar{T}^r температур (штрихові) за різних значень коефіцієнта теплопровідності λ (а) та зведеної товщини шару \bar{b} (б).

Температурне поле та інтенсивність випромінювання в об’ємі шару. Розподіл інтенсивності випромінювання в об’ємі шару характеризуватимемо радіаційною температурою, яку визначають як [6]

$$T^r(y) = \left(\int_{-1}^1 \pi I(y, \mu) d\mu / 2\sigma_{SB} n^2 \right)^{1/4}. \quad (9)$$

Залежності нормованої $\bar{T} = T/T_0$ та радіаційної $\bar{T}^r = T^r/T_0$ температур від безрозмірної координати $\bar{y} = \beta y$ за різних значень коефіцієнта теплопровідності λ [Вт/(мК)], нормованої товщини $\bar{b} \equiv b/(\sigma_{SB} n^2 T_0^3)$, коефіцієнта чорноти ε та відбивання ρ поверхні, об'ємних коефіцієнтів поглинання κ [м⁻¹] та розсіювання σ [м⁻¹] зображені на рис. 1 і 2. Значення інших параметрів, які вважали сталими, такі: $\lambda = 0,7$ Вт/(мК); $\sigma = 1500$ м⁻¹; $\kappa = 2500$ м⁻¹; $\varepsilon = 0,1$; $\rho = 0,1$; $\bar{b} = 3$.

Теплозахисні властивості шару. Що менший потік теплової енергії, яка надходить у зовнішнє середовище через поверхню $y = b$, то кращі теплозахисні властивості шару. Цей потік містить конвективну q_{out}^{conv} та радіаційну q_{out}^r складові:

$$q_{out}^{conv} = h(T(b) - T_c), \quad (10)$$

$$q_{out}^r = \varepsilon \sigma_{SB} n_c^2 T(b)^4 + 2\pi(1 - \varepsilon)(1 - \rho) \int_0^1 I^+(y, \mu) \mu d\mu, \quad (11)$$

де n_c – показник заломлення зовнішнього середовища, тут $n_c = 1$.

Для оцінки теплоізоляційних властивостей шару введемо безрозмірні потоки у зовнішнє середовище: $\bar{q}_{out} = (q_{out}^{conv} + q_{out}^r)/(q_0^{conv} + q_0^r)$, $\bar{q}_{out}^{conv} = q_{out}^{conv}/q_0^{conv}$, $\bar{q}_{out}^r = q_{out}^r/q_0^r$, де q_0^{conv} та q_0^r – конвективний та радіаційний потоки, які б надходили у зовнішнє середовище із чорної поверхні з температурою T_0 : $q_0^{conv} = h(T_0 - T_c)$, $q_0^r = \sigma_{SB} n^2 T_0^4$.

На рис. 2 побудовано залежності параметрів \bar{q}_{out}^r (крива 1), \bar{q}_{out}^{conv} (крива 2) \bar{q}_{out} (крива 3), які визначають теплоізоляційні властивості шару, від його теплопровідності, товщини та радіаційних властивостей поверхні.

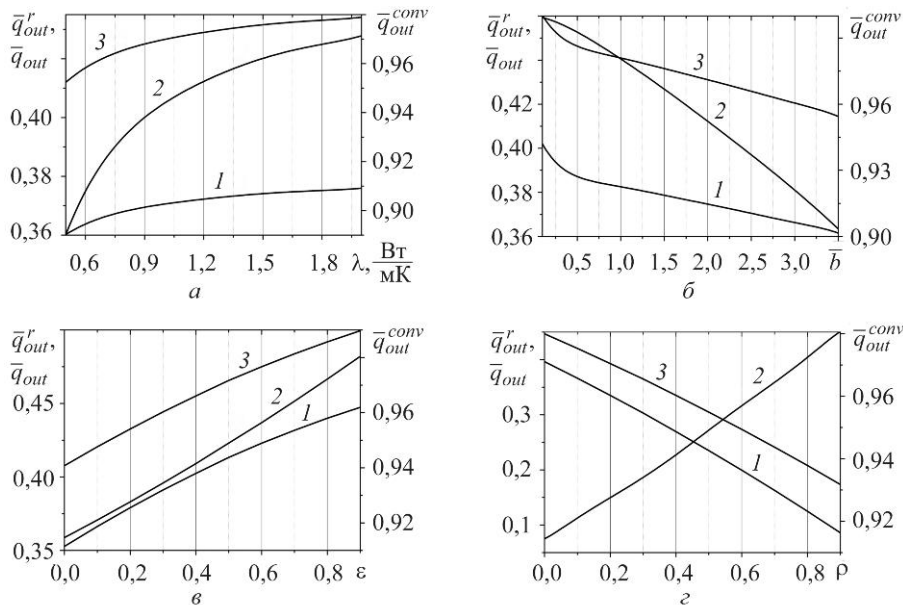


Рис. 2. Залежність параметрів, які визначають теплозахисні властивості шару, від коефіцієнта теплопровідності λ (а), безрозмірної товщини \bar{b} (б) та радіаційних властивостей поверхні ε (в) та ρ (г).

ВИСНОВКИ

Виявили, що температурне поле та інтенсивність ПЧ-випромінювання в шарі істотно залежать від об'ємних κ та σ і поверхневих ϵ та ρ радіаційних властивостей шару, а також коефіцієнта теплопровідності λ та товщини $2b$. За досліджуваних значень товщини шару спостерігали суттєве відхилення від радіаційної рівноваги в його об'ємі, тому застосування моделі (1)–(4) тут цілком виправдане. Попри те, що за нульову ітерацію вибрали розв'язок задачі для радіаційної рівноваги, запропонований ітераційний процес є добре збіжним у всьому діапазоні зміни значень параметрів задачі, які використовували у числових експериментах.

Результати досліджень теплообміну шару із зовнішнім середовищем свідчать, що конвективна складова сумарного теплового потоку є значно менша за радіаційну і слабо залежить від об'ємних і поверхневих радіаційних властивостей. Істотно її зменшити можна, нехтуючи теплопровідність матеріалу та збільшуючи товщину шару. На променевий теплообмін шару із зовнішнім середовищем суттєво впливають поверхневі радіаційні властивості ϵ та ρ і менше – об'ємні характеристики матеріалу κ та σ .

Запропонований підхід для кількісної оцінки теплоізоляційних властивостей шару можна використати для розроблення методів оптимального проектування багатошарових, волокнистих та стільникових теплозахисних структур [1, 2, 4, 7].

Тут обмежилися значеннями товщини шару, сумірними із оптичною товщиною I_0 , пов'язаною із коефіцієнтом послаблення β : $I_0 = \beta^{-1}$. Як засвідчили числові експерименти, перепади температури за таких умов малі. Тому не враховували температурні залежності коефіцієнта теплопровідності та радіаційних властивостей матеріалу. У подальших дослідженнях слід розглянути також і оптично товстий шар.

1. *Бородай М. В., Коломієць І. Д., Бородай Д. М.* Дослідження впливу температури на оптичні характеристики теплозахисної ізоляції космічного корабля багаторазового використання // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2011. – № 1. – С. 29–34.
2. *Мокрецова И. А., Зуев А. В.* Математическое моделирование и оптимизация процесса теплопереноса в многослойных теплозащитных покрытиях многоразовых космических аппаратов // Все материалы. Энциклопедический справочник с приложением “Комментарии к стандартам, ТУ, сертификатам”. – 2012. – № 5. – С. 61–64.
3. *Турій О.* Нелінійна контактнo-крайова задача термомеханіки для опромінюваної двошарової пластини, з'єднаної проміжковим шаром // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2009. – № 9. – С. 118–132.
4. *Daryabeigi K.* Heat Transfer in High-Temperature Fibrous Insulation // J. of Thermophysics and Heat Transfer. – 2003. – 1. – P. 10–20.
5. *Simultaneous radiation and conduction heat transfer in a graded index semitransparent slab with gray boundaries / X. Xia, Y. Huang, H. Tan, X. Zhang* // Int. J. Heat and Mass Transfer. – 2002. – 45. – P. 2673–2688.
6. *Оцирик М. Н.* Сложный теплообмен. – М.: Мир, 1976. – 606 с.
7. *Three dimensional heat transfer analysis of combined conduction and radiation in honeycomb transparent insulation / H. Kessentini, R. Capdevila, J. Castro, A. Oliva, C. Bouden* // Solar Energy. – 2014. – 105. – P. 58–70.
8. *Чекурін В. Ф., Бойчук Ю. В.* Моделювання стаціонарного кондуктивно-променевого теплообміну в кусково-однорідному плоскому шарі // Відбір і обробка інформації. – 2013. – № 38. – С. 32–39.
9. *Чекурін В. Ф., Бойчук Ю. В.* Ітераційний метод розв'язування нелінійних задач кондуктивно-променевого теплообміну в плоскому шарі // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2015. – № 21. – С. 241–249.

Одержано 12.03.2015