УДК 004.932

БАЛАНСНЕ ЛОГАРИФМІЧНЕ ОПРАЦЮВАННЯ ОСВІТЛЕНИХ ЗОБРАЖЕНЬ

Р. А. Воробель

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України

E-mail: vorobel@ipm.lviv.ua, roman.vorobel@gmail.com

Розроблено модель опрацювання зображень з урахуванням особливостей зорової системи людини, реакція якої за законом Вебера–Фехнера пропорційна логарифму світлового стимулу. На цих фізичних засадах побудовано відомі моделі, зокрема алгебричні логарифмічного типу. Однак вони не враховують умови освітлення зображення, яке є елементом спостережуваної сцени. Побудовано і досліджено нову алгебричну логарифмічну модель, яка характеризується, з одного боку, балансними властивостями для симетричного опрацювання світлих і темних ділянок зображення, а з іншого – враховує додаткову його освітленість чи затемненість. Подано аналітичні вирази для обчислення функцій додавання та множення на скаляр, що дає можливість використовувати їх для точнішого опрацювання освітлених зображень.

Ключові слова: *опрацювання зображень, логарифмічні зображення, покращання зображень.*

BALANCED LOGARITHMIC PROCESSING OF LIGHTENED IMAGES

R. A. Vorobel

Karpenko Physico-Mechanical Institute of the NAS of Ukraine

The image processing takes into consideration the characteristics of the human visual system. Herewith the description of human visual system reaction to light stimulation is the basic one. One of the main psychophysical laws that describe this reaction is the law of Weber–Fechner. Due to it the reaction of the human visual system is proportional to the logarithm of the light stimulus. A number of known image processing models are developed based on these physical principles, including the use of algebraic models of logarithmic type. However, the images that have to be processed in order to improve their visual quality are elements of three-dimensional scenes observed by a human. The lighting conditions of the image in scene are ignored while using the known algebraic models of logarithmic types. Therefore, new algebraic model of logarithmic type is investigated and built. This model is characterized by balance features regarding symmetric processing on both light and dark areas of the picture on the one hand and it takes into account additional luminosity or shading of analyzed image on the other. The analytical expressions for computing such functions as addition and multiplication by a scalar are built that allow using them for more accurate processing of the illuminated images.

Keywords: *image processing, logarithmic images, image enhancement.*

Зображення опрацьовують з урахуванням особливостей зорової системи людини чи оптоелектронних перетворювачів світла. Це зумовлено тим, що зір – основна складова психофізичної системи сприйняття світла людиною, а світловий сенсор є базовим первинним перетворювачем технічних систем комп'ютерного зору. Отже, для подальшого аналізу зображення як інформаційної складової тривимірної спостережуваної сцени слід враховувати індивідуальні властивості цих перетворювачів. На практиці людина сприймає зображення як елемент додатково освітленої чи затемненої сцени. Нижче побудовано алгебричну модель балансного логарифмічного опрацювання зображення, яка враховує умови його освітлення.

Для цього стисло описано відому базову алгебричну модель балансного логарифмічного опрацювання зображення і розвинуто її для спостереження зображення як елемента сцени за умови його освітлення чи затемнення.

Відома базова алгебрична модель балансного логарифмічного опрацювання зображення [1–4]. Її основна позитивна характеристика – забезпечення симетричного опрацювання як темних, так і світлих ділянок зображення. Це проявляється у тому, що результати оброблення первинного зображення збігаються з інвертованими для інверсного вхідного. Через симетричність функції ізоморфізму вдалося побудувати алгебричну структуру дійсного векторного простору. При цьому використали лінійне перетворення рівнів сірого з проміжку $[0, M]$ у проміжок $(-M, M)$, де $M = 2^n - 1$, а n – кількість двійкових розрядів, відведених для формування рівня сірого елемента зображення. Для множини рівнів сірого $E = (-M, M)$ побудовано універсальну алгебру з двома бінарними операціями, чи, як її ще називають, алгебричну структуру дійсного векторного простору, означивши в ньому додавання $\langle + \rangle$, множення на скаляр $\langle \times \rangle$ та скалярний добуток $(\cdot|\cdot)_E$ і формуючи так евклідів простір рівнів сірого. Тут для множини $E = (-M, M)$, де $M > 0$, отримали такий вираз для операції додавання $\langle + \rangle$:

$\forall u, v \in E$

$$u \langle + \rangle v = sign\,(u+v) \cdot M \cdot \left(1 - \left((1 - \frac{|u|}{M})^{sign(u)} \cdot (1 - \frac{|v|}{M})^{sign(v)} \right)^{sign(u+v)} \right), \tag{1}$$

де

$$sign\,(x) = \begin{cases} -1, & \text{якщо } x < 0, \\ 0, & \text{якщо } x = 0, \\ 1, & \text{якщо } x > 1. \end{cases}$$

Множина E з операцією (1) утворює адитивну абелеву групу $G(E; \langle + \rangle)$, для якої справджуються такі аксіоми: додавання комутативне та асоціативне; у множині E існує однозначний нульовий елемент e; кожному елементу u множини E відповідає однозначно визначений протилежний елемент.

З операції (1) одержали також вираз для операції віднімання:

$\forall u, v \in E$

$$u \langle - \rangle v = sign\,(u-v) \cdot M \cdot \left(1 - \left((1 - \frac{|u|}{M})^{sign(u)} \cdot (1 - \frac{|v|}{M})^{sign(-v)} \right)^{sign(u-v)} \right). \tag{2}$$

Водночас побудували вираз для операції множення вектора на скаляр як операції відображення $R \times E \to E : (\alpha, u) \to \alpha \langle \times \rangle u$ для довільних $\alpha \in R$ і $u \in E$

$$\alpha \langle \times \rangle u = sign\,(\alpha \cdot u) \cdot M \cdot \left(1 - (1 - \frac{|u|}{M})^{|\alpha|} \right), \tag{3}$$

причому множина E є векторним простором над полем дійсних чисел *R*, а вираз (3) для довільних дійсних чисел $\alpha, \beta \in R$ і для дійсного числа 1 задовольняє такі аксіоми: множення на скаляр дистрибутивне щодо додавання векторів та скалярів, а також асоціативне; $1 \langle \times \rangle\, u = u$.

Побудованій векторній структурі властивий ізоморфізм, який однозначно відображає елементи простору E у простір дійсних чисел R через нелінійну функцію $\varphi : E \to R$

$$\varphi:\ u \to \varphi(u) = -M \cdot \ln\left((1 - \frac{|u|}{M})^{sign(u)} \right) \tag{4}$$

з оберненою функцією

$$\varphi^{-1}:\ y \to \varphi^{-1}(y) = sign\,(y) \cdot M \cdot (1 - e^{-\frac{|y|}{M}})\,.$$

Зазначимо, що алгебричну модель (2), (3) повторили і назвали симетричною моделлю логарифмічної обробки зображень (Symmetric Logarithmic Image Processing Model) [5–7]. Однак модель (1)–(3) не враховує можливого освітлення чи затемнення зображення, коли воно є елементом спостережуваної людиною сцени. Тому опишемо нову алгебричну модель балансного логарифмічного опрацювання зображення, яка усуває цей недолік.

Модель балансного логарифмічного опрацювання додатково освітлених зображень [8]. Тут інтенсивність світла, яку сприймає око людини від елемента зображення, додатково збільшена на сталу величину a. Коли ж спостережуване зображення затемнене, то це означає, що на сітківку ока попадає занижена на величину a інтенсивність світлового потоку. Враховуючи це, для побудови нової алгебричної структури $\forall u, v \in E$ на множині $E = (-M, M)$, де $M > 0$, опишемо функцію-генератор ψ (якій однозначно відповідає функція ізоморфізму) як двокомпонентну (зі сталої a та базової змінної):

$$\psi:\ u \to \psi(u) = a - M \cdot \ln\left((1 - \frac{|u|}{M})^{sign(u)} \right) = -M \cdot \ln\left(b(1 - \frac{|u|}{M})^{sign(u)} \right), \tag{5}$$

де $a = -M\ln(b)$, $b > 0$. Оберненою до неї є функція

$$\psi^{-1}:\ y \to \psi^{-1}(y) = sign\,(\frac{y}{M} + \ln(b)) \cdot M \cdot (1 - \exp(-|\frac{y}{M} + \ln(b)|))\,.$$

Враховуючи вказане і використовуючи для знаходження аналітичного подання операції додавання вираз

$$u \underset{b}{\langle + \rangle} v = \psi^{-1}(\psi(u) + \psi(v))\,,$$

отримуємо нову формулу

$$u \underset{b}{\langle + \rangle} v = sign\,(q) \cdot M \cdot \left(1 - \left(b(1 - \frac{|u|}{M})^{\,sign(u)} \cdot (1 - \frac{|v|}{M})^{\,sign(v)} \right)^{sign(q)} \right), \tag{6}$$

де

$$q = -\ln\left(b(1 - \frac{|u|}{M})^{\,sign(u)} \cdot (1 - \frac{|v|}{M})^{\,sign(v)} \right). \tag{7}$$

Беручи до уваги вираз для знаходження аналітичного подання операції множення вектора на скаляр

$$\alpha \underset{b}{\langle \times \rangle} u = \psi^{-1}(\alpha\, \psi(u))\,,$$

одержимо нову формулу для цієї операції як відображення

$R \times E \to E : (\alpha, u) \to \alpha \langle \underset{b}{\times} \rangle u$ для довільних $\alpha \in R$ і $u \in E$:

$$\alpha \langle \underset{b}{\times} \rangle u = sign\,(g) \cdot M \cdot \left(1 - \exp(-|g|)\right), \tag{8}$$

де

$$g = \ln\left((b^{(1-\alpha)})(1 - \frac{|u|}{M})^{-\alpha\, sign(u)} \right).$$

При цьому операцію віднімання $\forall u, v \in E$ описує вираз

$$u \langle \underset{b}{-} \rangle v = sign\,(h) \cdot M \cdot \left(1 - \left(b(1 - \frac{|u|}{M})^{sign(u)} \cdot (1 - \frac{|v|}{M})^{sign(-v)} \right)^{sign(h)} \right), \tag{9}$$

де

$$h = -\ln\left(b(1 - \frac{|u|}{M})^{sign(u)} \cdot (1 - \frac{|v|}{M})^{sign(-v)} \right).$$

Зазначимо, що для операції додавання (6) справджуються аксіоми комутативності, асоціативності, існування нульового та протилежного елементів, а для операції множення вектора на скаляр (8) – аксіоми асоціативності, дистрибутивності додавання векторів та скалярів і $1 \langle \underset{b}{\times} \rangle u = u$. Множина $E = (-M, M)$, де $M > 0$, з операціями додавання $u \langle \underset{b}{+} \rangle v$ (6) та множення на скаляр $\alpha \langle \underset{b}{\times} \rangle u$ утворюють дійсний векторний простір.

Скалярний добуток двох рівнів сірого $(\cdot|\cdot)_E$: $E \times E \to R$ визначаємо, зберігаючи ізоморфізм (5):

$\forall u, v \in E$

$$(u\,|\,v)_E = \psi(u) \cdot \varphi(v).$$

Так означений скалярний добуток $(\cdot|\cdot)_E$ на просторі рівнів сірого задає евклідів простір. Норму $\|\cdot\|_E : E \to R^+$ знайдемо через скалярний добуток

$$\forall u \in E \quad \|u\|_E = \sqrt{(u\,|\,u)_E} = |\varphi(u)|.$$

Функції додавання $u \langle \underset{b}{+} \rangle v$ (6) за значень параметра зміни додаткового освітлення b для $M = 1$ подано на рис. 1.

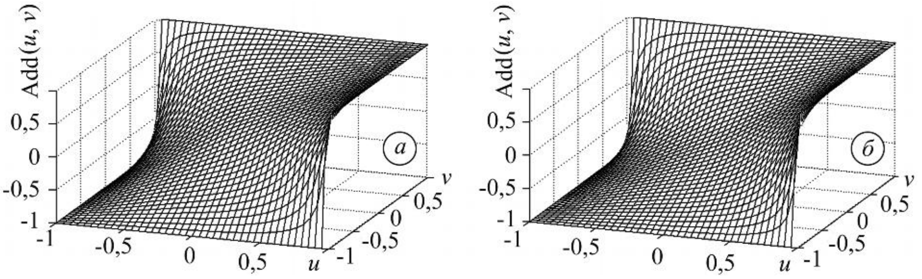

Рис. 1. Функція додавання $u \langle \underset{b}{+} \rangle v$ (6) за значень параметра зміни додаткового освітлення b = 0,8 (*а*) та 1,2 (*б*).

Лінію рівня $u\underset{b}{\langle + \rangle}v = 0$, яку визначаємо з розв'язку рівняння на основі виразу (7)

$$b(1-\frac{|u|}{M})^{\,sign(u)}\cdot(1-\frac{|v|}{M})^{\,sign(v)}=1,$$

для трьох значень параметра b подано на рис. 2.

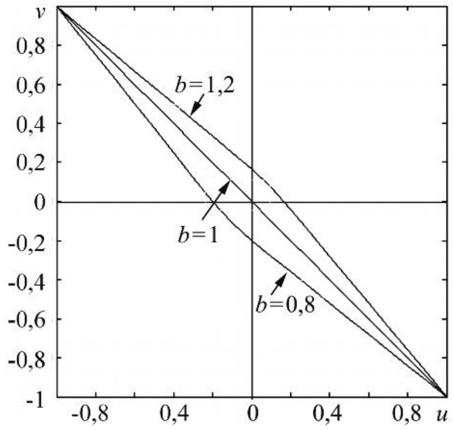

Рис. 2. Лінія рівня $u\underset{b}{\langle + \rangle}v = 0$ за різних значень параметра b.

Отже, після введення в модель балансного логарифмічного опрацювання параметра b вдається точніше враховувати додаткову освітлюваність чи затемненість спостережуваного зображення. Використовуючи арифметичні операції (6), (8) та (9), можна точніше опрацювати такі зображення.

ВИСНОВКИ

Описана нова алгебрична модель балансного логарифмічного опрацювання зображень узагальнює відому такого ж типу та дає можливість прецизійніше опрацьовувати зображення з урахуванням психофізичних властивостей зорової системи людини.

Автор висловлює вдячність к.т.н. О. Р. Берегуляк за цінну дискусію та допомогу.

1. *Воробель Р. А.* Логарифмічна обробка зображень. – К.: Наук. думка, 2012. – 232 с.
2. *Воробель Р. А.* Алгебраїчна модель логарифмічної обробки зображень // Пр. XVI Всеукр. наук. конф. "Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики". – Львів: ЛНУ ім. Івана Франка, 2009. – С. 58–59.
3. *Воробель Р. А.* Логарифмічна обробка зображень. Ч. 1: Базова модель // Відбір і обробка інформації. – 2009. – Вип. 31 (107). – С. 26–35.
4. *Vorobel R.* Logarithmic type image processing algebras // 2010 Int. Kharkov Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves. – Kharkov, Ukraine, June 21–26, 2010. Session C16. IEEE Catalog Number: CFP10780–CDR, ISBN: 978–1–4244–7898–9.
5. *Navarro L., Courbebaisse G., et al*. Symmetric Logarithmic Image Processing Model, Application to Laplacian Edge Detection. HAL, 2011. http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/71/19/04/PDF/Article.pdf.
6. *Navarro L., Deng G., Courbebaisse G.* The symmetric logarithmic image processing model // Digital Signal Processing. – 2013. – 23 (5). – P. 1337–1343.
7. *Navarro L., Courbebaisse G., Jourlin M.* Logarithmic Wavelets // Advances in Imaging and Electron Physics. – 2014. – **183**. – P. 41–98.
8. *Vorobel R.* Algebraic structure based on triangular norm // Proc. Int. Sci. Conf. "Modern Problems of Mathematical Modelling and Computional Methods". – Rivne, 19–22 February 2015. – P. 229.

Одержано 30.10.2015