

**АЛГОРИТМ ВІДТВОРЕННЯ РЕЛЬЄФУ ПОВЕРХНІ ЗА ДОВІЛЬНОГО
ЗСУВУ ФАЗИ МІЖ ІНТЕРФЕРОГРАМАМИ****Т. І. Вороняк^{1,2}, А. Б. Кметь¹, Л. І. Муравський^{1,2},
З. Т. Назарчук¹, І. В. Стасишин^{1,2}**¹ Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів;² Національний університет “Львівська політехніка”**E-mail: voronyak@nas.gov.ua; muravskyleon@gmail.com;
zinoviy.nazarchuk@gmail.com; ihorgo@hotmail.com**

Для відтворення рельєфу поверхні запропоновано удосконалений алгоритм оброблення інтерферограм, отриманих за одноразового довільного зсуву фази опорного променя. Удосконалений алгоритм дає можливість відтворювати не тільки рельєф гладкої або на-ношорсткої поверхонь, але й окремо його компоненти, тобто макрорельєф (хвилястість) та нанорельєф (шорсткість). За допомогою комп'ютерного моделювання цього алгоритму проаналізовано похибки відтворення повного рельєфу поверхні та його компонент.

Ключові слова: *фазозсувна інтерферометрія, фазова мапа, рельєф поверхні, алгоритм та похибки відтворення рельєфу.*

**ALGORITHM OF SURFACE RELIEF RETRIEVAL AT ARBITRARY
PHASE SHIFT BETWEEN INTERFEROGRAMS****T. I. Voronyak^{1,2}, A. B. Kmet¹, L. I. Muravsky^{1,2}, Z. T. Nazarchuk¹,
I. V. Stasyshyn^{1,2}**¹ H. V. Karpenko Physico-Mechanical Institute of the NAS of Ukraine, Lviv;² Lviv Polytechnic National University

Improved algorithm for processing interferograms obtained by a single arbitrary phase shift of the reference beam is proposed to reproduce the surface relief (SR). The advanced algorithm makes it possible to reproduce not only the relief of smooth or nanorough surfaces, but also its separate components, macrorelief (waviness) and nanorelief (roughness). Computer modelling of this algorithm was used to analyze the errors of complete SR and its components reproduction. The analysis allowed us to identify two factors that significantly affect the errors of the SR components determined by this algorithm. Concerning the first factor, it turned out that the error of SR reproduction as the sum of macro- and nanoreliefs is much smaller than the errors of these components reproduction, because the correlation coefficient between the errors fields of these components reproduction is close to 0,9. Therefore, it is better to extract the macrorelief phase map by filtering from the expanded (decyclized) SR phase map than from the collapsed (cyclic) one, which is possible by introducing the second iteration of SR recovery into the algorithm, which significantly reduces the errors. The second factor is related to boundary effects, which are observed when using Fast Fourier transform (FFT) and spatial filtering to determine the macrorelief phase map which increase its reproduction error. For this reason, it is proposed to eliminate the influence of boundary effects. The obtained dependences of the relief and its components reproduction errors from the test surfaces roughness for the advanced processing algorithm indicate a significant errors reduction comparing to the corresponding dependences for its previous version. These dependences are the theoretical limit for SR and its components reproduction errors in the case of using the advanced algorithm for interferograms processing.

Keywords: *phase-shifting interferometry, phase map, surface relief, relief reproduction algorithm and errors.*

Вступ. Алгоритм оброблення інтерферограм з одноразовим довільним зсувом фази опорного променя, що розроблений для відтворення рельєфу гладкої поверхні, згодом удосконалили, щоб розширити його можливості відтворювати шорсткі поверхні [1–6]. Він дає можливість відтворювати не тільки рельєф гладкої або наношорсткої (11–14 класи шорсткості згідно з [7]) поверхонь, але й окремо його компоненти, тобто макрорельєф (хвилястість) та нанорельєф (шорсткість) [6, 8]. За допомогою його комп'ютерного моделювання ретельно проаналізували похибки відтворення повного рельєфу поверхні (РП) та його компоненти. У моделях інтерферограм для імітації рельєфу гладкої тестової поверхні використали ту ж синтезовану фазову мапу (ФМ) "peaks" $\Delta\varphi(i, j)$, де i, j – координати пікселя ($0 \leq i, j \leq 511$), що на рис. 1 [8]. Для імітації ФМ рельєфу наношорстких поверхонь до неї додавали шумові гаусівські $\varphi(i, j)$ поля ($0 \leq i, j \leq 511$) з різними значеннями стандартних відхилень σ_φ .

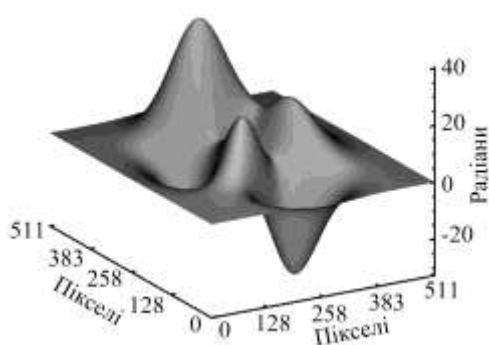


Рис. 1. Тестове фазове поле макрорельєфу.

За результатами аналізу вдалося виділити два чинники, які суттєво впливають на похибки визначення компонент РП за цим алгоритмом. По-перше, виявилось, що похибка відтворення РП як суми макро- і нанорельєфів значно менша, ніж похибка відтворення цих компонент, оскільки коефіцієнт кореляції між мапами похибок відтворення компонент близький до 0,9. Тому виділяти ФМ макрорельєфу за допомогою фільтрації доцільніше з розгорнутої ФМ, ніж зі згорнутої, вводячи алгоритм

другої ітерації відтворення РП, що суттєво зменшує похибки отриманого результату.

Другий чинник пов'язаний з крайовими ефектами, які під час застосування дискретного перетворення Фур'є (ДПФ, FFT) та просторової фільтрації для виділення ФМ макрорельєфу збільшують похибку його відтворення. Тому бажано їх усувати.

Алгоритм відтворення рельєфу наношорсткої поверхні за методом фазозсувної інтерферометрії з довільним зсувом фази опорного променя. Згідно зі запропонованим алгоритмом спочатку реєструють дві інтерферограми поверхні (ПІ): початкову та ту, в якій фаза опорного променя зсунута на довільний кут α , $0 < \alpha < \pi$. Розподіл інтенсивностей для цих ПІ можна подати як

$$I_1(i, j) = I_{\text{obj}}(i, j) + I_{\text{ref}}(i, j) + 2\sqrt{I_{\text{obj}}(i, j)I_{\text{ref}}(i, j)}\cos[\varphi(i, j) + \Delta\varphi(i, j)] = I_{\text{obj}}(i, j) + I_{\text{ref}}(i, j) + I'_1(i, j), \quad (1)$$

$$I_2(i, j) = I_{\text{obj}}(i, j) + I_{\text{ref}}(i, j) + 2\sqrt{I_{\text{obj}}(i, j)I_{\text{ref}}(i, j)}\cos[\varphi(i, j) + \Delta\varphi(i, j) + \alpha] = I_{\text{obj}}(i, j) + I_{\text{ref}}(i, j) + I'_2(i, j) \quad (2)$$

де i, j – координати пікселів оцифрованої ПІ ($0 \leq i \leq N-1$, $0 \leq j \leq M-1$); $\varphi(i, j)$ – значення випадкової фази в i, j -му пікселі, що обумовлена шорсткістю поверхні, тобто її нанорельєфом; $\Delta\varphi(i, j)$ – значення фази в i, j -му пікселі, що відповідає макрорельєфу поверхні.

Крім того, необхідно реєструвати також розподіли інтенсивностей предметного і опорного променів, що описують вирази

$$I_3(i, j) = I_{\text{obj}}(i, j), \quad I_4(i, j) = I_{\text{ref}}(i, j). \quad (3)$$

Кут α зсуву опорного променя визначали, використовуючи відоме твердження, що косинус кута між двома багатовимірними векторами є кореляційним коефіцієнтом для двох наборів даних – компонентів цих векторів [2–6, 8–11]. Пі $I_1(i, j)$ і $I_2(i, j)$ можна розглядати як багатовимірні вектори, косинус кута α між якими можна знайти як нормалізований скалярний добуток двох центрованих векторів, що дорівнює коефіцієнту кореляції між цими Пі:

$$\cos \alpha = \rho(I_1(i, j), I_2(i, j)) = \frac{\langle (I_1(i, j) - \langle I_1(i, j) \rangle) (I_2(i, j) - \langle I_2(i, j) \rangle) \rangle}{\sigma_{I_1(i, j)} \sigma_{I_2(i, j)}}, \quad (4)$$

де $\langle \rangle$ – символ середнього значення; i, j – координати пікселів зображення Пі ($0 \leq i \leq N-1, 0 \leq j \leq M-1$); $\sigma_{I_1(i, j)}$ і $\sigma_{I_2(i, j)}$ – стандартні відхилення розподілів інтенсивностей $I_1(i, j)$ і $I_2(i, j)$.

З виразу (4)

$$\alpha = \arccos(\rho(I_1(i, j), I_2(i, j))). \quad (5)$$

Тепер дані про фазу $[\varphi(i, j) + \Delta\varphi(i, j)]$ можна екстрагувати шляхом обчислення виразу [8]

$$[\varphi(i, j) + \Delta\varphi(i, j)]_3 = \arctg\left(\frac{I'_1(i, j)\cos\alpha - I'_2(i, j)}{I'_1(i, j)\sin\alpha}\right), \quad (6)$$

який випливає з відношення $\frac{I'_2(i, j)}{I'_1(i, j)}$, яке з урахуванням (1) і (2) можна записати так:

$$\frac{I'_2(i, j)}{I'_1(i, j)} = \cos\alpha - \text{tg}[\varphi(i, j) + \Delta\varphi(i, j)] \sin\alpha. \quad (7)$$

В алгоритмі обробки Пі замість співвідношення (6) використано вираз

$$[\varphi(i, j) + \Delta\varphi(i, j)]_3 = \arctg\left[\frac{I'_1(i, j)\cos\alpha - I'_2(i, j)}{I'_1(i, j)\sin\alpha}\right], \quad (8)$$

що вже забезпечує відтворення фази у чотирьох квадрантах, тобто отримуємо $-\pi \leq \varphi(i, j) + \Delta\varphi(i, j) \leq \pi$. Для точнішої побудови згорнутої ФМ його макрорельєфу $\Delta\varphi_3(i, j)$ ($0 \leq i \leq N-1, 0 \leq j \leq M-1$) з використанням ДПФ та просторової фільтрації екстраговану згорнуту ФМ РП (перша ітерація) необхідно нарощування вздовж її периметра. Пропонуємо нарощувати на 50 пікселів, що гарантує усунення впливу крайових ефектів, тобто $[\varphi(k, l) + \Delta\varphi(k, l)]_3$ де вже ($0 \leq k \leq N+99, 0 \leq l \leq M+99$). Обробляли нарощену ФМ РП шляхом реконструкції гармонічних компонент $\sin[\varphi(k, l) + \Delta\varphi(k, l)]_3$ і $\cos[\varphi(k, l) + \Delta\varphi(k, l)]_3$ з подальшою їх низькочастотною фільтрацією (ФНЧ, LPF), щоб виділити $\sin[\Delta\varphi_3(k, l)]$ і $\cos[\Delta\varphi_3(k, l)]$ за відомим синус/косинусним методом [12, 13], але фільтрували в області просторових частот, використовуючи ДПФ:

$$\sin[\Delta\varphi_3(k, l)] \approx I_s[\Delta\varphi_3(k, l)] = \text{ДПФ}^{-1}\left\{\text{ДПФ}[\sin[\varphi(k, l) + \Delta\varphi(k, l)]_3] \times \text{ФНЧ}\right\}, \quad (9)$$

$$\cos [\Delta\varphi_3(k, l)] \approx I_c [\Delta\varphi_3(k, l)] = \text{ДПФ}^{-1} \{ \text{ДПФ} [\cos[\varphi(k, l) + \Delta\varphi(k, l)]_3] \times \text{ФНЧ} \}, \quad (10)$$

де

$$[\varphi(k, l) + \Delta\varphi(k, l)]_3 = [\varphi(i, j) + \Delta\varphi(i, j)]_3 \quad (50 \leq k \leq N + 49, 50 \leq l \leq M + 49),$$

$$(0 \leq i \leq N - 1, 0 \leq j \leq M - 1);$$

$$[\varphi(k, l) + \Delta\varphi(k, l)]_3 = [\varphi(k, 50) + \Delta\varphi(k, 50)]_3 \quad (50 \leq k \leq N + 49, 0 \leq l \leq 49);$$

$$[\varphi(k, l) + \Delta\varphi(k, l)]_3 = [\varphi(k, M + 49) + \Delta\varphi(k, M + 49)]_3,$$

$$(50 \leq k \leq N + 49, M + 50 \leq l \leq M + 99);$$

$$[\varphi(k, l) + \Delta\varphi(k, l)]_3 = [\varphi(50, l) + \Delta\varphi(50, l)]_3 \quad (0 \leq k \leq 49, 0 \leq l \leq M + 99);$$

$$[\varphi(k, l) + \Delta\varphi(k, l)]_3 = [\varphi(N + 49, l) + \Delta\varphi(N + 49, l)]_3,$$

$$(N + 50 \leq k \leq N + 99, 0 \leq l \leq M + 99).$$

Першу ітерацію побудови згорнутої ФМ макрорельєфу поверхні завершують операції

$$\Delta\varphi_3(k, l) = \arctg(I_s, I_c), \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_3(i, j) &= \Delta\varphi_3(k, l) \quad (0 \leq i \leq N - 1, 0 \leq j \leq M - 1), \\ &(50 \leq k \leq N + 49, 50 \leq l \leq M + 49). \end{aligned} \quad (12)$$

Після процедури розгортання отримана згорнута ФМ $\Delta\varphi_3(i, j)$ трансформується в фазове поле макрорельєфу поверхні $\Delta\varphi(i, j)$.

Коли $\Delta\varphi_3(i, j)$ відоме, можна знайти і різницю між (8) і (12), тобто ФМ $\varphi(i, j)$, що надає інформацію про нанорельєф поверхні:

$$\varphi(i, j) = \arctg [I'_1(i, j) \cos \alpha - I'_2(i, j), I'_1(i, j) \sin \alpha] - \Delta\varphi_3(i, j). \quad (13)$$

Проте, якщо обмежитись лише операцією віднімання, отримаємо значні відмінності ФМ $\varphi'(i, j)$ від ФМ нанорельєфу $\varphi(i, j)$ у місцях сингулярності функції \arctg . Точки сингулярності $\varphi'(i, j)$ – це $\varphi'(i, j) = 2\pi$ і $\varphi'(i, j) = -2\pi$. Їх можна позбутися за допомогою функцій синус і косинус. Дійсно, під час реконструкції $I'_s(\varphi(i, j)) = \sin(\varphi'(i, j))$ і $I'_c(\varphi(i, j)) = \cos(\varphi'(i, j))$ усуваються сингулярності ФП $\varphi'(i, j)$, оскільки $\sin(2\pi) = \sin(-2\pi) = \sin(0)$, і так само $\cos(2\pi) = \cos(-2\pi) = \cos(0)$. Тоді ФМ нанорельєфу $\varphi(i, j)$ обчислюємо аналогічно, як і макрорельєфу $\Delta\varphi_3(i, j)$ (див. співвідношення (11)), тобто

$$\varphi(i, j) = \arctg(I'_s, I'_c) \quad (14)$$

Очевидно, операція розгортання тут не потрібна, так як придатність методу обмежена поверхнями, наношорсткість яких не перевищує $\pm\lambda/4$ (λ – довжина хвилі когерентного джерела оптичного випромінювання), що відповідає $\pm\pi$, тобто одному періоду (смузі) ФМ в інтерферометрі (наприклад, Тваймана–Гріна).

ФМ РП $\varphi_\Sigma(i, j)$ можна отримати як суму ФМ нано- і макрорельєфу, тобто

$$\varphi_\Sigma(i, j) = \varphi(i, j) + \Delta\varphi(i, j). \quad (15)$$

Процедура (15) завершує першу ітерацію алгоритму побудови ФМ РП та його компонент.

Друга ітерація аналогічна першій, проте тепер визначаємо макрорельєф, враховуючи розгорнуту ФМ (15), отриману як результат першої ітерації, тобто використовуємо вихідні дані (15) замість згорнутого поля (8) в першій ітерації:

$$\Delta\varphi(k, l) = \text{ДПФ}^{-1} \{ \text{ДПФ}[\varphi_{\Sigma}(k, l)] \times \text{ФНЧ} \}, \quad (16)$$

де

$$\varphi_{\Sigma}(k, l) = \varphi_{\Sigma}(i, j) \quad (50 \leq k \leq N + 49, 50 \leq l \leq M + 49), \quad (0 \leq i \leq N - 1, 0 \leq j \leq M - 1),$$

$$\varphi_{\Sigma}(k, l) = \varphi_{\Sigma}(k, 50) \quad (50 \leq k \leq N + 49, 0 \leq l \leq 49),$$

$$\varphi_{\Sigma}(k, l) = \varphi_{\Sigma}(k, M + 49) \quad (50 \leq k \leq N + 49, M + 50 \leq l \leq M + 99),$$

$$\varphi_{\Sigma}(k, l) = \varphi_{\Sigma}(50, l) \quad (0 \leq k \leq 49, 0 \leq l \leq M + 99),$$

$$\varphi_{\Sigma}(k, l) = \varphi_{\Sigma}(N + 49, l) \quad (N + 50 \leq k \leq N + 99, 0 \leq l \leq M + 99).$$

ФМ макрорельєфу екстрагуємо з (16):

$$\begin{aligned} \Delta\varphi(i, j) = \Delta\varphi(k, l) \quad (0 \leq i \leq N - 1, 0 \leq j \leq M - 1), \\ (50 \leq k \leq N + 49, 50 \leq l \leq M + 49) \end{aligned} \quad (17)$$

Макрорельєф досліджуваної поверхні отримуємо після переходу від ФМ до метричної за відомим співвідношенням

$$H(i, j) = \frac{\Delta\varphi(i, j) \times \lambda}{4\pi}. \quad (18)$$

Для виконання другої ітерації з відтворення ФМ нанорельєфу необхідна згорнута ФМ макрорельєфу, тому (17) трансформуємо так:

$$I_s''(\Delta\varphi(i, j)) = \sin(\Delta\varphi(i, j)), \quad (19)$$

$$I_c''(\Delta\varphi(i, j)) = \cos(\Delta\varphi(i, j)), \quad (20)$$

$$\Delta\varphi_3(i, j) = \text{arctg}(I_s'', I_c''). \quad (21)$$

Тепер ФМ нанорельєфу визначаємо, віднімаючи згорнуту ФМ (21) від ФМ (8) з подальшим усуненням точок сингулярності:

$$\varphi''(i, j) = \text{arctg} [I_1'(i, j) \cos \alpha - I_2'(i, j), I_1'(i, j) \sin \alpha] - \text{arctg}(I_s'', I_c''), \quad (22)$$

$$I_s'''(\varphi''(i, j)) = \sin(\varphi''(i, j)), \quad (23)$$

$$I_c'''(\varphi''(i, j)) = \cos(\varphi''(i, j)), \quad (24)$$

$$\varphi(i, j) = \text{arctg}(I_s''', I_c'''). \quad (25)$$

Нанорельєф досліджуваної поверхні отримуємо після переходу від ФМ до мапи висот за аналогічним до (18) співвідношенням:

$$h(i, j) = \frac{\varphi(i, j) \times \lambda}{4\pi}. \quad (26)$$

ФМ повного рельєфу визначаємо так само, як і раніше, тобто сумуючи ФМ макро- і нанорельєфу:

$$R(i, j) = \varphi_{\Sigma}(i, j) = \varphi(i, j) + \Delta\varphi(i, j). \quad (27)$$

Мапу висот повного рельєфу можна обчислити за аналогічними до (18) або (26) співвідношеннями, підставивши їх в (27), або просто просумувавши отримані мапи висот нано- і макрорельєфу.

Граф-схема алгоритму обробки ІІІ за описаним методом наведена на рис. 2.

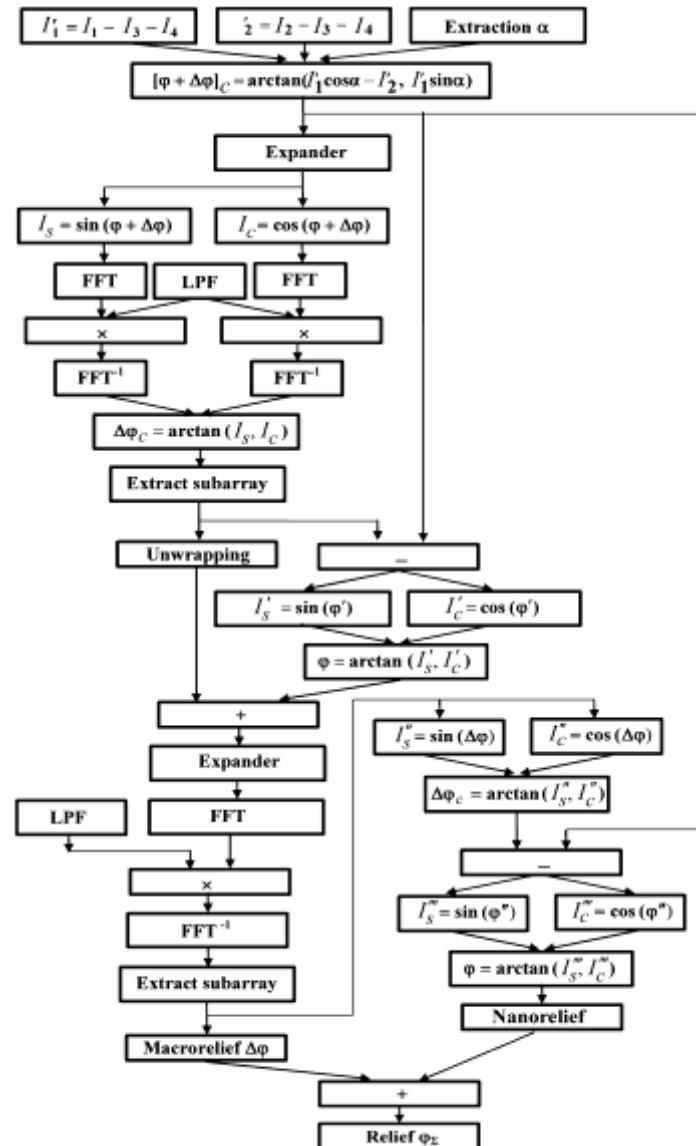


Рис. 2. Граф-схема алгоритму обробки ІІІ.

Комп'ютерне моделювання алгоритму та аналіз похибок відтворення рельєфу поверхні. Похибки запропонованого методу під час відтворення рельєфу нанощорсткої поверхні аналізували за допомогою комп'ютерного моделювання розробленого алгоритму обробки, використовуючи штучно створені інтерферограми (див. рис. 1). Для створених тестових інтерферограм вибрали кут $\alpha_0 = 30^\circ$, тобто такий, результат визначення якого за виразами (4) і (5) для гладких поверхонь має доволі значну похибку, яка зменшується зі збільшенням шорсткості поверхні [8]. Скориставшись алгоритмом оброблення інтерферограм, систематичну похибку $\Delta\alpha = \alpha - \alpha_0$, яку визначають як різницю між кутом α , отриманим за співвідношенням (5), і вибраним для побудови тестових інтерферограм кутом α_0 , обчислили для дев'яти значень стандартних відхилень шорсткості (включно з $\sigma_h = 0$). ФМ РП і його компоненти для кожного з дев'яти значень стандартних відхилень шорсткості обчислювали двічі: використовують кута α , а також – за

його точним значенням $\alpha_0 = 30^\circ$. Для зручності зіставлення результатів комп'ютерного моделювання з експериментальними трансформували зміну фази $\delta\varphi$ у зміну висот РП δh , застосовуючи тривіальну залежність $\delta\varphi = 4\pi(\delta h) / \lambda$, що існує за падіння світла по нормалі до площини об'єкта. Аналогічно стандартне відхилення σ_φ випадкової фази трансформували в стандартне відхилення σ_h шорсткості поверхні за такою ж залежністю.

Результати визначення кута зсуву фази опорного променя α ($\alpha_0 = 30^\circ$) за тестовими інтерферограмами для різних значень шорсткості поверхні разом з даними обрахунку систематичних похибок $\Delta\alpha$ наведені в табл. 1.

Таблиця 1. Результати визначення кута зсуву фази і обрахунку його похибок

σ_h	0	$\lambda/100$	$\lambda/40$	$\lambda/30$	$\lambda/20$	$\lambda/15$	$\lambda/10$	$\lambda/8$	$\lambda/7,5$
$\alpha_0 = 30^\circ$									
α	26°,2464	26°,4193	27°,1723	27°,7416	28°,8857	29°,7271	30°,2739	30°,2089	30°,1745
$\Delta\alpha$	-3°,75363	-3°,58068	-2°,82767	-2°,25839	-1°,1143	-0°,27288	0°,27388	0°,20888	0°,17451

Залежність систематичної похибки $\Delta\alpha$ від шорсткості поверхні в тестових інтерферограмах під час визначення кута зсуву фази (див. рис. 3) свідчить, що систематична похибка $\Delta\alpha$ зменшується, тобто α прямує до α_0 , якщо σ_h зростає.

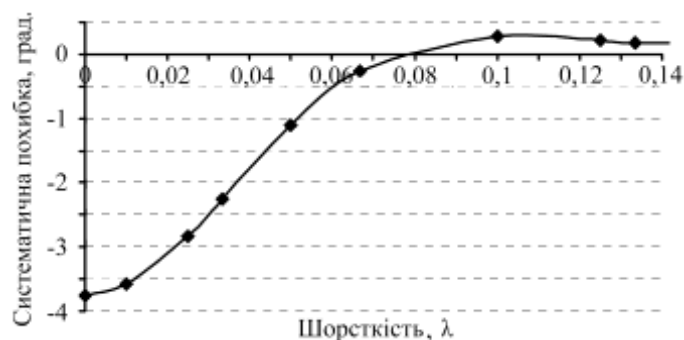


Рис. 3. Систематична похибка $\Delta\alpha$ як функція стандартного відхилення висоти нанорельєфу σ_h (в частках довжини хвилі λ) для кута зсуву $\alpha_0 = 30^\circ$.

Для вибраних кута зсуву $\alpha_0 = 30^\circ$ і тестового макрорельєфу (див. рис. 1) це зменшення зростає зі збільшенням σ_h і майже припиняється, коли σ_h досягає $\lambda/15$ (рис. 3). Таку поведінку цієї залежності можна пояснити зменшенням кількості пікселів, що мають однакову інтенсивність в інтерферограмах $I_1(i, j)$ і $I_2(i, j)$, з ростом σ_h . Чимало таких пікселів знаходиться в інтерферограмах гладких поверхонь. Але їх кількість різко зменшується зі збільшенням шорсткості поверхні. Внесок цих пікселів в абсолютне значення систематичної похибки $\Delta\alpha$ зменшується до $\sigma_h = \lambda/15$ і стає майже однаковим і дуже малим, якщо $\sigma_h > \lambda/15$.

Поетапне відтворення ФМ рельєфу і його компонент рід час обробки удосконаленим алгоритмом тестових інтерферограм з $\sigma_h = \lambda/15$ і заданим зсувом фази $\alpha_0 = 30^\circ$ ілюструє рис. 4. В цьому випадку систематична похибка визначення кута зсуву фази $\Delta\alpha = -0^\circ,27288$.

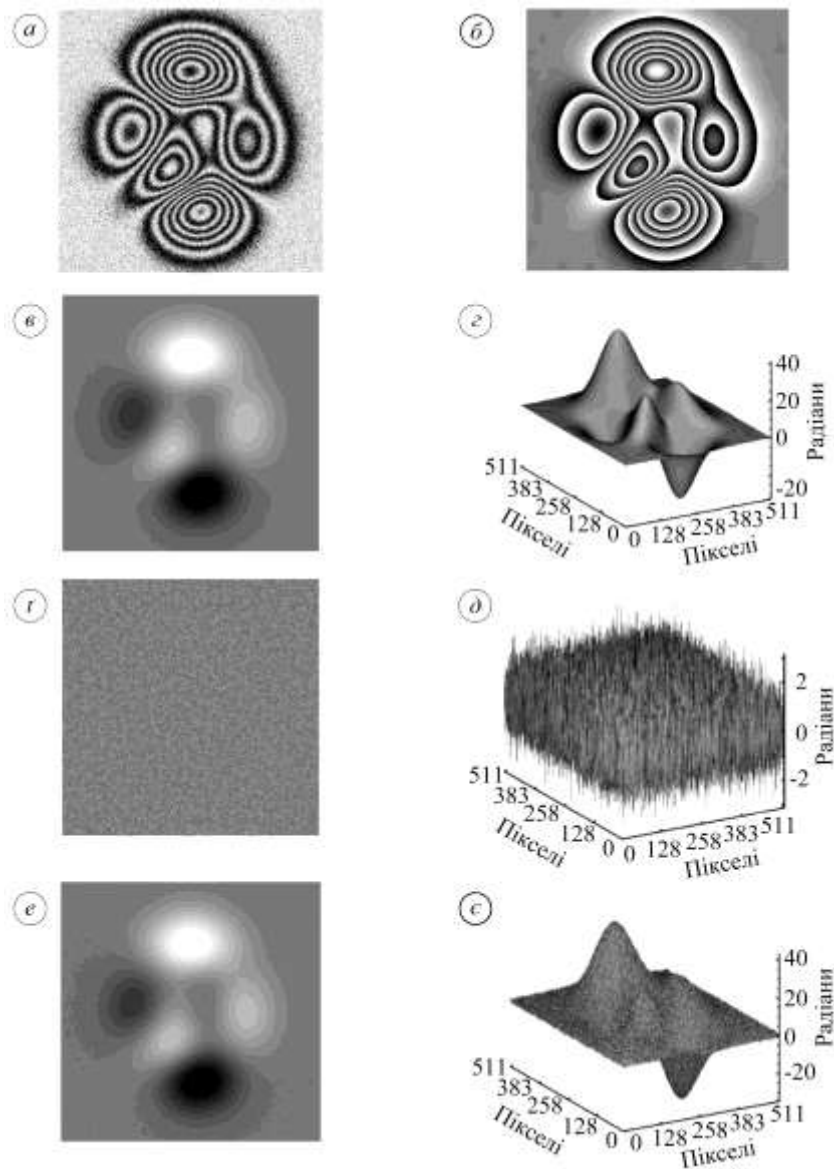


Рис. 4. Результати поетапного оброблення тестових інтерферограм з $\sigma_h = \lambda/15$ і зсувом фази $\alpha_0 = 30^\circ$: *a* – вихідна інтерферограма $I_1(i, j)$; *б* – згорнута фазова мапа $\Delta\varphi_1(i, j)$; *в*, *з* – фазова мапа $\Delta\varphi_1(i, j)$ та її ізометричне зображення; *г*, *д* – фазова мапа $\varphi_1(i, j)$ та її ізометричне зображення; *е*, *є* – фазова мапа $\Delta\varphi_2(i, j)$ і її ізометричне зображення.

Для ілюстрації процесу визначення рельєфу і його компонент вибрали тестові інтерферограми з $\sigma_h = \lambda/15$ як приклад нанорельєфу, що відповідає межі діапазону $-\pi \leq \varphi(i, j) \leq \pi$, в якому відтворення нанорельєфу можливе без обрізання гістограми його фазового поля.

На рис. 5 зображена гістограма заданої ФМ нанорельєфу з $\sigma_h = \lambda/15$, а на рис. 6 – гістограма відповідної ФМ, отриманої після оброблення цих інтерферограм. Як бачимо, обидві гістограми ($\sigma_\varphi = 4\pi/15$) ще локалізовані в межах одного циклу.

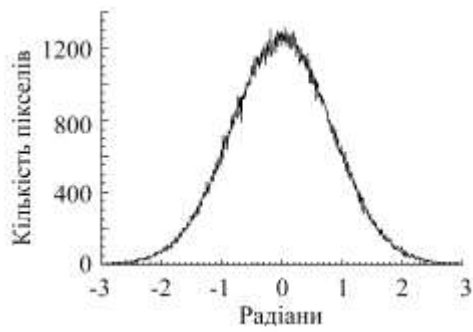


Рис. 5.

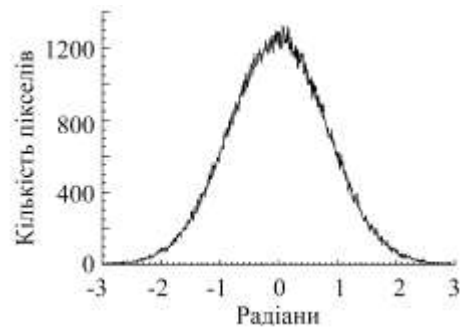


Рис. 6.

Рис. 5. Гістограма заданої фазової мапи $\varphi(i, j)$ нанорельєфу з $\sigma_n = \lambda/15$.

Рис. 6. Гістограма фазової мапи $\varphi(i, j)$ мікрорельєфу, отриманої після оброблення тестових інтерферограм.

Наступний етап оброблення тестових інтерферограм – пояснити необхідність другої ітерації. На рис. 7 зображені профілі по $X = 260$ відтворених ФМ рельєфу: a – згорнутої $[\varphi(i, j) + \Delta\varphi(i, j)]_z$ і b – розгорнутої $\varphi_\Sigma(i, j)$, отриманих за виразами (6) і (15) відповідно.

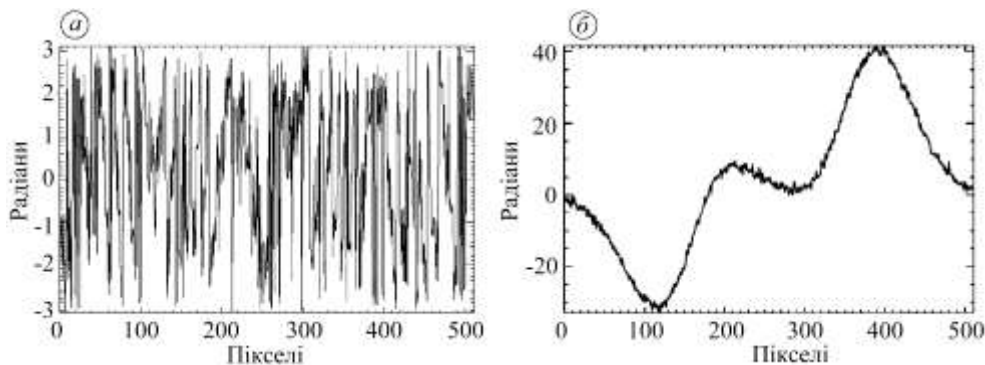


Рис. 7. Профілі згорнутої (а) і розгорнутої (б) фазових мап рельєфу.

Очевидно, згідно з профілями рис. 7, у спектрі просторових частот згорнутої ФМ рельєфу проти спектра розгорнутої дещо складніше відокремити частоти ФМ макрорельєфу. Спектри просторових частот цих ФМ разом з просторовими зображеннями ідеальних фільтрів, які застосовували для виділення ФМ макрорельєфу $\Delta\varphi_z(i, j)$ і $\Delta\varphi(i, j)$, наведені на рис. 8.

Рис. 7 та 8а, в ілюструють першу ітерацію оброблення тестових інтерферограм. Фільтр з частотою зрізу $f_{зр} = 0,2$ виявився оптимальним для виділення згорнутої ФМ $\Delta\varphi_z(i, j)$: через її незначне збільшення або зменшення зростає похибка відтворення ФМ макрорельєфу $\Delta\varphi(i, j)$, а через помітне зменшення (наприклад, за $f_{зр} = 0,1$) спотворюється ФМ $\Delta\varphi_z(i, j)$. Тому виділяти ФМ макрорельєфу за допомогою фільтрації краще із розгорнутої ФМ рельєфу, ніж зі згорнутої (рис. 7б та 8б і з).

Оскільки обрахунок ФМ повного рельєфу $\varphi_\Sigma(i, j)$ за виразом (15) є кінцевою процедурою першої ітерації оброблення тестових інтерферограм, то обрахувати ФМ макрорельєфу із розгорнутої ФМ можна лише шляхом введення в алгоритм другої ітерації, внаслідок чого суттєво зменшуються похибки результату.

До того ж сама процедура фільтрації в обох ітераціях удосконаленого алгоритму дещо змінена (співвідношення (9)–(12) і (16), (17)), через що вдається позбутися впливу крайових ефектів під час ДПФ. Це призводить до додаткового зменшення похибок отриманих результатів, наприклад, похибок ФМ нанорельєфу (рис. 9).

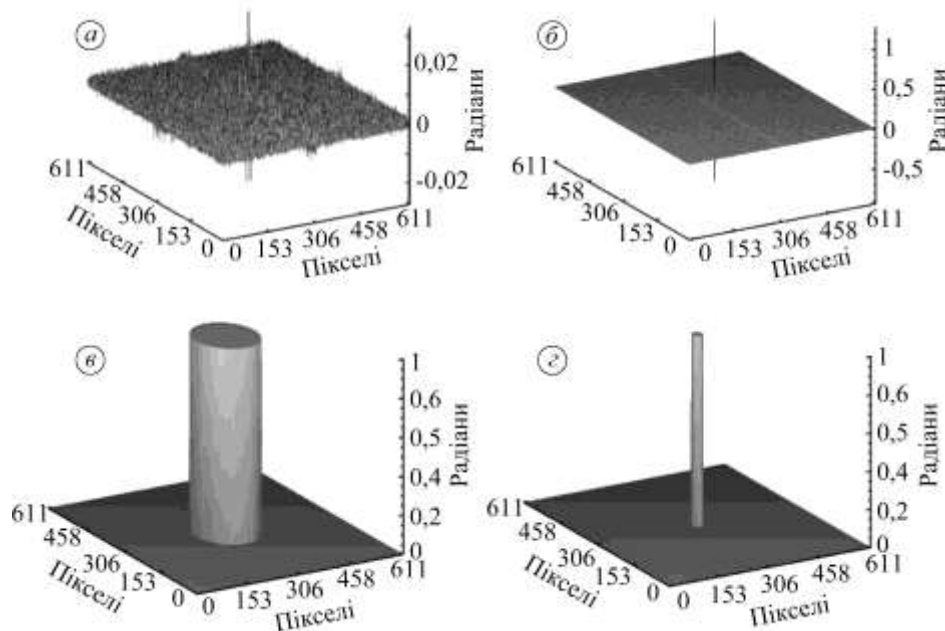


Рис. 8. Спектри фазових мап рельєфу: *a, б* – згорнутої і розгорнутої; *в, з* – просторові зображення фільтрів з частотами зрізу $f_{sp} = 0,2$ та $f_{sp} = 0,033333$.

Модифікований алгоритм обробки ПП для знаходження рельєфу нанощорстких поверхонь оцінювали за результатами аналізу випадкових і систематичних похибок відтворення рельєфів тестових поверхонь різної шорсткості за точного значення кута зсуву опорного променя $\alpha_0 = 30^\circ$ і дев'яти різних кутів, визначених за виразом (5). Випадкові похибки знаходили як стандартні відхилення похибок відтворення макрорельєфу (σ_M), нанорельєфу (σ_n) і повного рельєфу (σ_R) поверхні у вигляді функцій від шорсткості σ_h для відповідних кутів зсуву фази.

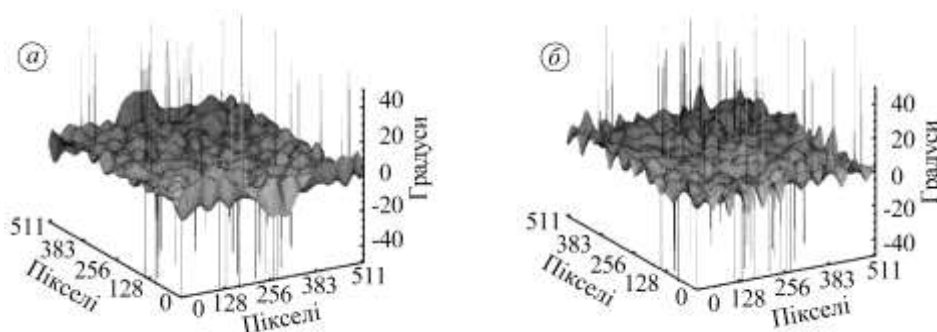


Рис. 9. Ізометричні зображення абсолютних похибок відтвореної ФМ нанорельєфу: *a* – з крайовими ефектами і *б* – після їх усунування.

У табл. 2 наведені дані обрахунку випадкових похибок σ_M відтворення макрорельєфу тестових поверхонь різної шорсткості.

Таблиця 2. Результати обрахунку випадкових похибок σ_M

σ_h	0	$\lambda/100$	$\lambda/40$	$\lambda/30$	$\lambda/20$	$\lambda/16,7$	$\lambda/15$	$\lambda/10$	$\lambda/8$
α	26°,2464	26°,4193	27°,1723	27°,7416	28°,8857	29°,4355	29°,7271	30°,2739	30°,2089
σ_M	0,00372 λ	0,00259 λ	0,00211 λ	0,00212 λ	0,0026 λ	0,003 λ	0,00331 λ	0,00597 λ	0,01088 λ
$\alpha_0 = 30^\circ$									
σ_M	0,00025 λ	0,00094 λ	0,00151 λ	0,00183 λ	0,00254 λ	0,00299 λ	0,00331 λ	0,00602 λ	0,01107 λ

На рис. 10 і 11 подано залежності σ_M від σ_h для відповідних значень кута α , визначених за виразом (5) (суцільна лінія), і для кута зсуву опорного променя $\alpha_0 = 30^\circ$ (штрихова).

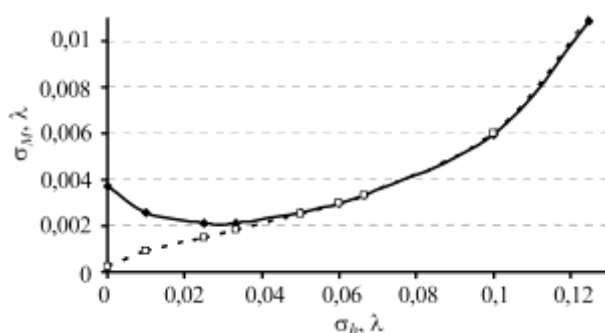


Рис. 10. Стандартне відхилення σ_M випадкової похибки відтворення макрорельєфу як функція від шорсткості тестової поверхні зі стандартним відхиленням σ_h .

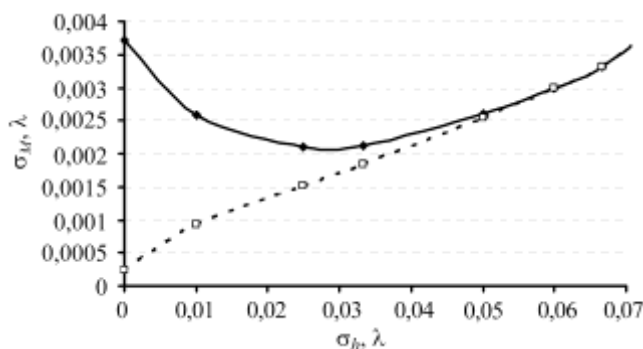


Рис. 11. Початкова ділянка графіка функції, що на рис. 10.

Ці залежності (див. табл. 2 і рис. 11) вказують, що різниця між суцільною і штриховою кривими найбільша за гладкої тестової поверхні ($\sigma_h = 0$), поступово зменшується зі збільшенням σ_h та стає несуттєвою, коли σ_h досягає $\lambda/20$. Якщо $\sigma_h > \lambda/20$, то суцільна і штрихова лінії практично збігаються, і до $\sigma_h = \lambda/10$ помалу піднімаються в напрямку зростання похибок. За $\sigma_h > \lambda/10$ вони криві накладаються, але стрімко вигинаються, адже похибки відчутно збільшуються.

Результати обрахунку випадкових похибок σ_n відтворення нанорельєфу тестових поверхонь різної шорсткості зведені в табл. 3.

Таблиця 3. Результати обрахунку випадкових похибок σ_n

σ_h	0	$\lambda/100$	$\lambda/40$	$\lambda/30$	$\lambda/20$	$\lambda/16,7$	$\lambda/15$	$\lambda/10$	$\lambda/8$
α	26°,2464	26°,4193	27°,1723	27°,7416	28°,8857	29°,4355	29°,7271	30°,2739	30°,2089
σ_n	0,00044 λ	0,00284 λ	0,00294 λ	0,0028 λ	0,0028 λ	0,00424 λ	0,00791 λ	0,05603 λ	0,1073 λ
$\alpha_0 = 30^\circ$									
σ_n	0,00035 λ	0,00101 λ	0,00155 λ	0,00187 λ	0,00257 λ	0,0042 λ	0,00785 λ	0,05598 λ	0,10717 λ

На рис. 12 і 13 побудовано графіки залежності σ_n від величини σ_h для відповідних значень кута α , які визначали за виразом (5) (суцільна лінія), і для $\alpha_0 = 30^\circ$ (штрихова).

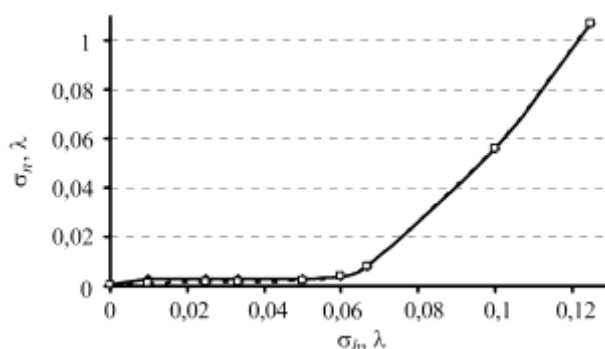


Рис. 12. Стандартне відхилення σ_n випадкової похибки відтворення нанорельєфу як функція від шорсткості тестової поверхні зі стандартним відхиленням σ_h .

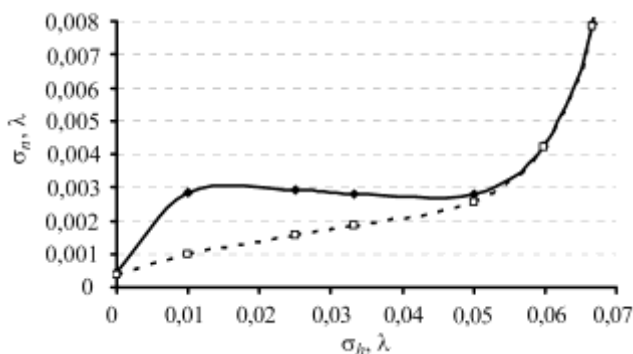


Рис. 13. Початкова ділянка графіка функції, що на рис. 12.

Ці дані (див. табл. 3 і рис. 12) свідчать, що графіки обидвох функцій практично збігаються. Різниця між суцільною і штриховою кривими ледь помітна на ділянці від $\sigma_h = 0$ до $\lambda/16,7$ (див. рис. 12), але все ж таки існує: штрихова крива тут повільно зростає до значення $\sigma_n = 0,0042\lambda$, а значення суцільної $\sigma_n \cong 0,0028\lambda$ на ділянці від $\sigma_h = \lambda/100$ до $\lambda/20$ майже не змінюється (див. рис. 13). За $\sigma_h > \lambda/15$ обидві криві стрімко піднімаються в напрямку збільшення похибок.

Результати обрахунку випадкових похибок σ_R відтворення рельєфу тестових поверхонь зведені в табл. 4.

Таблиця 4. Результати обрахунку випадкових похибок σ_R

σ_h	0	$\lambda/100$	$\lambda/40$	$\lambda/30$	$\lambda/20$	$\lambda/16,7$	$\lambda/15$	$\lambda/10$	$\lambda/8$
α	26°,2464	26°,4193	27°,1723	27°,7416	28°,8857	29°,4355	29°,7271	30°,2739	30°,2089
σ_R	0,00374 λ	0,00358 λ	0,00286 λ	0,0023 λ	0,00118 λ	0,00301 λ	0,00719 λ	0,05586 λ	0,10727 λ
$\alpha_0 = 30^\circ$									
σ_R	0,00037 λ	0,00038 λ	0,00038 λ	0,00038 λ	0,00037 λ	0,00295 λ	0,00712 λ	0,05581 λ	0,10714 λ

Залежності σ_R від σ_h для відповідних значень кута α , визначених за виразом (5) (суцільна лінія), і для кута зсуву опорного променя $\alpha_0 = 30^\circ$ (штрихова) наведені на рис. 14 і 15. Тут, як і на попередніх графіках, на ділянці від $\sigma_h = 0$ до $\lambda/16,7$ також є розбіжність суцільної і штрихової кривих. Ці залежності (див. табл. 4 і рис. 15) свідчать, що різниця між суцільною і штриховою кривими зменшується зі збільшенням σ_h до $\lambda/16,7$, що обумовлено зменшенням похибки визначення кута α (див. рис. 3). Починаючи з $\sigma_h \geq \lambda/16,7$, ці залежності також практично збігаються, а після $\sigma_h = \lambda/15$ стрімко піднімаються разом зі збільшенням похибок, бо в цьому випадку ФП нанорельєфу виходить за межі діапазону $-\pi \leq \varphi(i, j) \leq \pi$, де його відтворення можливе без обрізання гістограми значень ФП.

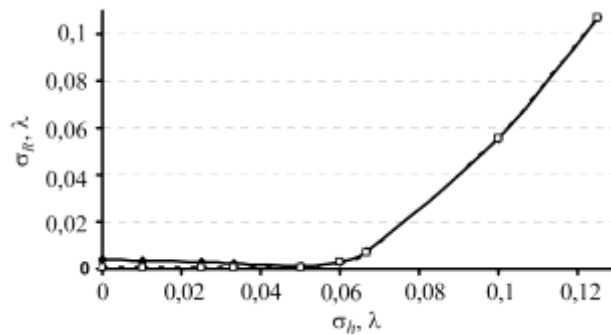


Рис. 14. Стандартне відхилення σ_R випадкової похибки відтворення рельєфу як функція від шорсткості тестової поверхні зі стандартним відхиленням σ_h .

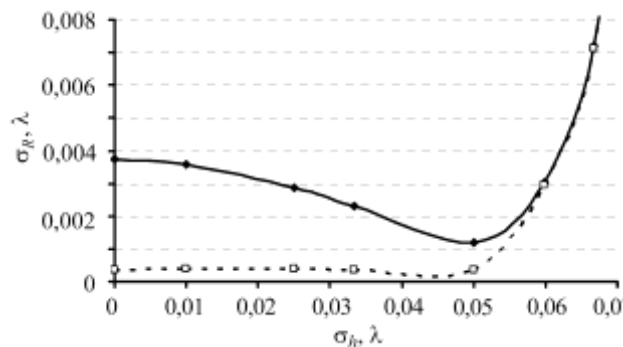


Рис. 15. Початкова ділянка графіка функції, що на рис. 14.

У табл. 5 наведені результати обчислення систематичних похибок E_M , E_n і E_R ($E_R = E_M + E_n$) залежно від стандартного відхилення шорсткості σ_h , для якого за одиницю вимірювання вибрали довжину хвилі λ . Систематичні похиб-

ки визначали як середні арифметичні значення випадкових похибок відтворення ФМ макрорельєфу, нанорельєфу та рельєфу тестових поверхонь різної шорсткості, відповідно.

Таблиця 5. Результати обрахунку систематичних похибок E_M , E_n і E_R

σ_h	0	$\lambda/100$	$\lambda/40$	$\lambda/30$	$\lambda/20$	$\lambda/16,7$	$\lambda/15$	$\lambda/10$	$\lambda/8$
α	26°,2464	26°,4193	27°,1723	27°,7416	28°,8857	29°,4355	29°,7271	30°,2739	30°,2089
E_M	3,46E-3 λ	3,31E-3 λ	2,54E-3 λ	1,99E-3 λ	1,03E-3 λ	5,69E-4 λ	1,71E-4 λ	-4,0E-6 λ	9,79E-5 λ
E_n	-2,18E-8 λ	-2,63E-5 λ	-6,35E-5 λ	-8,12E-5 λ	-1,48E-4 λ	-1,45E-4 λ	-1,54E-4 λ	-2,2E-4 λ	-2,0E-4 λ
E_R	3,46E-3 λ	3,28E-3 λ	2,47E-3 λ	1,91E-3 λ	8,83E-4 λ	4,25E-4 λ	2,2E-4 λ	-2,3E-4 λ	-1,0E-4 λ
$\alpha_0 = 30^\circ$									
E_M	2,33E-6 λ	3,46E-5 λ	6,41E-5 λ	8,02E-5 λ	1,19E-4 λ	1,39E-4 λ	1,71E-4 λ	1,58E-4 λ	6,57E-5 λ
E_n	-3,94E-8 λ	-2,55E-5 λ	-6,06E-5 λ	-7,94E-5 λ	-1,17E-4 λ	-1,45E-4 λ	-1,53E-4 λ	-2,0E-4 λ	-1,7E-4 λ
E_R	2,3E-6 λ	9,15E-6 λ	3,5E-6 λ	7,35E-7 λ	1,97E-6 λ	-5,76E-6 λ	1,81E-5 λ	-4,2E-5 λ	-1,1E-4 λ

Графіки залежностей (рис. 16) систематичних похибок E_M , E_n і E_R від шорсткості тестової поверхні зі стандартним відхиленням σ_h для відповідних значень кута α , визначених за виразом (5) (суцільна лінія), і для кута зсуву опорного променя $\alpha_0 = 30^\circ$ (штрихова) виявили, що систематична похибка відтворення повного рельєфу E_R має тенденцію до спаду, якщо σ_h зростає. Порівняння її залежностей на цих графіках з відповідними на рис. 14 вказує на те, що внесок систематичної похибки в результуючу похибку $E_R + \sigma_R$ зменшується, якщо шорсткість зростає.

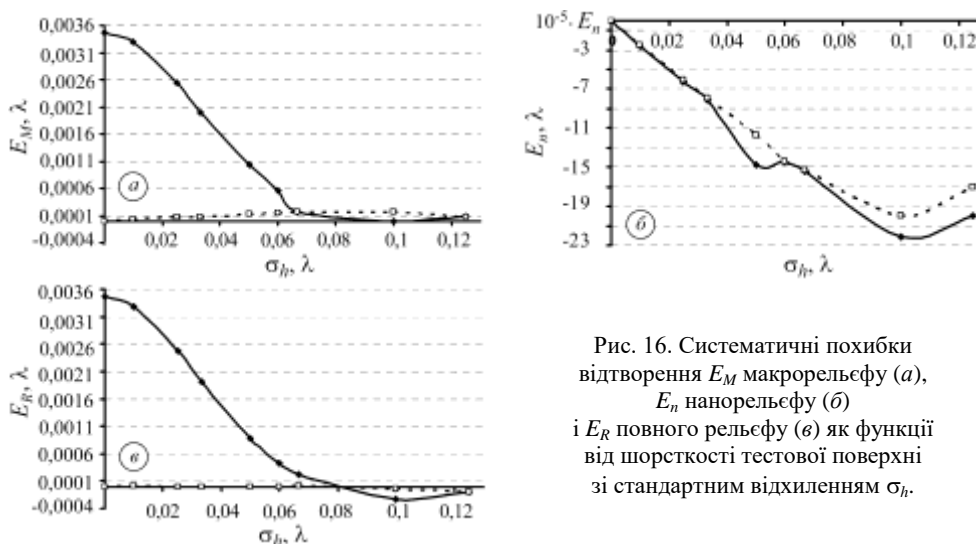


Рис. 16. Систематичні похибки відтворення E_M макрорельєфу (а), E_n нанорельєфу (б) і E_R повного рельєфу (в) як функції від шорсткості тестової поверхні зі стандартним відхиленням σ_h .

Ізометричні зображення ФМ $\varphi_\Sigma(i, j)$ рельєфу з різними $\sigma_\varphi = 4\pi\sigma_h / \lambda$, екстрагованих за відповідних значень кута α , що визначені за виразом (5), подано на рис. 17.

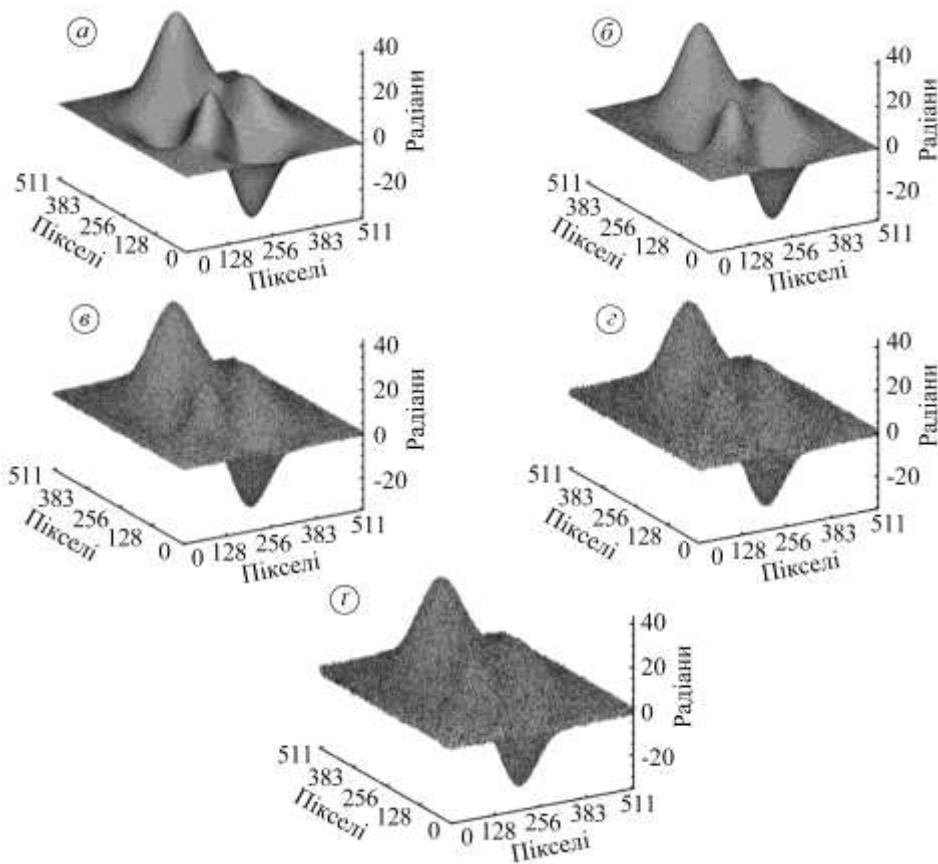


Рис. 17. Ізометричні зображення екстрагованих фазових мап $\varphi_{\Sigma}(i, j)$ повного рельєфу:
 $a - \sigma_h = \lambda/100$; $b - \lambda/40$; $v - \lambda/16,7$; $z - \lambda/10$; $r - \lambda/8$.

Результати моделювання виявили, що зі збільшенням шорсткості поверхні зростає кількість елементів нанорельєфу, в яких значення σ_{φ} перевищили один цикл відтвореної згорнутої ФМ. Гістограма відтвореної ФМ тестового нанорельєфу зі стандартними відхиленнями шорсткості поверхні $\sigma_{\varphi} = 4\pi/15$ зображена на рис. 6, а зі стандартними відхиленнями $\sigma_{\varphi} = 4\pi/10$ і $4\pi/8$ – на рис. 18.

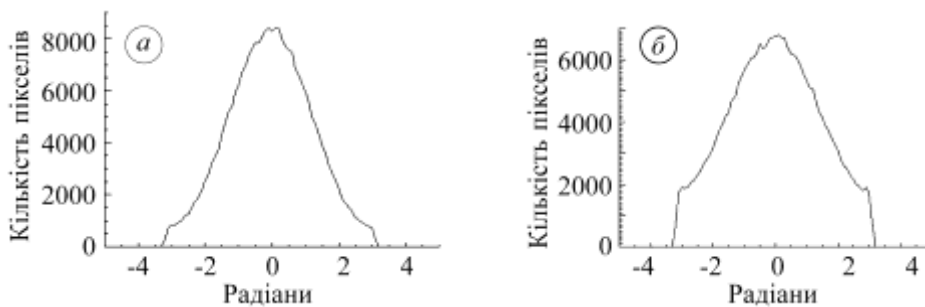


Рис. 18. Гістограми відтворених фазових мап тестових нанорельєфів поверхні:
 $a - \sigma_{\varphi} = 4\pi/10$ і $b - 4\pi/8$.

Отже, перша гістограма (див. рис. 6, $\sigma_{\varphi} = 4\pi/15$) все ще повністю локалізо-

вана в межах одного періоду: $-\pi \leq \varphi(i, j) \leq \pi$. Водночас дві останні ($\sigma_\varphi = 4\pi/10$ і $4\pi/8$) своїми хвостами вже перевищують один період, що очевидно з рис. 18, де вони обрізані за межами першого періоду.

Таке усічення гістограми може слугувати ознакою суттєвих похибок відтворення нанорельєфу, спричинених неможливістю розгорнути отриману ФМ. Таким чином, толерантні значення похибки відтворення ФМ нанорельєфу можна отримати за цим методом тоді, коли $\sigma_h < \lambda/10$. Хоч метод ще спрацьовує, якщо нанорельєф тестових поверхонь має стандартне відхилення в діапазоні $\lambda/10 \leq \sigma_h \leq \lambda/8$, проте це вже на межі його робоздатності, за яку, згідно з результатом тестування, можна вважати $\sigma_h = \lambda/8$.

Результати поетапного відтворення ФМ рельєфу і його компонент під час оброблення алгоритмом тестових інтерферограм з $\sigma_h = \lambda/8$ і зі заданим зсувом фази $\alpha_0 = 30^\circ$ наведені на рис. 19. Тут систематична похибка визначення кута зсуву фази $\Delta\alpha = 0^\circ, 20888$.

На цьому рисунку зображено: *a* – вихідну інтерферограму $I_1(i, j)$; *b* – згорнуту ФМ макрорельєфу $\Delta\varphi_3(i, j)$; *v, z* – ФМ макрорельєфу $\Delta\varphi(i, j)$ після розгортання та її ізометричне зображення; *r, d* – ФМ нанорельєфу $\varphi(i, j)$ та її ізометричне зображення; *e* – ФМ повного рельєфу $\varphi_\Sigma(i, j)$. Ізометричне зображення ФМ повного рельєфу подано на рис. 17 *r*.

З порівняння гістограм відтворених ФМ нанорельєфу з $\sigma_h = \lambda/10$ (рис. 18*a*) і нанорельєфу з $\sigma_h = \lambda/8$ (рис. 18*b*) видно, що в останньому випадку маємо вже значне обрізання хвостів гістограми, внаслідок якого виникає дуже велика випадкова похибка визначення ФМ нанорельєфу $\sigma_n = 77^\circ, 256808$, у той час як систематична залишається малою $E_n = -0^\circ, 1435$. З іншого боку, зіставлення згорнутих ФМ макрорельєфу (рис. 4*b*) і макрорельєфу з $\sigma_h = \lambda/8$ – (рис. 19*b*) вказує на наявність в останньому помітних спотворень через збільшення шорсткості (на межі робоздатності алгоритму). Застосування для виділення ФМ макрорельєфу ФНЧ з меншою частотою зрізу або навіть невелике збільшення шорсткості тестової поверхні ($\sigma_h > \lambda/8$) дають катастрофічні наслідки, тобто унеможливають відтворення розгорнутої ФМ макрорельєфу.

Залежності похибок відтворення рельєфу і його компонент від шорсткості тестових поверхонь для удосконаленого алгоритму (суцільні лінії на наведених вище графіках) свідчать про суттєве зменшення похибок порівняно з відповідними залежностями для його попередньої версії [8]. Зокрема, похибки σ_M відтворення макрорельєфу зменшуються в 1,6 рази для поверхні з $\sigma_h = \lambda/100$ або в 5 разів для поверхонь з $\sigma_h = \lambda/15$, $\lambda/10$ і $\lambda/8$. Загалом у всьому діапазоні шорсткості, тобто від $\sigma_h = 0$ до $\lambda/8$, похибки зменшуються у 3,85 рази.

Штрихові лінії на наведених вище графіках – це теоретична межа для похибок отриманих результатів за використання удосконаленого алгоритму обробки П за умови точного значення кута зсуву фази опорного променя.

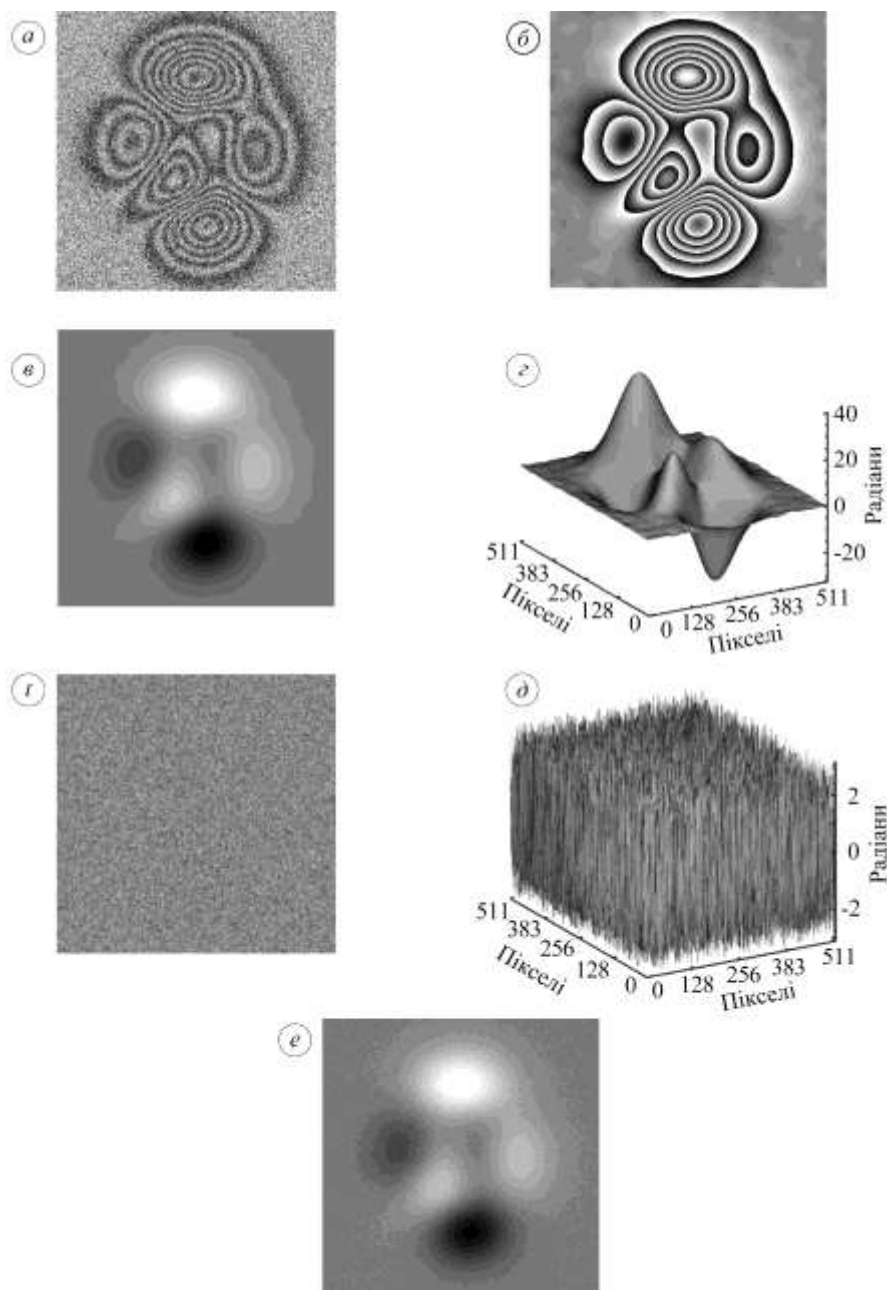


Рис. 19. Результати поетапної обробки запропонованим алгоритмом тестових інтерферограм з $\sigma_h = \lambda/8$ і заданим зсувом фази $\alpha_0 = 30^\circ$.

ВИСНОВКИ

Запропоновано удосконалений алгоритм обробки ІП, що дає можливість відтворювати окремо повний рельєф гладкої або наношорсткої поверхонь та його компоненти – макрорельєф (хвилястість) та нанорельєф (шорсткість). Аналіз похибок відтворення РП за цим алгоритмом дав можливість виділити два чинники, які суттєво впливають на похибки визначення компонент РП.

Встановлено, що похибка відтворення РП як суми макро- і нанорельєфів значно менша від похибок відтворення цих компонент. Тому виділяти ФМ макрорельєфу за допомогою фільтрації краще із розгорнутої ФМ, ніж зі згорнутої,

що можливо шляхом введення в алгоритм другої ітерації відтворення РП, яка призводить до значного зменшення похибок. Другий чинник пов'язаний з крайовими ефектами, які під час виділення ФМ макрорельєфу збільшують похибку його відтворення.

Залежності похибок відтворення РП і його компонент від шорсткості тестових поверхонь для удосконаленого алгоритму свідчать про суттєве їх зменшення порівняно з відповідними залежностями його попередньої версії. Зокрема, середньоквадратична похибка σ_M відтворення макрорельєфу зменшується від 1,6 до 5 разів. В середньому в усьому діапазоні шорсткості похибки зменшуються у 3,8 рази.

1. Ostash, O. P.; Muravsky, L. I.; Andreiko, I. M.; Voronyak, T. I.; Kmet, A. B.; Vira, V. V. Method for determination of fatigue process zone dimensions. UA Patent for utility model 42549, July 10, **2009**. [in Ukrainian]
2. Voronyak, T.; Kmet, A.; Muravsky, L. Research of a microrelief of a solid surface and its displacements by the method of phase-shifting interferometry. In *Fracture Mechanics of Materials and Strength of Structures*; Panasyuk, V. V., Ed.; Karpenko Physico-mechanical Institute: Lviv, **2009**; pp. 377–382. [in Ukrainian]
3. Ostash, O.P.; Muravsky, L.I.; Voronyak, T.I.; Kmet, A.B.; Andreiko, I.M.; Vira, V.V. Determination of the size of the fatigue prefracture zone by the method of phase-shifting interferometry. *Materials Sci.* **2011**, 46, 781–788. <https://doi.org/10.1007/s11003-011-9353-1>
4. Muravsky, L. I.; Ostash, O. P.; Kmet, A. B.; Voronyak, T. I.; Andreiko, I. M. Two-frame phase-shifting interferometry for retrieval of smooth surface and its displacement. *Opt. Lasers Eng.* **2011**, 49, 305–312. <https://doi.org/10.1016/j.optlaseng.2010.11.021>
5. Muravsky, L. I.; Kmet, A. B.; Voronyak, T. I. Retrieval of diffusing surface by two-frame interferometric method with blind phase shift of a reference wave. *Proc. SPIE.* 2011, 8007, 80071F-1. <https://doi.org/10.1117/12.902885>
6. Muravsky, L. I.; Picart, P.; Kmet, A. B.; Voronyak, T. I.; Ostash, O. P.; Stasyshyn, I. V. Evaluation of fatigue process zone dimensions in notched specimens by two-step phase shifting interferometry technique. *Opt. Eng.* **2016**, 55(10), 104108, 1–9. <https://doi.org/10.1117/1.OE.55.10.104108>
7. Geometric Product Specifications (GPS) – Surface texture: areal is an International Organisation for Standardisation collection of international standards relating to the analysis of 3D areal surface texture, ISO 25178–2:2012.
8. Muravsky, L. I.; Kmet, A. B.; Voronyak, T. I. Retrieving the relief of low-roughness surface using a two-step interferometric method with blind phase shift of a reference wave. *Opt. Lasers Eng.* **2012**, 50, 1508–1516. <https://doi.org/10.1016/j.optlaseng.2012.06.011>
9. Bobkov, Yu. N.; Molodov, V. D. Method of phase shift measurement. Author's Certificate of the USSR 256867, **1969**. [in Russian]
10. Rodgers, J. L.; Nicewander, W. A. Thirteen ways to look at the correlation coefficient. *Am. Stat.* **1988**, 42, 59–66. <https://doi.org/10.1080/00031305.1988.10475524>
11. Van Brug, H. Phase step calibration for phase-stepped interferometry. *Appl. Opt.* **1999**, 38, 3549–3555. <https://doi.org/10.1364/AO.38.003549>
12. Shulev, A.; Russev, I.; Sainov, V. New automatic FFT filtration method for phase maps and its application in speckle interferometry. *Proc. SPIE.* **2003**, 4933, 323–327. <https://doi.org/10.1117/12.516658>
13. Aebischer, H. A.; Waldner, S. A simple and effective method for filtering speckle-interferometric phase fringe patterns. *Opt. Commun.* **1999**, 162, 205–210. [https://doi.org/10.1016/S0030-4018\(99\)00116-9](https://doi.org/10.1016/S0030-4018(99)00116-9)

Одержано 25.09.2020