

РОЗВИТОК 3D-РЕКОНСТРУКЦІЇ ПОВЕРХНІ ЗА ТРІАДОЮ ЗОБРАЖЕНЬ НА ОСНОВІ ЛАМБЕРТІВСЬКОЇ МОДЕЛІ ВІДБИТТЯ

В. Г. Іванюк, Б. П. Русин, Р. Я. Косаревич

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів

E-mail: kosarevych@ipm.lviv.ua, rusyn@ipm.lviv.ua

Запропоновано метод реконструкції поверхні об'єкта за серією його зображень на основі ламбертівської моделі відбиття світла. Вихідні зображення отримані методом фотозйомки за природного освітлення. Параметри моделі визначено за зміною положення джерела світла з використанням додаткового затінення та незмінного положення приймача. Серія містить тріаду зображень, отриманих за різних напрямків освітлення, а також затінене зображення поверхні об'єкта реконструкції. На першому етапі реконструюють похідні поверхні об'єкта, далі їх накопичують і визначають висоти. Щоб спростити складність практичної реалізації, запропоновано об'єктом 3D-реконструкції обрати макет піраміди. Фотозйомку тріади зображень піраміди виконують до полудня, в полудень та після полудня. Інформацію тріади та затіненого зображення поверхні обробляють у системі, де спочатку визначають напрямки освітлення на основі даних про висоту Сонця у верхній кульмінації в день фотозйомки, а також часу фотозйомки. Реалізовано процедуру визначення висоти Сонця в певний день року. Обчислені напрямки освітлення на основі ламбертівської моделі відбиття світла реконструйовано у горизонтальні та вертикальні похідні. В результаті дискретного накопичення похідних відбувається реконструкція поверхні піраміди.

Ключові слова: 3D-реконструкція, модель відбиття, тріада зображень.

DEVELOPMENT OF 3D SURFACE RECONSTRUCTION BY THE IMAGES TRIAD BASED ON THE LAMBERTIAN REFLECTION MODEL

V. G. Ivanyuk, B. P. Rusyn, R. Ya. Kosarevych

H. V. Karpenko Physico-Mechanical Institute of the NAS of Ukraine, Lviv

A method for reconstructing the surface of an object using a series of images based on the Lambertian model of light reflection is proposed. The original images are obtained by the method of photography under natural lighting. The model parameters are determined by changing the position of the light source using additional shading and the stable position of the receiver. The series contains a triad of images obtained from different directions of illumination and a shaded image of the surface of the reconstruction object. In the first stage, the derived surfaces of the reconstruction object are reconstructed. The next step is the accumulation of derivatives and determination of the surface height of the reconstruction object. To simplify the complexity of the practical implementation of the 3D-reconstruction a pyramid layout is chosen. The photography of the triad of images of the pyramid is done before noon, at noon and in the afternoon. The information about the triad and the shadowed image of the pyramid surface enters the processing system, where the directions of the photograph lighting are first determined. The parameters of the lighting directions are determined based on data on the height of the Sun at its upper culmination on the day and the time of the photo shoot. The procedure for determining the elevation of the Sun on a particular day of the year has been implemented. Calculated lighting direction data and image information using the Lambertian model of light reflection are reconstructed into horizontal and vertical derivatives. As a result of the discrete accumulation of derivatives, the pyramid surface is reconstructed.

Keywords: 3D-reconstruction, reflection model, image triad.

© В. Г. Іванюк, Б. П. Русин, Р. Я. Косаревич, 2022

Вступ. Серед методів дистанційного контролю тривимірної (3D) реконструкції об'єктів – одна з найуживаніших інформаційних технологій, яку широко застосовують у системах технічного зору, робототехніці, комп'ютерній графіці, неруйнівному контролю матеріалів, а також дистанційному зондуванні поверхні Землі, для створення цифрових моделей рельєфу [1–7]. В останньому випадку серед споживачів реконструкції є будівельники та екологи [8].

Існуючі підходи до 3D-реконструкції мають цілу низку недоліків. Їх усунення вимагає вдосконалення існуючих інформаційних технологій 3D-реконструкції. Так, за стерео реконструкції (ЗДС) необхідно усунути на одному зі зображень стереопари значну за розмірами зону загороджених пікселів (ЗП), яка звужує інформацію реконструкції, а отже, блокує тривимірну реконструкцію. Для тривимірної відтворення за фотометричним стерео [9, 10] та алгоритмами SFS [11] недоліки зумовлені присутністю на об'єкті аналізу зони, де змінюється дифузний коефіцієнт (ДК) відбиття поверхні. Одним із поширених методів 3D-реконструкції поверхні об'єктів без ЗП є 3D-реконструкція на основі Ламбертівської моделі відбиття (ЗДЛМВ) [12, 13], але її система не може освітлювати значні за розмірами об'єкти (десятьки сантиметрів), які розташовані на частинах будинків, газопроводів, мостів та інших об'єктів інфраструктури. Тому роботу присвятили розробці методів і програмно-технічних засобів 3D-реконструкції, в яких усувається згадані вище обмеження, а саме: вплив завад, викликаних загородженими пікселів на зображеннях; обмеження, зумовлені зоною, де змінюється дифузний коефіцієнт відбиття поверхні; обмеження за розміром об'єктів у ЗДЛМВ.

Зважаючи на завади та недоліки реконструкцій, перспективною для вдосконалення і модернізації вважають 3D-реконструкцію за серією зображень [12–14]. Вона потребує вдосконалень, які дозволять реконструювати об'єкти, що мають розміри десятків сантиметрів. Для її практичної реалізації система освітлення фотозйомки повинна мати джерело світла і засоби формування та визначення його напрямку. Під час фотозйомки відбите від поверхні досліджуваного об'єкта світло сприймається фотокамерою і передається для аналізу в комп'ютер. Крім габаритів досліджуваних об'єктів, слід врахувати їхні характеристики відбиття. Зауважимо, що під час відновлення тривимірної структури поверхні об'єктів розглядають дифузне і дзеркальне відбиття [15, 16]. Оскільки об'єкти з дифузним відбиттям, які мають однакову світлову інтенсивність у всіх напрямках спостереження, є простіші для аналізу та відновлення 3D-інформації, то розглянемо їх.

Головна ідея запропонованого методу 3D-реконструкції полягає в тому, що під час фотозйомки для забезпечення освітлення значних за розміром об'єктів джерелом світла обрали сонце. Далі серед алгоритмів за моделлю відбиття [12–14] необхідно обрати варіант, який буде реалізовано за умов сонячного освітлення для фотозйомки зображень. Щоб спростити складність практичної реалізації запропонованого алгоритму, об'єктом 3D-реконструкції обрали макет піраміди із дифузним відбиттям поверхні.

Метод тривимірної реконструкції поверхні об'єкта за тріадою зображень. Раніше розглянута [12, 13] задача тривимірної реконструкції поверхні матеріалу за тріадою її зображень, де габарити об'єкта лежать у міліметровому діапазоні. Розглянемо 3D-реконструкцію за тріадою зображень на основі фотозйомки об'єкта реконструкції у променях сонця. Для цього використовують інформацію тріади та затіненого зображення поверхні об'єкта реконструкції, застосовуючи для односторонньої фотозйомки три напрямки освітлення, а саме: фотозйомку з напрямком освітлення L_1 – до полудня, L_0 – в полудень і L_2 – після полудня.

Окрім зображень об'єктів відтворення, для 3D-реконструкції необхідно знати напрямки освітлення. Тому виникає завдання – визначити параметри тріади напрямків освітлення L_0 , L_1 , L_2 . Фотозйомку здійснюють впродовж одного дня.

Відомий день і час фотозйомки кожного зображення, географічна широта об'єкта реконструкції φ_g .

Шукатимемо параметри напрямку освітлення L_0 на основі інформації про день фотозйомки. Нехай у точці фотозйомки на земній поверхні маємо декартову систему координат XYZ (рис. 1а), де вісь X має напрям північ-південь, а напрям L_0 таку форму:

$$L_0 = (L_{x0}, L_{y0}, L_{z0}) = (\cos\varphi, 0, \sin\varphi), \quad (1)$$

де φ – висота Сонця у верхній кульмінації. Розглянемо умови визначення параметра φ упродовж року. Коли фотозйомка є в рівнодення для об'єкта реконструкції, який знаходиться на широті φ_g , то $\varphi = 90^\circ - \varphi_g$. В інший день треба ввести поправку:

$$\varphi = \delta + 90^\circ - \varphi_g, \quad (2)$$

де δ – схилення Сонця. З географії відомо, що вісь обертання Землі нахилена до площини її орбіти під кутом $66^\circ 34'$. Отже, земний екватор має стосовно площини орбіти нахил, рівний $\varepsilon = 23^\circ 26'$ – нахил екліптики до небесного екватора, який вона перетинає у двох точках за весняного та осіннього рівнодення. Враховуючи цей нахил, а також річну періодичність руху Землі навколо Сонця, для опису зміни схилення Сонця для днів рівнодення можна використовувати вираз

$$\delta = \pm \varepsilon \sin(2\pi\omega t), \quad (3)$$

де ω – частота руху Землі навколо Сонця; t – час у днях.

Для днів літнього і зимового сонцестояння схилення Сонця описуватимемо подібним виразом:

$$\delta = \pm \varepsilon \cos(2\pi\omega t). \quad (4)$$

Таким чином, здійснивши фотозйомку у певний день року у полудень, можна знайти схилення Сонця δ та визначити кут φ . Отже, під час фотозйомки, а також за реконструкції, отримаємо напрям освітлення L_0 .

На другому кроці задачі встановлення напрямків освітлення сонцем розглянемо параметри напрямків L_1, L_2 .

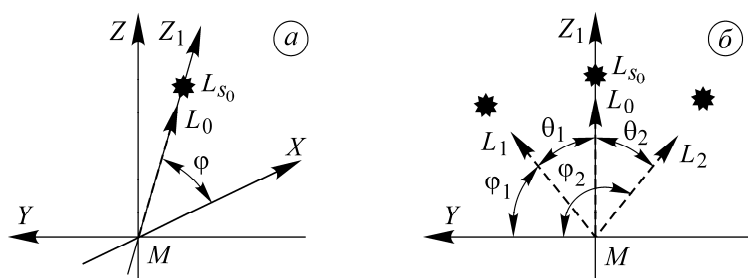


Рис. 1. Геометрична інтерпретація локалізації сонця L_{s0} і напрямку освітлення L_0 у тривимірному просторі стосовно точки M поверхні об'єкта у системі координат XYZ (а).

Локалізації напрямків освітлення сонця L_0, L_1, L_2 у системі координат $[YZ_1]$ (б).

Нехай відомі день і час фотозйомки. На основі цього необхідно ввести систему координат, яка описує рух Сонця у тривимірному просторі упродовж дня і якій належать напрямки освітлення L_1 та L_2 . Щоб ввести таку систему, зробимо наближення. Вважаємо, що добове схилення сонця (3) упродовж дня незмінне, а отже, його добовий шлях належить площині YZ_1 . Ця площина містить вісь Y (захід–схід) у тривимірному просторі XYZ і нахилена до площини XY під кутом φ . Напрямки освітлення L_1 та L_2 належать цій площині. Локалізацію L_1 та L_2 , а та-

кож L_0 у системі координат YZ_1 подано на рис. 1б. У цій системі координат напрямки освітлення L_1 та L_2 мають такий вигляд:

$$L_i = (\cos\varphi_i, \sin\varphi_i), \quad i = 1, 2, \quad (5)$$

де кути φ_i визначають з виразів:

$$\varphi_1 = \pi/2 - \theta_1, \quad (6)$$

$$\varphi_2 = \pi/2 - \theta_2. \quad (7)$$

Розглянемо практичне встановлення кута φ_1 (6) у фотозйомці з напрямком L_1 . Нехай задано час фотозйомки, а час полудня відповідає куту $\pi/2$. Визначимо їх різницю, яка є кутом θ_1 у часовій формі, трансформуємо у радіани коефіцієнтом $k = 6,28/(24 \times 60) = 0,0044$. Кут θ_1 у радіанах дає змогу визначити кут φ_1 .

Аналогічно визначимо кут φ_2 . Спираючись на кути φ_1, φ_2 , для реконструкції можна визначити напрямки освітлення L_1, L_2 зі застосуванням системи координат XYZ за виразом $L_{ix} = (L_{ix}, L_{iy}, L_{iz}), i = 1, 2$. L_1, L_2 належать площині YZ_1 , тому проєкції $L_{x1} = L_{x2} = \cos\varphi$. Щоб врахувати кути φ, φ_1 та φ_2 , напрямки освітлення L_1, L_2 шукатимемо у такій формі:

$$L_i = (\cos\varphi, a\cos\varphi_i, a\sin\varphi_i), \quad i = 1, 2. \quad (8)$$

Підставивши (8) у вираз

$$L_{ix}^2 + L_{iy}^2 + L_{iz}^2 = 1 \quad (9)$$

отримаємо:

$$a = \sin\varphi, \quad (10)$$

а рівняння (10) в (8), одержимо

$$L_i = (\cos\varphi, \sin\varphi\cos\varphi_i, \sin\varphi\sin\varphi_i), \quad i = 1, 2. \quad (11)$$

Таким чином, отримано опис напрямків освітлення фотозйомки, який необхідний і достатній для подальшої реконструкції.

На аналітичному етапі запропонуємо метод тривимірної реконструкції об'єкта, який має поверхню $F(x, y, z) = 0$. Раніше [12, 13] розглянуто задачу 3D-реконструкції поверхні матеріалу за тріадою її зображень, де габарити об'єкта лежать у міліметровому діапазоні і використовують технічне освітлення під час фотозйомки.

Розглянемо 3D-реконструкцію за тріадою зображень на основі фотозйомки зображень об'єкта у променях сонця. Нехай фотозйомкою з напрямками освітлення L_0, L_1, L_2 отримано значення інтенсивності для тріади зображень поверхні об'єкта реконструкції:

$$I_{\lambda n} = I_a + I_{p\lambda}k_d(N \cdot L_n), \quad n = 0, 1, 2, \quad (12)$$

де I_a – інтенсивність розсіяного світла; $I_{p\lambda}$ – інтенсивність джерела освітлення; k_d – дифузний коефіцієнт, який визначає рівень дифузного відбиття досліджуваної точки поверхні; N – одиничний вектор нормалі до поверхні $F(x, y, z) = 0$ у досліджуваній точці $M = (x, y, z)$.

Подібно отримуємо затінене зображення I_a . Оцінюємо таке зображення штучним затіненням поверхні об'єкта реконструкції. Подану інформацію (12) шляхом алгебраїчних перетворень трансформуємо у таку систему рівнянь:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

де $A_{11} = (I_{\lambda 1} - I_{\lambda 0})\text{ctg}\varphi$, $A_{21} = (I_{\lambda 2} - I_{\lambda 0})\text{ctg}\varphi$, $A_{12} = I_{0a}\cos\theta_1$, $A_{22} = I_{0a}\cos\theta_2$, $B_1 = I_{1a} - I_{0a}\sin\theta_1$, $B_2 = I_{2a} - I_{0a}\sin\theta_2$. Тут $I_{na} = I_{\lambda n} - I_a$, $n = 0, 1, 2$.

Якщо напрями освітлення L_0, L_1, L_2 встановлені і отримані зображення $I_{\lambda_0,ik}, I_{\lambda_1,ik}, I_{\lambda_2,ik}$, а також $I_{a,ik}$, $i = 1, \dots, I$; $k = 1, \dots, K$, то за одержаними виразами (13) можна визначити похідні p, q , тобто дотичні вектори у точці поверхні M .

Експериментальна частина. Спочатку визначимо об'єкт реконструкції. В перспективі – це частини будинків, тому доцільно вибрати схожий об'єкт. Щоб контролювати якість реконструкції, на першому експериментальному етапі варто мати об'єкт невеликий за розмірами. Тому використовуватимемо невеликий макет піраміди. Наступний крок – реконструкція піраміди за тріадою її зображень.

Нехай фотозйомкою отримано тріаду зображень поверхні піраміди (12) і за виразами (13) визначені похідні p, q . Детальніше реконструкція похідних має такий вигляд. За виразом (13) у кожній точці i_k визначають похідні p_{ik} і q_{ik} , де $i = 1, \dots, I$; $k = 1, \dots, K$; $\Delta x, \Delta y$ – кроки дискретизації. Висоту z_{ik} знаходимо інтегральним накопиченням (дискретною апроксимацією інтегрального накопичення) похідних p, q , починаючи від опорної точки, яку вибираємо на площині. Висоту в опорній точці вважаємо відомою:

$$z_{ik} = z_{i1} + \Delta y \sum_{m=1}^{k-1} q_{1m} + \Delta x \sum_{n=1}^{i-1} p_{nk}, \quad (14)$$

де $i = 1, \dots, I$; $k = 1, \dots, K$; $\Delta x, \Delta y$ – кроки дискретизації, де z_{i1} – опорна точка. Вираз (14) можна реалізувати трьома етапами. На першому – накопиченням горизонтальних похідних, яке є третьою складовою (14), знаходимо горизонтальні профілі піраміди

$$z_{sik} = \Delta x \sum_{n=1}^{i-1} p_{nk}, \quad i = 1, \dots, I. \quad (15)$$

На другому – на основі накопичення вертикальних похідних, яке є другою складовою (14), знаходимо вертикальний профіль піраміди

$$z_{vlk} = \Delta y \sum_{m=1}^{k-1} q_{1m}, \quad (16)$$

де $k = 1, \dots, K$; $l \in [-1, 1]$, $l = \text{const}$. На основі двох попередніх етапів (15) та (16) можна реконструювати поверхню піраміди

$$z_{ik} = z_{i1} + z_{vlk} + z_{sik}, \quad i = 1, \dots, K; \quad l \in [-1, 1]. \quad (17)$$

Практичне застосування розробленого алгоритму. Для апробації алгоритму 3D-реконструкції піраміди використовували фотоінформацію, отриману на макеті. Фотозйомку піраміди виконували за допомогою кольорової фотокамери 10 mp CANON EOS 40D Body. Під час фотозйомки I_{λ_0} напрямок освітлення сонцем забезпечували з такими координатами: $L_0 = (0,45; 0; 0,89)$, що за виразом (1) відповідає куту $\varphi = 63,37^\circ$ (див. рис. 1а), а під час фотозйомки зображення I_{λ_1} – з такими: $L_1 = (0,45; 0,235; 0,862)$, що за виразом (13) відповідає куту $\varphi = 63,37^\circ$ (див. рис. 1а) і куту $\varphi_1 = 74,75^\circ$ (див. рис. 1б). Відповідно для I_{λ_2} такі координати: $L_2 = (0,45; -0,238; 0,861)$ – $\varphi = 63,37^\circ$ і $\varphi_2 = 105,5^\circ$.

За таких умов освітлення фотозйомкою отримали тріаду кольорових зображень піраміди $I_{\lambda m}(L_m)$, де $\{I_{\lambda m} | \lambda \in (r, g, b)\}$, $m = 0, 1, 2$. Подано зображення I_{λ_1} (рис. 2а), I_{λ_2} (рис. 2б) та I_{λ_0} (рис. 2в).

Зіставляючи розміри об'єктів у міліметрах і пікселях, можна оцінити один з параметрів реконструкції, а саме, крок. Обчисливши, встановили, що

$$\Delta x = \Delta y = 0,20125 \text{ mm/pix}. \quad (18)$$

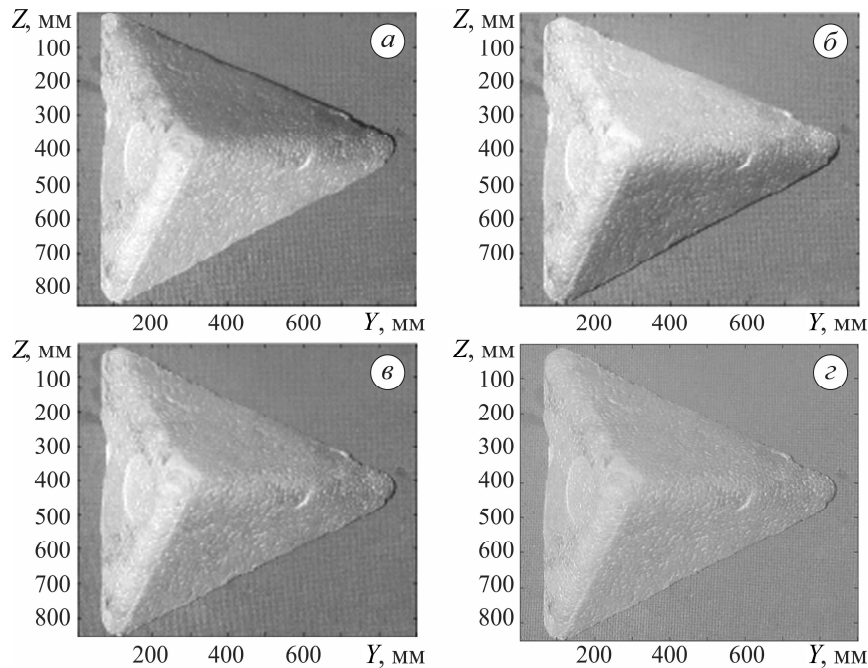


Рис. 2. Тріада зображень піраміди під різними кутами освітлення (а–в) та інтенсивність фону (z).

Для визначення інтенсивності фону I_a (рис. 2z) використовували інформацію зі зображення I_{λ_0} зі штучним затіненням піраміди прямокутником, просторове положення якого було над пірамідою, а отже, і тінь, контролювали системою обробки.

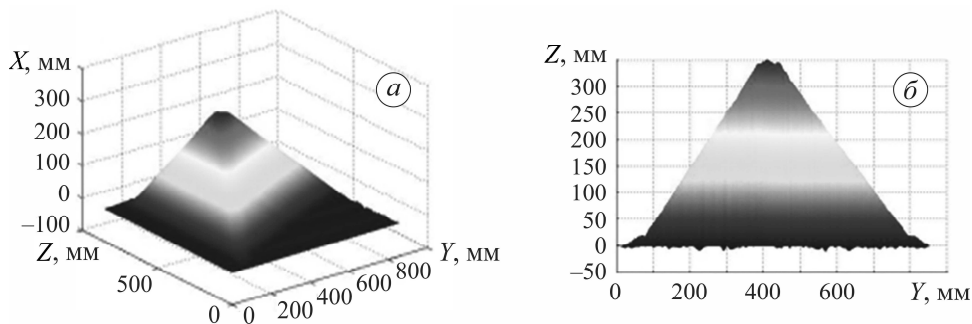


Рис. 3. Реконструйована піраміда: а – перспектива зверху; б – проекція в площині [YZ].

Зауважимо, що обстеження компонент $\{I_{\lambda m} | \lambda \in (r, g, b)\}$ виявило, що вони практично пропорційні, а найбільшу інтенсивність має червона – I_{rm} . На основі компонент I_{rm} , $m = 0, 1, 2$, а також оцінки інтенсивності фону I_{ra} за запропонованим алгоритмом (15) системою обробки інформації реконструювали оцінки похідних p_{ik} та q_{ik} , де $i = 1, \dots, 900$; $k = 1, \dots, 851$. За реконструйованими масивами значень похідних, кроком Δx (18) та заданим значенням $Z_{900,1} = 0$ за алгоритмом, описаним виразом (17) у системі обробки інформації, реконструювали масив висот піраміди в досліджуваних точках. Результати подано на рис. 3.

Виконали порівняльну оцінку розробленого методу та найвідоміших методів реконструкції. Наведено результати порівняння (див. таблицю) презентованого методу за критерієм усунення завод: загороджених пікселів та зміни дифузного коефіцієнта на поверхні об'єкта реконструкції. Як переваги прийняли збільшення розмірів об'єктів реконструкції, зменшення трудомісткості технології реконст-

рукції та розмірів пристрою фотозйомки. Як видно з таблиці, запропонована реконструкція (15) усуває вплив ЗП, не має впливу ДК і дає можливість реконструювати значні за розміром об'єкти. Як представник існуючих методів обрана стерео реконструкція. Досліджували якість реконструкції презентованого методу та стерео реконструкції на тестових зображеннях поверхні піраміди. Результати стерео реконструкції піраміди, отримані за методикою [4], а за методикою тріади зображень проілюстровані на рис. 3. Їх порівняли за критерієм NMSE. Похибка реконструкції 0,059.

Порівняльна оцінка методів реконструкції

Метод реконструкції	Недоліки	Переваги
За тріадою зображень (три технологічно задані напрямки освітлення поверхні)	Малі габарити об'єктів реконструкції(до 10 см)	Не залежить від ДК, усуває ЗП
3D-реконструкція за тріадою зображень (три довільні напрямки освітлення поверхні, є оптичний контроль напрямків освітлення)	– // –	Не залежить від ДК, усуває ЗП, але зменшує трудомісткість алгоритму та розміри пристрою фотозйомки
3D-реконструкція за парою зображень (два технологічно задані напрямки освітлення поверхні)	Алгоритм блокується змінами ДК. Малі габарити об'єктів реконструкції до 10 см	Не залежить від ДК за тривимірної тріщини реконструкції, усуває ЗП
3D-реконструкція за одним зображенням (технологічно заданий напрямок освітлення поверхні)	– // –	Усуває ЗП
Реконструкція за стерео зображенням	ЗП	Великі або малі габарити об'єктів реконструкції
3D-реконструкція за фотометричним стерео та алгоритмами SFS	Залежить від ДК	–
За тріадою зображень (три технологічно задані напрямки освітлення поверхні, джерело освітлення – сонце)	–	Великі габарити об'єктів реконструкції. Не залежить від ДК, усуває ЗП

ВИСНОВКИ

Розв'язано актуальну задачу, пов'язану з розробленням методу 3D-реконструкції, який зменшує вплив похибок, завод та обмежень на відтворення форми і висоти частин будівельних конструкцій. В перспективі запропонований підхід 3D-реконструкції орієнтований на оцінку технічного стану будівельних конструкцій, які пошкоджені вибухами. Особливістю запропонованої модернізації 3D-реконструкції є вдосконалення процедури фотозйомки, а саме, застосування сонячного освітлення. Модельною базою, яка дозволяє реконструювати результати фотозйомки, обрано апарат ламбертівської моделі відбиття світла. Для фотозйомки кожного зображення використовують індивідуальний напрямок освітлення, який має свій час фотозйомки. Для реконструкції поверхні використовують інформацію тріади та затіненого зображень поверхні піраміди. Фотозйомку тріади зображень виконують у фіксованій послідовності: до полудня, в полудень та після полудня. Спочатку за часом фотозйомки зображень визначали напрями освітлення, а потім, використовуючи ламбертівську модель відбиття світла, відтворювали у горизонтальні та вертикальні похідні. Далі дискретним накопиченням похідних реконструювали поверхню піраміди.

Щоб спростити практичну реалізацію запропонованого алгоритму і перевірити його робоздатність в умовах наближених до реконструкції будівельних конструкцій, обрали як об'єкт 3D-реконструкції макет піраміди.

1. Yoshizawa, T. Handbook of Optical Metrology: Principles and Applications, *CRC Press.*, 2009.
2. Zhang, S. High-Resolution 3D Profilometry with Binary Phase-Shifting Methods, *Applied Optics*, **2011**, 50 (12), 1753–1757. <https://doi.org/10.1364/AO.50.001753>
3. Angelopoulou, M.E.; Petrou, M. Evaluating the Effect of Diffuse Light on Photometric Stereo Reconstruction, *Machine Vision and Applications*, **2013**, 25, 199–210. <https://doi.org/10.1007/s00138-013-0507-z>
4. Synyavskyy, A.T.; Rusyn, B.P. Implementation of the method of surface microstructure reconstruction based on its stereo image from optical cameras, *Radioelectronics and Informatics*, **2005**, 2, 112–118. (in Ukrainian)
5. Szeliski, R. Computer vision: Algorithms and Applications, Springer Nature: S.L., 2022. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-34372-9>
6. Foley, J.D., et al. Computer graphics: principles and practice, *Addition-Wesley Professional*, 1996.
7. Brown, G.M. Overview of Three-Dimensional Shape Measurement Using Optical Methods, *Optical Engineering*, **2000**, 39, 10–35. <https://doi.org/10.1117/1.602438>
8. Watanabe, S.; Miyajima, K. Detecting building changes using epipolar constraint from aerial images taken at different positions, *In Proceedings International Conference on Image Processing (Cat. No. 01CH37205)*, 2001, 2, pp. 201–204.
9. Woodham, R.J. Photometric Method for Determining Surface Orientation from Multiple Images, *Optical Engineering*, **1980**, 19 (1), 138–144. <https://doi.org/10.1117/12.7972479>.
10. Angelopoulou, M.E.; Petrou, M. Evaluating the Effect of Diffuse Light on Photometric Stereo Reconstruction, *Machine Vision and Applications*, **2013**, 25 (1), 199–210. <https://doi.org/10.1007/s00138-013-0507-z>
11. Shape from Shading, Horn, B.K.P., Brooks, M.J. Eds.; The MIT Press., 1989.
12. Hrabovska, N.; Rusyn, B.; Ivaniuk V. Method of three-dimensional reconstruction of surface after triad of images and his exactness estimation, *The Journal of Lviv Polytechnic National University "Information Systems and Networks"*, **2017**, 872, 49–61. (in Ukrainian)
13. Rusyn, B.P.; Anufriyeva, N. P.; Hrabovska, N. R.; Ivaniuk, V. H. Nondestructive testing of the state of surfaces damaged by corrosion piting, *Materials Science*, **2014**, 49, 516–524. <https://doi.org/10.1007/s11003-014-9644-4>
14. Hrabovska, N.R.; Rusyn, B.P.; Ivanyuk, V.H. Estimation of crack depth from its stereo image based on the Lambertian reflection model, *Radioelectronics & Informatics*, **2015**, 4, 46–53. (in Ukrainian)
15. Lambert, J.H. Photometria Sive de Mensura et Gradibus Luminis, Colorum et Umbrae, 1892.
16. Phong, B.T. Illumination for Computer Generated Pictures, *Communications of the ACM*, **1975**, 18, 311–317. <https://doi.org/10.1145/360825.360839>
17. Astronomical coordinate systems, https://en.wikipedia.org/wiki/Astronomical_coordinate_systems, (accessed 2022-07-21)

Одержано 16.08.2022