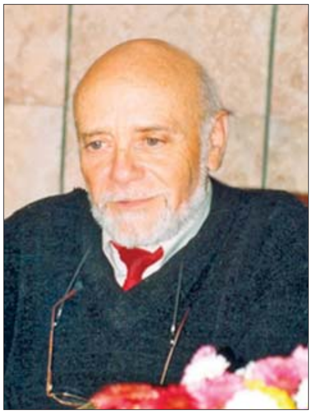
doi: 10.15407/visn2016.03.076

БОЛЬШАКОВ Володимир Іванович —
доктор технічних наук,
професор, ректор
Придніпровської державної
академії будівництва
та архітектури



ДУБРОВ Юрій Ісайович —
доктор технічних наук,
професор кафедри
матеріалознавства та обробки
матеріалів Придніпровської
державної академії будівництва
та архітектури

ПРО МОЖЛИВІСТЬ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ОБЧИСЛЮВАЛЬНО НЕЗВІДНИХ СИСТЕМ

У роботі показано, що ідентифікація обчислювально незвідних систем може здійснюватися лише шляхом звернення до літератури і мистецтва, оскільки тільки розум та інтуїція людини здатні відобразити всі можливі нюанси процесів, що відбуваються в цих системах.

***Ключові слова*:** імітаційне моделювання, більярдна задача, дивний атрактор, фрактал, обчислювально незвідна система.

Пошук характеристик, що відображують стан обчислювально незвідних систем [1] (точок системи), привів учених до вивчення геометричних властивостей дивних атракторів [2], які, як правило, мають канторівську або фрактальну структуру, що повторює себе в менших масштабах.

Прикладом фрактальної структури може слугувати система, характеристику якої наведено в роботі [1]. У цій праці, яка вийшла друком ще в 1905 р., Г.А. Лоренц опублікував дані аналізу однієї з більярдних задач, яку пізніше назвали двовимірним газом Лоренца. Суть задачі полягає в тому, що з певної точки на площині у певний момент часу в напрямку круглих відбивачів, розміщених на більярдному столі, викидають пружні кульки (рис. 1). Досягнувши одного з відбивачів, кулька відскакує за законом «кут падіння дорівнює куту відбиття». Траєкторії кульок, які вийшли під близькими кутами, швидко розбігаються, їхні напрямки стають випадковими і кульки заповнюють усе поле більярдного столу.

Теоретично доведено, що після третього зіткнення траєкторія кульки, що відбивається, є непередбачуваною [1], а це означає, що система є обчислювально незвідною, і справедливим є її трактування як *глобально нестійкої*. Число кульок суттєвої ролі не відіграє.

---

[1] За обчислювально незвідну систему приймаємо таку систему, яка не піддається математичній інтерпретації.

[2] Атрактори (області тяжіння), відмінні від станів рівноваги і строго періодичних коливань, називають дивними атракторами. Усереднені характеристики режиму коливань стійкі і не залежать від початкових умов.

На основі теоретичних досліджень і проведених експериментів [2] стверджується, що *глобальна нестійкість цієї системи має місце навіть тоді, коли на більярдному столі перебуває тільки одна кулька, за умови, якщо хоча б одна зі стінок більярдного столу опукла всередину*. Стає очевидним, що глобальна нестійкість призводить до того, що поведінка системи стає хаотичною (непередбачуваною), і весь фазовий простір заповнюється рівномірно. На імітаційній моделі більярду проводили експерименти, які навели на ідею застосування цієї моделі як генератора випадкових чисел [3]. Для цього в алгоритмі, що імітує більярдну задачу, було передбачено можливість розбиття бортів більярдного столу на комірки, пронумеровані послідовно (наприклад, від 1 до 10^4).

У моменти попадання кульки, що відбивається, в певну комірку число, яке в ній записано, і порядковий номер кульки фіксують у пам'яті комп'ютера і за цими даними будують графік (рис. 2). При цьому для додавання «більшої хаотичності» (як здавалося раніше дослідникам) у програму вводили можливість постійного змінення радіуса кульки, що відбивається; постійного змінення радіуса кривизни бортів більярдного столу; постійного руху куль-відбивачів заданими траєкторіями, які на рис. 1 показано пунктиром. Проведені експерименти свідчать, що одночасне включення всіх цих особливостей або кожної особливості окремо в динаміку більярдної задачі призводило до того, що досліджувана система через певне число ітерацій замість очікуваного підвищення її хаотичності перетворювалася *з обчислювально незвідної на обчислювально звідну систему*[3].

Результат одного з експериментів, у якому роль кульки, що відбивається, відігравав промінь, встановлений під довільно заданим кутом до бортів більярдного столу, а роль круглого відбивача — будь-яка з чотирьох стінок більярду, увігнута всередину, наведено на рис. 2. З цього графіка видно, що при довільно заданих початкових умовах досліду, починаючи з певного моменту, спостерігалося повторення послідовності вибитих кулькою, що відбивається, чисел, записаних у комірках. Ліва частина графіка є полем рівномірно розподілених точок, права частина — це атрактор[4], поява якого свідчить про перетворення обчислювально

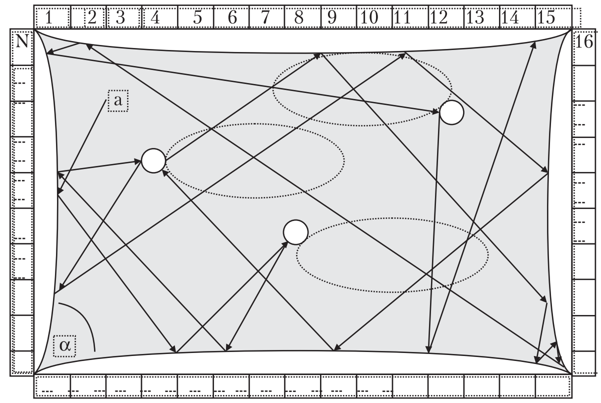


Рис. 1. Більярд з радіусами кривизни бортів, що перманентно змінюються, і послідовно розміщеними комірками

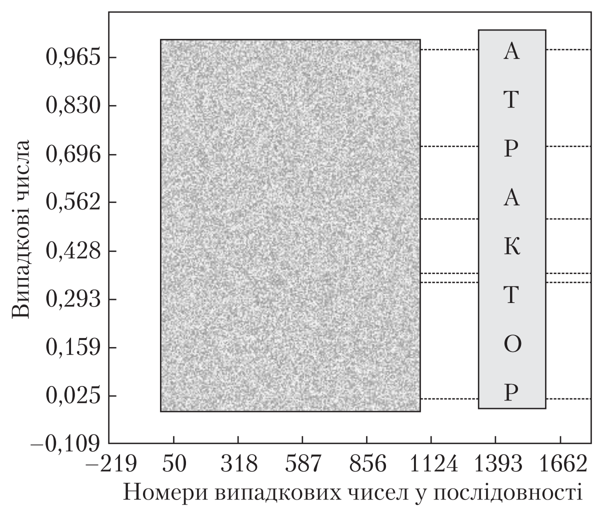


Рис. 2. Приклад виникнення атрактора

[3] Раніше вважали, що стохастичність системи можна кількісно охарактеризувати відрізком часу, впродовж якого початковий кут розбіжності траєкторій ставав, наприклад, величиною порядку 1 рад. Чим менший час розбіжності, тим рух більш нестійкий, тобто система є більш стохастичною.

[4] Атрактором (лат. attractor — притягальний) називають усталений режим руху. Він притягує сусідні перехідні режими.

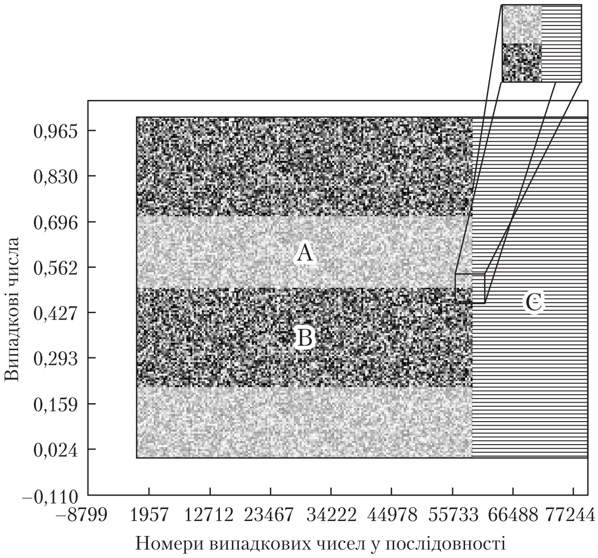


Рис. 3. Фрактальна структура дивного атрактора

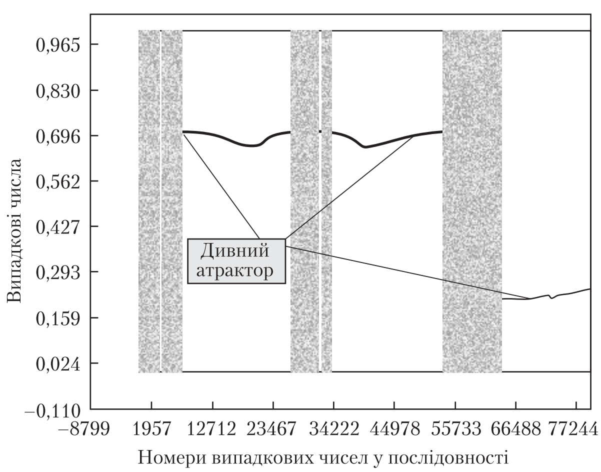


Рис. 4. До прикладу виникнення дивного атрактора

незвідної системи на обчислювально звідну. Це усталений, такий, що піддається апроксимації, режим руху. Наочним прикладом з молекулярної фізики може слугувати хаотичний броунівський рух молекул газу. Якщо на шляху хаотичного руху молекул газу встановити будь-яку перешкоду, то цей рух обов'язково набуде ознак обчислювально незвідної системи, оскільки перешкода створює такі умови. Це відбувається остільки, оскільки траєкторія руху зображуючої точки замикається в окремій області, вийти з якої вона вже не може.

Наприклад, незначною мірою змінюючи величину початкового кута відбиття, під яким спочатку посилається зображуюча точка, або змінюючи кривизну відбивної стінки більярду, або змінюючи і те і інше одночасно, ми після певної кількості ітерацій спостерігаємо вихід системи на атрактор, що є граничним циклом.

На рис. 3 наведено фрактальну структуру дивного атрактора, яка відображує результати аналізу одного з експериментів на імітаційній моделі більярдної задачі [3]. Якщо уважно придивитися і порівняти область A з областю B, то на збільшеному масштабі наведеної ділянки можна виявити в обох областях повторювану «ромбічну» структуру траєкторії кульки, що відбивається. На цьому рисунку також видно, як дивний атрактор переходить в атрактор C, так званий граничний цикл. Виникнення дивного атрактора можна відобразити траєкторією руху зображуючої точки.

Чутливість до початкових умов, що проявляється при виникненні дивного атрактора, відома в синергетиці під назвою «ефект метелика»[5]. З ефектом метелика пов'язані проблеми, що виникають із середньостроковим (на кілька тижнів) прогнозом погоди. Вчені стикнулися з тим, що вдосконалення математичних моделей, використання комп'ютерів з високою швидкодією і великою пам'яттю, розроблення нових чисельних методів не дають змоги отримати ефективну методику прогнозу.

Природно вважати, що чим більша розмірність задачі і чим більші межі, в яких змінюються змінні, тим більше число станів досліджуваної системи і тим складнішою може виявитися її поведінка. Однак це не завжди так. На рис. 4 показано процес виникнення дивного атрактора в експерименті, в якому чотири борти більярдного столу перманентно змінюють свою

[5] У знаменитому фантастичному оповіданні Рея Бредбері «І грянув грім...» описано ситуацію, в якій головний герой під час полювання на динозаврів у далекому минулому випадково розчавив метелика. Повернувшись назад, він побачив, що все, аж до суспільного ладу, в його часі кардинально змінилося. У нелінійному середовищі малі причини приводять до великих наслідків.

ISSN 1027-3239. Visn. Nac. Acad. Nauk Ukr. 2016. (3)

еліптичність. Виділена на графіку область зберігала свій об'єм, хоча вона складним чином вигиналася і розтягувалася. Фазовий об'єм безперервно зменшувався, тобто число станів, у яких може перебувати система, ставало меншим. Ця властивість називається *дисипативністю*, вважають, що вона є ознакою *самоорганізації* [6]. Моделі процесів екології, хімічних реакцій, розвитку економіки, матеріалознавства (наприклад, процеси кристалізації металів, що відбуваються в нерівноважних термодинамічних умовах), а також сотень інших процесів і явищ ведуть до дисипативних систем.

Властивість «дивності», тобто непередбачуваності траєкторії зображуючої точки, в дивному атракторі є. До таких систем належать усі ігри, подальший розвиток подій у яких передбачити неможливо. Імовірно, *популярність азартних ігор полягає в тому, що вони імітують процес генерації цінної інформації, цінність якої зростає зі зменшенням імовірності її виникнення*. У цьому контексті під цінною інформацією розуміють передбачення розвитку подій. Так, у футболі процес генерації цінної інформації полягає в передбаченні результату матчу. Приймемо, якщо м'яч не потрапляє у створ воріт — імовірність такої події дорівнює 0, якщо він влучає у ворота — ймовірність ≤ 1.

У зв'язку з викладеним вище зазначимо:

• обчислювально незвідні системи спостерігаються тоді і тільки тоді, коли ці системи перебувають у нелінійному середовищі і не взаємодіють з будь-якою іншою системою;

• обчислювально незвідні системи виникають і можуть існувати завдяки неповноті їх формальної аксіоматики [5, 6].

Якщо ввести будь-які кількісні характеристики, що ідентифікують структури, які відображують траєкторію зображуючої точки, то у разі їх збігу для моделі і об'єкта можна вважати їх адекватними. Основною такою характеристикою фракталів є їх розмірність. Дотепер не створено і немає інструментарію, що сприяв би ідентифікації обчислювально незвідних систем.

Ідентифікацію таких систем можна здійснювати зверненням до літератури і мистецтва, оскільки лише розум та інтуїція людини здатні відобразити всі можливі нюанси процесів, що відбуваються в цих системах. У зв'язку з цим проміжною ланкою при ідентифікації обчислювально незвідних систем є процес створення гіпотез про їх можливу поведінку в різних ситуаціях. Наприклад, у матеріалознавстві процес кристалізації описують за допомогою гіпотези, в основі якої лежать два процеси: зародження і зростання центрів кристалізації — майбутніх дендритів. Формування гіпотез сприяє створенню гіпотетичної моделі обчислювально незвідної системи [7]. Оскільки всі ці дії покладаються на дослідника, то на нього покладається також і формулювання евристичних процедур, призначених для досягнення необхідної правдоподібності висунутих гіпотез. Для кожної системи висувають відповідні тільки їй гіпотези і відповідні ним евристичні процедури. Проте є перелік основних гіпотез, які включають в аналіз практично будь-яких систем (навіть обчислювально незвідних). Це гіпотези потенційної їх спростовності, підтверджуваності, простоти, краси і пояснюваності.

---

[6] З цим ми не можемо погодитися і суть нашої незгоди викладено в ряді робіт (див., наприклад, [4]), в яких показано, що система переходить на атрактор не тому, що вона «прийняла рішення» самоорганізуватися, а тому що вона, під впливом зовнішніх сил, від неї незалежних, потрапила в ситуацію, яка ввела її в атрактор. Системам, що самоорганізуються, властива дисипативність, але дисипативним системам не обов'язково властива самоорганізація.

REFERENCES
[СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ]

1. Lorentz H.A. The motion of electrons in metallic bodies II. *Royal Netherlands Academy of Arts and Sciences*. 1905. (7): 585.
2. Sinai Ya.G. Dynamical systems with elastic reflections. *Russian Mathematical Surveys*. 1970. **25**(2): 137.
[Синай Я.Г. Динамические системы с упругими отражениями. *Успехи мат. наук*. 1970. Т. 25. Вып. 2. С. 45—53].
3. Dubrov Yu.I. In: *Computer. Mathematics. Education*. Proc. Int. Conf. (Dubna, 1998). [in Russian].
[Дубров Ю.И. Исследования имитационной модели «бильярдной задачи», а также ее применение в практике преподавания синергетики. В кн.: *Математика. Компьютер. Образование*. Матер. междунар. науч. конф. Дубна, 1998. С. 71—83].
4. Dubrov Yu.I. Science as a self-organizing system. *Visn. Nac. Akad. Nauk Ukr.* 2000. (2): 16. [in Ukrainian].
[Дубров Ю.І. Наука як система, що самоорганізується. *Вісник НАН України*. 2000. № 2. С. 16—22].
5. Uspenskiy V.A. Gödel's incompleteness theorem. (Moscow: Nauka, 1982). [in Russian].
[Успенский В.А. *Теорема Гёделя о неполноте*. М.: Наука, 1982].
6. Bol'shakov Vad.I., Bol'shakov V.I., Dubrov Yu.I. On the incompleteness of formal axiomatics in the problems of identification of the metal structure. *Visn. Nac. Akad. Nauk Ukr.* 2014. (4): 55. [in Ukrainian].
[Большаков Вад.І., Большаков В.І., Дубров Ю.І. Про неповноту формальної аксіоматики в задачах ідентифікації структури металу. *Вісник НАН України*. 2014. № 4. С. 55—59].
7. Bol'shakov V.I., Dubrov Yu.I. *Metal Science* & *Heat Treatment of Metals (Metaloznavstvo ta termichna obrobka metaliv)*. 2014. (1): 19. [in Russian].
[Большаков В.И., Дубров Ю.И. Вычислительно неприводимые системы и пути их идентификации. *Металознавство та термічна обробка металів*. 2014. № 1. С. 19—42].

Стаття надійшла 15.10.2015.

В.И. Большаков, Ю.И. Дубров

ГВУЗ «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры» (Днепропетровск)

О ВОЗМОЖНОСТИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНО НЕПРИВОДИМЫХ СИСТЕМ

В работе показано, что идентификация вычислительно неприводимых систем может производиться только путем обращения к литературе и искусству, поскольку лишь разум и интуиция человека способны отобразить все возможные нюансы, происходящие в системе.

***Ключевые слова*:** имитационное моделирование, бильярдная задача, странный аттрактор, фрактал, вычислительно неприводимая система.

V.I. Bolshakov, Yu.I. Dubrov

Prydneprovska State Academy of Civil Engineering and Architecture (Dnipropetrovsk)

POSSIBILITY OF THE IDENTIFICATION OF COMPUTATIONALLY IRREDUCIBLE SYSTEMS

It is shown that the identification of computationally irreducible systems can only be done by reference to literature and the arts, because only mind and intuition of man can reflect all possible nuances that occur within the system.

***Keywords*:** simulation, billiard problem, strange attractor, fractal, computationally irreducible system.