

**БОРИСЕНКО**  
Олександр Андрійович –  
член-кореспондент НАН  
України, головний науковий  
співробітник Фізико-технічного  
інституту низьких температур  
ім. Б.І. Веркіна НАН України

## САМОРОДОК, ОГРАНЕНИЙ НЕВТОМНОЮ ПРАЦЕЮ

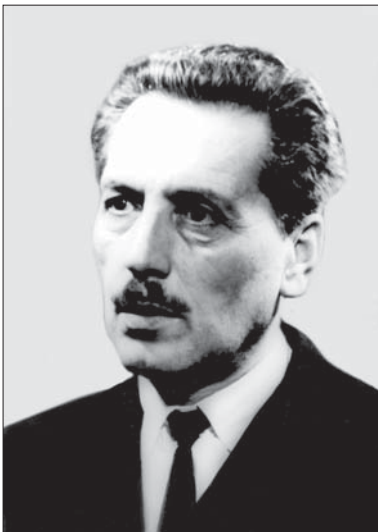
До 100-річчя від дня народження  
академіка НАН України О.В. Погорелова

*У березні 2019 р. наукова громадськість відзначає 100-річчя від дня народження видатного математика, одного з найвизначніших геометрів ХХ ст. за визнанням Американського математичного товариства, відомого механіка, інженера, педагога, автора широко відомих університетських та шкільних підручників з геометрії академіка НАН України Олексія Васильовича Погорелова.*

Ім'я Олексія Васильовича Погорелова добре відоме не лише світовій математичній спільноті, а й широкій громадськості, оскільки за радянських часів кілька поколінь школярів навчалися геометрії за його підручниками. Майже все його життя було пов'язане з Харковом, спочатку з Харківським університетом, а з 1960 р. з Фізико-технічним інститутом низьких температур ім. Б.І. Веркіна НАН України.

Народився Олексій Васильович Погорелов у м. Короча Белгородської області. І хоча це місто знаходиться в Російській Федерації, від нього до Харкова всього лише 100 км. Батьки Олексія були селянами, вели натуральне господарство. І дотепер у передмісті Корочі є село Погорілівка та хутір Погорілий. Однак відомо, що прадід Олексія Васильовича був талановитим механіком-самоучкою, за власними проектами будував вітряні та водяні млини [1].

У роки колективізації батько О.В. Погорелова, Василь Степанович, був змушений вступити в колгосп і віддати в загальне користування все своє майно – корову і коня. Одного разу, повертаючись увечері додому після якоїсь поїздки, він за звичкою зайшов провідати свого коня. Побачив, що всі тварини на колгоспній конюшні голодні, ненапосні, а конюх геть п'яний. Не витримав Василь Степанович і видав нехлюєві прочухана, після чого відразу перетворився з колгоспника на підкуркульника. Щоб уникнути неминучого арешту, він з дружиною втік із села, залишивши дітей у родичів. У цей час в Харкові



Олексій Васильович Погорелов  
(1919–2002)



Лауреат Ста-  
лінської премії  
О.В. Погоре-  
лов. 1950 р.

почалося будівництво тракторного заводу, там Василь Степанович і влаштувався на роботу. За тиждень він потайки забрав дітей до Харкова. Жили вони в бараці, поділеному фіранками на сімейні відсіки. Одночасно спати всім членам сім'ї було ніде, тому батько працював у нічні зміни, а відсипався вдень. Одного разу К.В. Маслов (тоді перший заступник директора ФТІНТу) запитав О.В. Погорелова, чи навчався той музики. Олексій Васильович розповів, що була у нього в дитинстві балалайка, і він намагався на ній грати, але від його музикування прокидався батько. Кілька разів він попереджав сина, а потім розлютився і розбив балалайку. На цьому й закінчилася його музична освіта.

Математичні здібності проявилися в О.В. Погорелова ще у шкільні роки. У 1935 р. Харківський університет організував першу математичну олімпіаду для школярів, і Олексій Васильович став її переможцем. Він також добре малював, і батьки не знали, яким саме шляхом спрямувати сина. Мати звернулася за порадою до знайомого інженера. Той подивився малюнки і сказав, що син талановитий, але в епоху індустріалізації малюванням не прожити. Це й визначило вибір освіти, і в 1937 р. Олексій Васильович вступає на математичне відділення фізико-математичного факультету Харківського університету.

О.В. Погорелов був дуже старанним студентом. Кожну лекцію вдома ретельно опрацюював і йшов на наступне заняття повністю готовим до сприйняття нового матеріалу. Його захоплення математикою відразу привернуло до нього увагу викладачів. Якимось професор П.О. Соловйов запропонував юнакові прочитати книгу Т. Боннезена і В. Фенхеля «Теорія опуклих тіл» німецькою мовою, і відтоді геометрія стала для Олексія Васильовича найулюбленішою галуззю математики.

Війна не дала можливості закінчити університет. О.В. Погорелова призивають до армії і направляють у Військово-повітряну академію ім. М.Є. Жуковського на курси лейтенантів. Термін короткої підготовки становив 11 місяців, але за цей час німців від Москви відігнали, і курсантів залишили на повний курс навчання, під час якого їх часто відряджали на фронт як техніків для обслуговування літаків. Олексій Васильович проходив військове стажування на 3-му Українському фронті, був нагороджений орденом Вітчизняної війни II ступеня.

В академії інтерес до геометрії у Олексія Васильовича не згасав. У серпні 1943 р. він пише своєму викладачеві Я.П. Бланку, який тоді перебував у Кизилорді в Казахстані, де працював Об'єднаний український університет: «Дуже шкодую, що з Харкова не захопив конспект Боннезена і Фенхеля про опуклі тіла. Там у мене багато цікавих питань з геометрії в цілому... Чи не знайдеться у Вас для мене якогось цікавого питання з геометрії в цілому або взагалі з геометрії? Хотілося б поламати голову...».

Після закінчення Академії в 1945 р. лейтенанта О.В. Погорелова направляють на роботу до Центрального аеродинамічного інституту (ЦАГІ) інженером-конструктором. Бажання завершити університетську освіту (у Харківському університеті він закінчив чотири курси) і серйозно займатися геометрією приводить Олексія Васильовича до Московського університету. Він звернувся до декана механіко-математичного факультету академіка Івана Георгійовича Петровського з проханням про закінчення своєї математичної освіти. Однак коли І.Г. Петровський дізнався, що крім цьо-



О.В. Погорелов на кафедрі геометрії Харківського університету. 1957 р.

го юнак уже закінчив Академію ім. М.Є. Жуковського, то сказав, що не бачить потреби у формальному закінченні університету. Тоді О.В. Погорелов зізнався йому у своєму бажанні займатися геометрією, і І.Г. Петровський порадив звернутися до Веніаміна Федоровича Кагана — завідувача кафедри диференціальної геометрії МДУ. Під час зустрічі В.Ф. Каган запитав, чим саме хотів би займатися Олексій Васильович, на що той відповів — опуклою геометрією. В.Ф. Каган зауважив, що це питання не до нього, а до Олександра Даниловича Александрова з Ленінграда, і, на щастя, саме зараз він перебуває у Москві, готуючись разом з Б.М. Делоне до виїзду в альпіністський табір<sup>1</sup>.

Перша аудієнція тривала хвилин десять. Сидячи на рюкзаку, Олександр Данилович поставив перед О.В. Погореловим задачу про оцінку довжини найкоротшої на опуклій поверхні. Протягом року задачу було розв'язано.

До початку ХХ ст. було розроблено методи для розв'язання локальних задач, що стосуються регулярних поверхонь. Такі задачі загалом зводилися до аналізу і розв'язувалися засоба-

ми аналізу. Зовсім іншою була ситуація щодо глобальних проблем, які називають також задачами геометрії в цілому. У цих питаннях потрібно зробити висновок про властивості всієї поверхні залежно від диференціальних властивостей, заданих у кожній її точці. Перед багатьма з таких проблем і геометрія, і аналіз виявлялися однаково безпорадними. Наприклад, класична проблема однозначної визначеності замкнених опуклих поверхонь (овалоїдів) лише деякою мірою була зрушена з місця ціною наполегливих зусиль першокласних математиків (Г. Лібмана, Г. Мінковського, Д. Гільберта, Г. Вейля, В. Бляшке). На початку 1920-х років С. Кон-Фоссен дав перший розв'язок проблеми, довівши, що ізометричні овалоїди рівні, але цей розв'язок був не остаточним: від овалоїдів вимагалася триразова диференційованість і додатність гауссової кривини. Тим часом, ще Коші довів рівність ізометричних замкнених опуклих багатогранників. Здавалося, що ці два результати є окремими випадками загальної теореми про рівність будь-яких (загалом нерегулярних) ізометричних овалоїдів. Для доказу такої теореми не було підходів. Не було також навіть окреслено шляхів доведення можливості ізометричного перетворення (згинання) овалоїда після відсікання від нього

<sup>1</sup> О.Д. Александров був майстром спорту з альпінізму, а Б.М. Делоне, також відомий математик, — зачинателем радянського альпінізму.



Учителі О.В. Погорєлова (зліва направо): О.Д. Александров, Б.М. Делоне, М.В. Єфімов. 1967 р.

будь-якої частини. Тим більше не було засобів для оцінки ступеня згинальності неповного овалоїда. У припущенні достатньої регулярності ці завдання легко зводилися до диференціальних рівнянь; але при цьому з'являлися нелінійні рівняння, теорія яких була ще в зародковому стані. Геометричні питання, про які йдеться, перебували тоді в центрі уваги математиків, які докладали значних зусиль для розвитку необхідних методів аналізу. Наприклад, дослідження проблеми Вейля про існування замкненої опуклої поверхні із заздалегідь заданою аналітичною метрикою додатної гауссової кривини (заданою на топологічній сфері). Розв'язання проблеми в загальних рисах окреслив сам Г. Вейль у 1916 р. і завершив Г. Леві в 1930-х роках з використанням дуже тонких результатів побудованої ним аналітичної теорії рівнянь Монжа–Ампера. Проте в роботах Г. Леві аналіз розвинуто окремо від геометрії і застосовано до неї вже як готовий зовнішній інструмент. Найчастіше ідея робіт цього напрямку зводилася до кількох прийомів розв'язання окремих задач. Фактично ніхто тоді так і не осягнув ідею цих питань, а отже, фундаментальні проблеми згинання поверхонь і багато інших задач, що стосуються геометрії в цілому, залишалися неприступними.

З 1941 р. О.Д. Александров почав вивчати внутрішню геометрію опуклої поверхні, роз-

ширив клас регулярних опуклих поверхонь до сукупності всіх опуклих поверхонь (така поверхня — область на межі довільного опуклого тіла). Для вирішення конкретних проблем у розширеному класі потрібно було гауссову геометрію регулярної поверхні замінити більш загальною теорією. Слід було спеціально вивчити внутрішні властивості довільної опуклої поверхні, тобто такі властивості, які виявляються за допомогою вимірювань, здійснених на поверхні. Тож потрібні були засоби для дослідження внутрішніх властивостей і шляхи доведення теорем про зв'язки між внутрішніми і зовнішніми властивостями довільних опуклих поверхонь [2].

О.Д. Александров відкрив світ нерегулярної опуклої геометрії, побудувавши внутрішню геометрію опуклих поверхонь. Постало багато принципово складних проблем. І саме в цей час з'явився О.В. Погорєлов. Їх співпраця і дружба тривали все життя, до смерті Олександра Даниловича. Будучи ректором Ленінградського університету, О.Д. Александров наполегливо запрошував О.В. Погорєлова до себе, і Олексій Васильович навіть упродовж року викладав у Ленінградському університеті (1955–1956), але потім повернувся до Харкова.

Олексій Васильович вступає до заочної аспірантури Московського університету до професора Миколи Володимировича Єфімова за



О.В. Погорелов на семінарі на кафедрі геометрії Харківського університету. 1967 р.

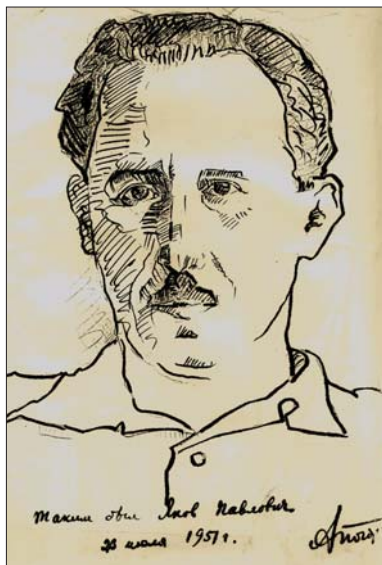
тематикою О.Д. Александрова. Навчання в аспірантурі давало один вільний від служби день. Вивчивши в рукописі книгу О.Д. Александрова «Внутрішня геометрія опуклих поверхонь», О.В. Погорелов починає займатися геометрією загальних опуклих поверхонь. М.В. Єфімов бачив свою роль керівника переважно в тому, щоб надихнути свого аспіранта на розв'язання складної проблеми.

Багато разів мені доводилося доповідати на семінарах М.В. Єфімова і О.В. Погорелова. Вони дуже різнилися своїм стилем. На семінар М.В. Єфімова збиралися довго, доповідь тривала цілу пару і після доповідача неодмінно хвалили, так що навіть важко було зрозуміти, хороший ти отримав результат чи не дуже. О.В. Погорелов завжди пунктуально приходив на початок семінару, ніколи не спізнився. Доповідь тривала не більше години: Олексій Васильович не любив слухати докази. Мені здається, він просто після формулювання результату сам його негайно відтворював. В оцінюванні результату був критичним і навіть суворим. У 1968 р. до Харкова на геометричний семінар приїжджали доповідати три претенденти на докторський ступінь, з яких Олексій Васильович підтримав лише одного — В.А. Топоногова, а двоє інших поїхали до Новосибірська і там здобули підтримку. Всі дисертації було успішно захищено.

О.В. Погорелов хвалив рідко, але коли все ж стримано хвалив, — це означало, що ти отримав хороший результат. Він майже миттєво розумів, про що каже доповідач, мав дивовижну геометричну інтуїцію і йому дуже швидко все ставало ясно. Багато членів семінару не відважувалися навіть ставити запитання, щоб не виглядати незнайками.

У 1947 р. Олексій Васильович захистив кандидатську дисертацію, в якій довів, що на будь-якій загальній замкненій опуклій поверхні існують три замкнені квазігеодезичні. У цей самий час у Московському енергетичному інституті викладав Наум Ілліч Ахієзер, який до війни був професором Харківського університету і тепер радо відгукнувся на пропозицію тодішнього ректора І.М. Буланкіна повернутися до Харкова та очолити Математичний інститут при університеті. Наум Ілліч запросив О.В. Погорелова приєднатися до нього і також переїхати до Харкова, але для цього Олексію Васильовичу потрібно було демобілізуватися з армії. Напевно, це було не так просто зробити, принаймні у наказі про демобілізацію він фігурує разом із сином колишнього міністра закордонних справ СРСР М.М. Литвинова.

Уже через рік, у 1948 р., Олексій Васильович захищає докторську дисертацію на тему «Однозначна визначеність опуклих поверхонь обмеженої питомої кривини» і незабаром до-



Портрет  
Я.П. Бланка.  
Малюнок  
О.В. Погорє-  
лова. Напис:  
«Таким был  
Яков Павло-  
вич. 26 июля  
1951 г.»

водить теорему про однозначну визначеність у найбільш природній постановці.

Для формулювання результату введемо кілька визначень. Опуклою множиною на площині або в просторі називають таку множину, яка разом з двома точками містить відрізок, що їх з'єднує. Нехай опукла множина містить у собі внутрішність якогось кола на площині або кулі в просторі. Ми розглядатимемо лише такі опуклі множини. Межу опуклої множини на площині називають опуклою кривою, а в просторі — опуклою поверхнею.

Якщо опукла множина в просторі міститься всередині кулі скінченного радіуса, то опукла поверхня, що обмежує її (називатимемо її замкненою опуклою поверхнею), гомеоморфна сфері, тобто вона допускає однозначне неперервне відображення стандартної сфери  $S$  на поверхню  $F$ . І цю відповідність можна задати в такий спосіб: усередині опуклої множини взяти точку  $O$  і провести сферу з центром у цій точці так, щоб сфера лежала всередині опуклої множини. Далі проведемо промені, що йдуть від точки  $O$ . Вони перетинають в одній точці сферу  $S$  і поверхню  $F$ , що обмежує опуклу множину. Поставивши ці точки у відповідність, ми й задаємо гомеоморфізм сфери на опуклу поверхню.

Візьмемо замкнений опуклий багатокутник на площині, у вершинах якого шарніри, а сто-

рони мають незмінну довжину. Легко бачити, що він рухливий і змінює свою форму, не змінюючи довжини сторін. Зокрема, квадрат переходить у ромб.

Зауважимо, що ромб і квадрат не можна перевести один в інший рухом площини. Нагадаю, що рухом площини (або простору) називають такі відображення площини (або простору) на себе, при яких зберігаються відстані між відповідними точками. Тобто, якщо при відображенні  $f: E^2 \rightarrow E^2$ ,  $f(P_1) = Q_1$ ,  $f(P_2) = Q_2$ , то довжини відрізків  $|P_1P_2| = |Q_1Q_2|$  для будь-яких точок  $P_1, P_2 \in E^2$ . Виявляється, всі рухи площини вичерпуються такими перетвореннями:

- 1) паралельне перенесення;
- 2) обертання на кут навколо нерухомої точки;
- 3) ковзна симетрія, яка є результатом (композицією) послідовно виконаних двох перетворень: симетрії відносно прямої і паралельного перенесення в напрямку цієї прямої.

Рухи у просторі вичерпуються такими перетвореннями:

- 1) паралельне перенесення;
- 2) обертання на кут навколо прямої;
- 3) композиція обертання навколо прямої і паралельного перенесення в напрямку цієї прямої;
- 4) композиція обертання навколо прямої і дзеркальної симетрії відносно площини, перпендикулярної до цієї прямої.

Розглянемо в просторі опуклу множину, яка є перетином скінченного числа замкнених напівпросторів, обмежених площинами. Перенесемо паралельно напрямлені поза напівпросторами одиничні нормалі до площин у центр одиничної сфери. Якщо їх кінці на сфері не лежать у жодній замкненій півсфері, то перетин напівпросторів (якщо він не порожній) буде обмеженою опуклою множиною. Якщо він містить внутрішні точки, то його межа буде замкненим опуклим багатогранником, гомеоморфним сфері. Гранями багатогранника будуть обмежені опуклі багатокутники.

Перший істотний результат отримав французький математик О.Л. Коші в 1813 р. Він довів чудову теорему: нехай два замкнених опуклих багатогранники, утворені з рівних гра-

ней, складено в одному й тому самому порядку. Тоді багатогранники рівні, тобто їх можна сумістити рухом в евклідовому просторі. Для регулярних замкнених поверхонь невід'ємної або додатної гауссової кривини однозначну визначеність поверхонь довели Генріх Лібман (1900), Давід Гільберт (1903), Стефан Кон-Фоссен (1923), Густав Герглотц (1942) при різних умовах на регулярність поверхонь і їх внутрішню геометрію.

О.В. Погорелов довів узагальнення теореми Коші на випадок довільних опуклих поверхонь. Дві поверхні називають ізометричними, якщо існує відображення однієї поверхні на іншу, при якому довжини відповідних при відображенні кривих рівні. Наприклад, площина, циліндр, конус — локально ізометричні, площина і сфера — ні. Олексій Васильович довів, що дві замкнені ізометричні опуклі поверхні у тривимірному евклідовому просторі рівні, тобто суміщаються рухом.

Отже, знадобилося понад 100 років для доведення теореми в загальній постановці, і, незважаючи на те, що після доведення теореми минуло вже понад півстоліття, простішого і коротшого доведення й досі не знайдено [3].

Головним досягненням О.В. Погорелова є те, що для поверхонь не потрібні додаткові вимоги регулярності. Поверхні можуть мати ребра, кінчні точки. Єдине зовнішнє обмеження — це опуклість ізометричних поверхонь. Без цієї вимоги теорема невірна.

Незважаючи на зрозуміле і просте формулювання теореми, її доказ був складним. Це пов'язано з тим, що внаслідок існування на поверхні ребристих, кінчних точок не можна було застосувати аналітичні методи і довелося створювати нові синтетичні методи. Недаремно тоді О.Д. Александров проголосив — «назад до Евкліда».

За доведення цієї теореми в 1951 р. О.В. Погорелову було присуджено Сталінську премію і обрано членом-кореспондентом АН УРСР. А було це так. На ім'я Олексія Васильовича з Києва надійшла телеграма: «Вас обрано членом-кореспондентом АН УРСР. Переїжджайте до Києва», але Наум Ілліч Ахієзер ска-



О.В. Погорелов з О.Д. Александровим. 1956 р.

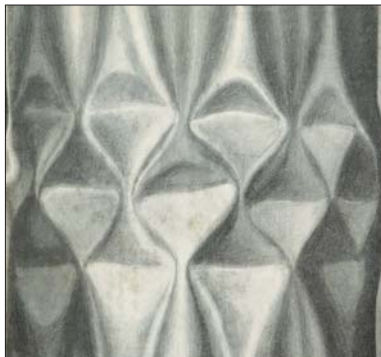
зав: «Зробимо вигляд, що Ви не отримували телеграму. Університет висуне Вас в члени-кореспонденти».

Пізніше, на початку 1960-х років доведені О.В. Погореловим теореми про однозначну визначеність і жорсткість замкнених опуклих поверхонь лягли в основу створеної ним нелінійної теорії тонких оболонок.

Проблема стійкості оболонок тонких пружних тіл посідає одне з центральних місць у сучасній механіці. Її розв'язання дуже важливе для практики з огляду на широке використання тонкостінних конструкцій у сучасній техніці.

Спочатку теорія, запропонована О.В. Погореловим, наштовхнулася на опір з боку механіків. Олексій Васильович розробив принципово нову технологію виготовлення оболонок для проведення експериментальних досліджень їх стійкості. Коли механікам показували деформовані оболонки після проведення таких експериментів, вони ставилися до них недовірливо, а деякі навіть жартували, що ці вм'ятини на оболонці як «пальцем натикані».

Між доказом теорем і застосуванням їх у теорії оболонок минуло 15 років. Це дуже короткий термін. Так, О.М. Ляпунов захистив док-



Деформовані оболонки, виготовлені за розробленою О.В. Погореловим технологією, після проведення експериментів з їх стійкості

торську дисертацію зі стійкості руху в 1892 р., і лише в 1947 р. його праці стали затребуваними, їх було перекладено англійською і видано в Америці, оскільки теорія стійкості знадобилася для управління рухом ракет. Ще в 1930-х роках видатний англійський математик Г.Г. Харді вважав, що теорія чисел — найнепотрібніша для практичного застосування наука, а сьогодні вся теорія кодування ґрунтується на теорії чисел<sup>2</sup>.

Переїхавши до Харкова, О.В. Погорелов поринув у роботу. Н.І. Ахієзер звернув увагу Олексія Васильовича на роботи Сергія Натановича Бернштейна щодо задачі Діріхле для рівнянь еліптичного типу. Поєднання аналітичних результатів С.Н. Бернштейна з синтетичними геометричними методами дало змогу вирішити питання про регулярність опуклих поверхонь з регулярною метрикою додатної

<sup>2</sup> Сучасні вимоги бюрократів-управлінців і насамперед вищих органів влади до науки, їхні примарні бажання, щоб нові наукові результати відразу (а ще краще, з учорашнього дня) починали давати зиск, згубні для розвитку наукової сфери. Це прямий шлях до знищення науки. Ціллю науки є добування нових знань, і вже потім, на основі цих знань, коли постає технологічна потреба, виникають нові технології для використання у практиці. І між цими етапами завжди є часовий розрив. А нас хочуть змусити взагалі обійтися без першого етапу, що неможливо в принципі. Інша річ, що в Україні вже здобуті знання не використовуються в економіці через те, що у нас практично немає високотехнологічних виробництв, а тому наукові результати й не затребувані суспільством. Однак це вже завдання самої влади — стимулювати інноваційний розвиток у державі.

кривини і регулярність опуклої поверхні в розв'язанні проблеми Мінковського з регулярною додатною гауссовою кривиною як функцією нормалі.

Тим самим О.В. Погорелов заклав фундамент геометричного аналізу. З одного боку, рівняння з частинними похідними використовували для розв'язання геометричних задач, а з іншого — опуклі гіперповерхні застосовували для доказу існування і регулярності рішень нелінійного рівняння Монжа–Ампера [4]

$$\|z_{ij}\| = f(x_1, \dots, x_n, z, z_1, \dots, z_n).$$

У фахівців з диференціальних рівнянь на той момент не було технічних засобів для розв'язання цих задач. Одного разу Олексій Васильович сказав: «Це величне рівняння, яким я мав честь займатися». Це рівняння використовують у метеорології, у фінансах, воно є суттєвою складовою транспортної задачі Монжа–Канторовича і має багато інших застосувань у різних галузях математики. Метод розв'язання О.В. Погореловим багатовимірної проблеми Мінковського використав Шинтан Яу для розв'язання комплексного рівняння Монжа–Ампера. Тим самим Ш. Яу довів існування многовидів Калабі–Яу, які відіграють важливу роль у теоретичній фізиці.

1950-ті роки були дуже плідними для Олексія Васильовича. У цей період він розв'язав також основні задачі геометрії в цілому для опуклих поверхонь у просторах постійної кривини, проблему Вейля для ріманового простору. В ті роки у відомому реферативному журналі «Mathematical reviews» завдяки роботам О.Д. Александрова і О.В. Погорелова навіть було виділено окремий розділ «Опукла геометрія».

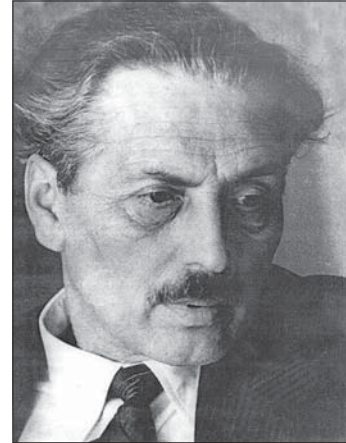
Одна з найбільш концептуальних робіт О.В. Погорелова належить до циклу праць про гладкі поверхні обмеженої зовнішньої кривини. Ці статті найбільш цитовані, хоча від часу їх написання минуло вже півстоліття. О.Д. Александров створив теорію загальних метричних многовидів, природно узагальнивши ріманові. Зокрема, він увів клас двовимірних многовидів обмеженої кривини. Вони вичерпують собою



клас усіх метризованих двовимірних многовидів, які в околі кожної точки допускають рівномірне наближення рімановими метриками, в яких абсолютні інтегральні кривини (інтеграл від модуля гауссової кривини) обмежені у сукупності. Природно, постало питання про клас поверхонь у тривимірному евклідовому просторі, що несуть таку метрику зі збереженням зв'язків метрики і зовнішньої геометрії поверхні. Частково відповідаючи на це питання, О.В. Погорєлов увів клас  $C^1$ -гладких поверхонь з вимогою обмеженості площі сферичного зображення з урахуванням кратності покриття в деякому околі кожної точки поверхні. Такі поверхні називаються поверхнями обмеженої кривини.

Є також досить тісний зв'язок між внутрішньою геометрією поверхні та її зовнішньою формою: повна поверхня з обмеженою зовнішньою кривиною і невід'ємною внутрішньою кривиною є або замкнена опукла поверхня, або нескінченна опукла поверхня; повна поверхня з нульовою внутрішньою і обмеженою зовнішньою кривиною є циліндром.

Першу роботу О.В. Погорєлова на тему поверхонь обмеженої зовнішньої кривини було опубліковано в 1953 р. Проте в 1954 р. Джон Неш опублікував роботу про  $C^1$  ізометричні занурення, яку в 1955 р. доповнив Ніколас Кейпер. З цих робіт впливало, що ріманова метрика, задана на двовимірному многовиді за досить загальних припущень, допускає реалізацію на гладкій класу  $C^1$  поверхні тривимірного евклідового простору. Більш того, ця реалізація здійснюється так само вільно, як топологічне занурення у простір многовиду, на якому задано метрику. Зокрема, з цих робіт впливала можливість ізометричної деформації одиничної сфери на гладку класу  $C^1$  поверхню як завгодно малого діаметра, а також існування у тривимірному евклідовому просторі замкненої гладкої поверхні класу  $C^1$  без самоперетинів, гомеоморфної тору і локально ізометричної площині. Звідси ясно, що для поверхонь класу  $C^1$ , навіть з хорошою внутрішньою метрикою, зберігати зв'язки між внутрішньою і зовнішньою кривиною неможливо.



Олексій Васильович Погорєлов

І тоді з того, що поверхня класу  $C^1$  несе регулярну метрику додатної гауссової кривини, не впливає локальна опуклість поверхні.

Усе це підкреслює природність класу поверхонь обмеженої зовнішньої кривини, введеного О.В. Погорєловим. Це, напевно, найглибший і найоригінальніший цикл його робіт, який є сплавом теорії міри і блискучих синтетичних геометричних конструкцій. Його видатні результати було відзначено в 1959 р. Міжнародною премією ім. М.І. Лобачевського, а в 1962 р. — Ленінською премією. У 1960 р. О.В. Погорєлова було обрано членом-кореспондентом АН СРСР, в 1961 р. — академіком АН УРСР, в 1976 р. — академіком АН СРСР (він став третім союзним академіком в Україні).

Як відомо, у 1900 р. в Парижі відбувся II Міжнародний математичний конгрес, на якому Давід Гільберт сформулював 23 проблеми, що потребували розв'язання і стали напрямними віхами розвитку математики ХХ ст. Четверта проблема сформульована так: визначити всі з точністю до ізоморфізму реалізації систем аксіом класичних геометрій (Евкліда, Лобачевського і еліптичної), якщо в них опустити аксіоми конгруентності, що містять поняття кута, і поповнити ці системи аксіомою нерівності трикутника.

Г. Буземан увів широкий клас плоских  $\sigma$ -метрику в проективному просторі. О.В. Погорєлов довів, що у випадку вимірності 2 система ак-



О.В. Погорелов працює. 1960-ті роки

сіом, виділених Д. Гільбертом, з точністю до ізоморфізму реалізується плоскими  $\sigma$ -метриками. У випадку вимірності 3 доведено аналогічне твердження, але при цьому  $\sigma$ -метрики замінюються узагальненими плоскими  $\sigma$ -метриками, які ввів О.В. Погорелов [5]. Ці результати Олексій Васильович виклав у монографії «Четверта проблема Гільберта» (1974).

Загалом за результатами своїх досліджень О.В. Погорелов опублікував 20 монографій, з яких 14 перевидано іноземними мовами (німецькою, англійською).

Крім того, Олексій Васильович написав три блискучі університетські підручники з основних геометричних курсів: аналітичної геометрії, диференціальної геометрії, основ геометрії. Усі три книжки було перекладено іноземними мовами. Особливо О.В. Погорелов пишався перекладом на англійську курсу диференціальної геометрії, який він написав ще в молоді роки. Окремо Олексій Васильович написав підручник «Геометрія» для студентів педагогічних вишів.

До 1970 р. О.В. Погорелов викладав у Харківському університеті. Щоправда, іноді Олексій Васильович, розмірковуючи прямо посеред лекції над розв'язанням тієї чи іншої геометричної проблеми, починав імпровізувати і міг заплутатися. Тоді він відкривав свій підручник зі словами: «Що тут написано у автора? Очевидно...». Проте коли він читав курси, які ціка-

вили його (я слухав його спецкурс з топології), то робив це натхненно, а в очах його спалахували іскринки. Але найкраще за все у нього виходили доповіді за власними результатами. Він ніколи не захоплювався подробицями і заради доступності й краси готовий був поступитися загальністю формулювання. Тримався Олексій Васильович артистично, його доповідь походила на чудовий спектакль. Одного разу, ще під час роботи в ЦАГІ, він потрапив до однієї компанії з відомим артистом Михайлом Ульяновим, який наприкінці вечора сказав О.В. Погорелову: «Та кидай ти цю математику і йди працювати до нас у театр». На семінарах, оцінюючи результати доповідача, Олексій Васильович завжди зважав на природність і красу доказів. Як головний редактор журналу «Український геометричний збірник» він ревнотно ставився до публікацій у ньому. Пам'ятаю, якось на його запитання, чому я не подав статтю в цей журнал, я пояснив, що послав її в інше видання, і зараз мені нема чого запропонувати. Він суворо подивився і сказав: «Сильні світу цього кажуть, що той, хто хоче прославитися, повинен прославитися на місці».

Багато зусиль Олексій Васильович доклав до створення шкільного підручника з геометрії. А починалося це так. Він входив до комісії зі шкільної освіти, яку очолював Андрій Миколайович Колмогоров, і був незгодний з концепцією підручника, підготовленого колективом авторів під загальною редакцією А.М. Колмогорова. Згодом О.В. Погорелов написав посібник для вчителів з елементарної геометрії, в якому побудував шкільний курс на основі своєї природної, наочної системи аксіом. Посібник вийшов у 1969 р. і став основою для написання шкільного підручника. Олексій Васильович часто повторював: «Мій підручник — це поліпшений підручник Кисельова». Однак у перших варіантах підручника були певні труднощі, пов'язані з аксіоматичним підходом. Передусім це стосувалося 6-го класу: навіщо доводити очевидні, з дитячої точки зору, твердження. О.Д. Александров публічно розкритикував у пресі підхід О.В. Погорелова. Однак після доопрацювання підручника ці

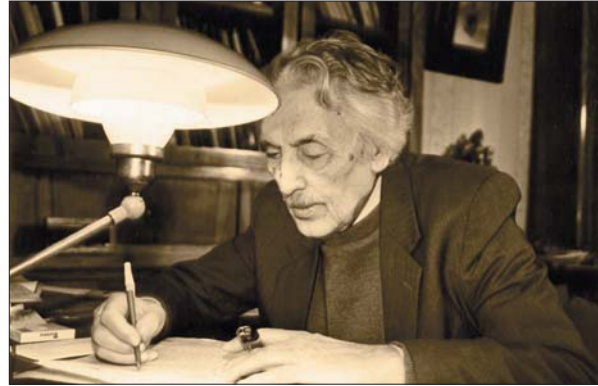
розбіжності вдалося подолати, і вони ніяк не вплинули на міцну дружбу Олексія Васильовича з О.Д. Александровим.

Підручник О.В. Погорелова «Геометрія» був одним з основних шкільних підручників з планіметрії і стереометрії в 1980–2007 рр. На жаль, хвилі сірості і корупції вимили чудовий оригінальний підручник О.В. Погорелова зі шкільної освіти в Україні. Останнє українське видання вийшло в 2008 р., а в Росії підручник і досі використовують у школах та щороку перевидають.

Олексій Васильович був людиною високої моральності. Дуже любив Харків. Його запрошували переїхати працювати до Москви і І.Г. Петровський, ректор Московського державного університету ім. М.В. Ломоносова, і І.М. Виноградов, директор Математичного інституту ім. В.А. Стеклова. К.В. Маслов якось розповів мені, що одного разу Олексію Васильовичу зателефонував президент АН СРСР М.В. Келдиш і просив його поїхати на два роки до Свердловська директором Математичного інституту. У разі згоди з цього випливало негайне обрання академіком АН СРСР. Однак Олексій Васильович відмовився. Пізніше він став союзним академіком на загальних підставах, без необхідності покидати Харків. Щоправда, одного разу, коли він балотувався в академіки АН СРСР, на семінарі в серцях висловився, що слід кинути науку, а займатися лише виборами. О.В. Погорелов вважав за краще залишатися подалі від столичної суєти. Теорема він доводив у Харкові, а до Москви і Ленінграда їздив блиснуть ними.

Проте творчість О.В. Погорелова виходить далеко за межі чистої математики. Він брав участь у розробленні теоретичних основ створення штучних трансуранових елементів. Його глибокі й оригінальні ідеї стали підґрунтям для конструювання надпровідних генераторів.

За видатні наукові результати О.В. Погорелову, крім зазначених вище премій, було присуджено дві Державні премії України, дві премії НАН України: імені М.М. Крилова та імені М.М. Боголюбова, нагороджено багатьма орденами і медалями. І всі ці нагороди —



О.В. Погорелов за роботою. 1990-ті роки

дань пошани його таланту і титанічній праці. Нобелівської премії з математики не присуджують, її аналога для математиків — премії Абеля, тоді ще не було (вона заснована лише в 2002 р.), а коли Філдсівську премію почали давати радянським ученим (уперше це сталося в 1970 р.), О.В. Погорелов уже вийшов з відповідного віку (її присуджують математикам, вік яких не перевищує 40 років).

Олексій Васильович був людиною скромною, незважаючи на всі свої регалії. Одного разу харківські геометри летіли через Москву на Всесоюзну конференцію, але виліт затримувався, і всі змушені були коротати ніч у залі очікування. Як депутат Верховної Ради УРСР О.В. Погорелов міг піти до VIP-залу, але він залишився з колегами.

А ще Олексій Васильович був красивою людиною зі шляхетною душею. Залюбки позував фотокореспондентам, але робив це природно і артистично. Мав гарне почуття гумору. Якось я зайшов до нього додому, щоб вирішити якесь питання, і забув сумку. Повернувшись за нею, вибачився, що потурбував, на що Олексій Васильович іронічно відповів: «Нічого, нічого... Якщо забув, то про щось думав». Пам'ятаю, коли в 1982 р. на 70-річчі О.Д. Александрова попросили заспівати нашого колегу А.І. Медяника, в якого був чудовий голос, то після закінчення пісні Олексій Васильович зауважив: «Ви чули, як співає мій співробітник? Уявляєте, як співає начальник!». А у нього дійсно був

непоганий голос, і він полюбляв співати українські пісні.

«У його житті не було великих подій, всі великі події відбувалися в його голові», — говорив фізик Л. Больцман про Г. Кірхгофа. Ця фраза повною мірою підходить і до Олексія Васильовича Погорелова.

Восени 1955 р., коли О.В. Погорелов перебував у Ленінграді, там сталася велика повінь. Наступного дня учасники семінару жваво обмінювалися враженнями, а Олексій Васильович був дуже здивований: «Яка повінь?». Увесь вечір він працював у своїй кімнаті і нічого про повінь не знав.

Чим би не захоплювався О.В. Погорелов — полюванням, риболовлю, малюванням, у

всьому проявлялася його творча вдача. Сьогодні Олексія Васильовича вже немає з нами, але залишилися його теореми, книги, і найголовніше, його приклад самовідданого служіння науці, істині. Він неймовірно багато працював, прагнув абсолютної досконалості. Видатний генетик В.П. Ефроїмсон вважав ці риси основними якостями генія. Як писав він у своїй книзі «Генетика геніальності»: «У кожного з нас є дві найвищі взаємодоповнюючі частини космічного обов'язку. Обов'язок перед самим собою, який кожен з нас може виконати, реалізуючи свій творчий талант. І обов'язок перед іншими, який ми виконуємо служінням суспільству на благо людства, на благо всього нашого виду в цілому».

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Олексій Васильович Погорелов. Сер. Біобібліографія вчених України. (Відп. ред., укл. О.А. Борисенко). К.: Академперіодика, 2018. 132 с.
2. Борисенко А.А. Алексей Васильевич Погорелов — математик удивительной силы. *Журнал математической физики, анализа, геометрии*. 2006. Т. 2, № 3. С. 231–264.
3. Аминов Ю.А. О геометрических работах А.В. Погорелова. *Украинский математический журнал*. 2007. Т. 59, № 8. С. 1116–1130.
4. Погорелов А.В. *Избранные труды*. К.: Наук. думка, 2008. Т. 1. Геометрия в целом. 419 с.
5. Погорелов А.В. *Избранные труды*. К.: Наук. думка, 2008. Т. 2. Основания геометрии, механика, физика. 398 с.