

В. И. Ковальчук

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев

НЕУПРУГОЕ ДИФРАКЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ ЯДЕР ${}^6\text{Li}$ ЯДРАМИ ${}^{12}\text{C}$, ${}^{28}\text{Si}$

Предложен метод расчета дифференциальных сечений неупругого дифракционного рассеяния кластерных ядер четно-четными ядрами с возбуждением низколежащих коллективных состояний мишеней. Метод удовлетворительно описывает наблюдаемые угловые распределения сечений неупругого рассеяния ядер ${}^6\text{Li}$ ядрами ${}^{12}\text{C}$, ${}^{28}\text{Si}$ с возбуждением уровней 2^+ (4,44 и 1,78 МэВ соответственно).

Ключевые слова: ядерная дифракция, кластерные ядра, неупругое рассеяние, низколежащие коллективные состояния.

Введение

Основы теории дифракционного неупругого рассеяния (НУР) нуклонов на ядрах с возбуждением коллективных состояний ядер были заложены в работах Инопина [1, 2] и Блэра [3, 4]. В адиабатическом приближении амплитуда НУР с возбуждением низколежащих колебательных состояний четно-четных ядер $|IM\rangle$, имеющих в основном состоянии спин и его проекцию $|00\rangle$, определяется выражением

$$f_{IM}(q) = \langle IM | f(q, \{\alpha_{\lambda\mu}\}) | 00 \rangle, \quad (1)$$

где $f(q, \{\alpha_{\lambda\mu}\})$ – амплитуда упругого рассеяния (УР) нуклона на деформированном ядре с фиксированными значениями коллективных переменных $\alpha_{\lambda\mu}$, которые характеризуют форму деформированного ядра

$$R(\theta, \varphi) = R_0 + \Delta R(\theta, \varphi),$$

$$\Delta R(\theta, \varphi) = R_0 \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi). \quad (2)$$

Здесь $q = 2k \sin(\vartheta/2)$ – переданный импульс (k – относительный импульс нуклона, ϑ – угол рассеяния), R_0 – радиус равновеликой сферы.

В простейшем случае рассеяния частицы черным бездиффузным ядром с деформацией (2) амплитуда НУР имеет вид [5]

$$f(q) = \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} f_{\lambda\mu}(q), \quad (3)$$

$$f_{\lambda\mu}(q) = i^{(1-\mu)} k R_0^2 Y_{\lambda\mu}(\pi/2, 0) J_{\mu}(qR_0) \exp[2i\eta(R_0)], \quad (4)$$

где $\eta(R_0)$ – кулоновская фаза. Использование выражений (3) и (4) при анализе наблюдаемых

сечений дает возможность определить, например, дифракционный радиус [6, 7], однако сам эксперимент описывается лишь качественно: рассчитанные значения сечений оказываются завышенными, дифракционные минимумы не заполняются. Формула (4) не учитывает структуру падающей частицы и ядерно-оптические свойства мишени. Кроме того, формула (4) получена в линейном приближении по ΔR .

К настоящему времени накоплен ряд экспериментальных данных по НУР ядер ${}^6\text{Li}$ четно-четными ядрами ${}^{12}\text{C}$, ${}^{24}\text{Mg}$, ${}^{28}\text{Si}$, ${}^{40,48}\text{Ca}$, ${}^{58}\text{Ni}$, ${}^{90}\text{Zr}$, ${}^{116}\text{Sn}$ при дифракционных энергиях с возбуждением коллективных состояний мишеней [8 - 11]. Как правило, для описания экспериментов по ядроядерному НУР привлекается модель двойного фолдинга и метод связанных каналов. Однако существующий формализм дифракционной модели [5] также может быть использован в подобной задаче после некоторой его модификации.

Формализм

Во многих задачах рассеяния ядро ${}^6\text{Li}$ рассматривается как состоящее из двух кластеров – α -частицы и дейтрона. Такое приближение оправдано, поскольку ядро считается достаточно хорошо кластеризованным, если квадрат отношения радиуса более крупного кластера к радиусу всего ядра $x \leq 0,5$ [12] – для ядра ${}^6\text{Li}$ $x \approx 0,37$ [13]. Амплитуда дифракционного рассеяния двухкластерного ядра имеет вид [5]

$$F(q) = \frac{k}{k_1} f_1(q) \Phi(b_2 q) + \frac{k}{k_2} f_2(q) \Phi(b_1 q) + \frac{ik}{2\pi k_1 k_2} \int d^{(2)} \vec{g} \Phi(g) f_1(|b_1 \vec{q} - \vec{g}|) f_2(|b_2 \vec{q} + \vec{g}|), \quad (5)$$

где k (k_j) – относительный импульс падающего ядра (j -го кластера, $j = 1, 2$); $\Phi(x)$ – его форм-

фактор; $b_j = m_j / (m_1 + m_2)$, m_j – массы кластеров. Для определенности везде ниже будем считать α -частицу 1-м кластером, дейтрон – 2-м. Функции $f_j(q)$ в выражении (5) являются кластер-ядерными амплитудами рассеяния

$$f_j(q) = \frac{ik_j}{2\pi} \int d^{(2)}\vec{\rho}_j \exp[i\vec{q}\vec{\rho}_j] \omega_j(\rho_j) \exp[2i\eta_j(\rho_j)], \quad (6)$$

где k_j – импульс j -го кластера; $\vec{\rho}_j$ – двумерный вектор параметра удара, перпендикулярный к \vec{k} ; $\omega_j(\rho_j)$ – кластер-ядерная функция профиля; $\eta_j(\rho_j)$ – кулоновская фаза.

Предположим, что мишень деформирована так, что область тени на плоскости, в которой лежит $\vec{\rho}_j$, ограничена кривой

$$R_j(\varphi) = R_{0j} + \Delta R_j(\varphi),$$

$$\Delta R_j(\varphi) = R_{0j} \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\pi/2, \varphi), \quad (7)$$

$$f_j(q) = \frac{ik_j}{2\pi} \int_{R_{0j}}^{R_{0j} + \Delta R_j(\varphi)} d^{(2)}\vec{\rho}_j \exp[i\vec{q}\vec{\rho}_j] \omega_j(\rho_j) \exp[2i\eta_j(\rho_j)]. \quad (8)$$

Заметим, что если в формуле (8) выбрать $\omega_j(\rho_j) = \Theta(\rho_j)$ (функция Хевисайда), то интеграл по $d\rho_j$ можно взять по частям. Пренебрегая слагаемым, пропорциональным $(\Delta R_j(\varphi) / R_{0j})^2$, и интегрируя далее по $d\varphi$, получим выражение, совпадающее с формулой (4).

В качестве кластер-ядерной функции профиля выберем фермиевскую зависимость

$$\omega_j(\rho_j) = \omega_{0j} [1 + \exp\{(\rho_j - R_{0j})/\Delta\}]^{-1}, \quad (9)$$

где ω_{0j} – параметр поглощения; Δ – диффузность поверхности мишени. Кулоновский множитель можно вынести из-под знака интеграла в

$$\delta_{\lambda\mu} = \frac{\beta_\lambda}{\sqrt{2\lambda+1}} \begin{cases} i^{\lambda+\mu} \sqrt{\frac{2\lambda+1}{4\pi}} \frac{\sqrt{(\lambda-\mu)!(\lambda+\mu)!}}{(\lambda-\mu)!(\lambda+\mu)!}, & (\lambda+\mu) - \text{четные;} \\ 0, & (\lambda+\mu) - \text{нечетные.} \end{cases}, \quad (13)$$

где β_λ – параметр деформации мишени [5].

где $R_{0j} = r_0 (A_j^{1/3} + A^{1/3})$ – радиус кластер-ядерного взаимодействия (A_j, A – массовые числа j -го кластера и мишени соответственно). Интеграл по $d\rho_j$ в формуле (6) фактически является суммой трех интегралов на интервалах: 1) $[0, R_{0j}]$, 2) $[R_{0j}, R_{0j} + \Delta R_j(\varphi)]$ и 3) $[R_{0j} + \Delta R_j(\varphi), \infty)$. Последний из этих интегралов представляет собой кулоновскую амплитуду рассеяния. В [14 - 16] было показано, что величины кулоновских сечений не зависят от тонкой структуры распределения заряда в ядре; иначе говоря, в силу того, что $\max_{0 \leq \varphi \leq 2\pi} |\Delta R_j(\varphi) / R_{0j}| \ll 1$, третий интеграл можно заменить на интеграл на интервале $[R_{0j}, \infty)$.

Сумма такого интеграла вместе с первым интегралом даст просто амплитуду УР, которая учитывает как ядерное, так и кулоновское взаимодействие. Оставшийся интеграл будет описывать амплитуду НУР j -го кластера с возбуждением колебательного состояния мишени $|\lambda\mu\rangle$

формуле (8), так как фаза $\eta_j(R_{0j} + \Delta R_j) \equiv \eta_j(R_{0j})$. Выполняя в (8) замену переменной интегрирования $\rho_j \rightarrow \xi R_{0j}$ и учитывая формулу (7), получим

$$f_j(q) = f_j(q; \lambda, \mu) = \omega_{0j} R_{0j}^2 \exp[2i\eta_j(R_{0j})] u_j(q; \lambda, \mu), \quad (10)$$

где

$$u_j(q; \lambda, \mu) = \frac{ik_j}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_1^{Z_{\lambda\mu}(\varphi)} d\xi \frac{\xi \exp[i\xi q R_{0j} \cos \varphi]}{1 + \exp[(\xi - 1)R_{0j}/\Delta]}, \quad (11)$$

$$Z_{\lambda\mu}(\varphi) = (1 + \delta_{\lambda\mu}^2 + 2\delta_{\lambda\mu} \cos(\mu\varphi))^{1/2}, \quad (12)$$

Результаты расчетов и их обсуждение.

Выводы

Формулы (8) - (13) непосредственно использовались в расчетах дифференциальных сечений НУР ядра ${}^6\text{Li}$ ядрами ${}^{12}\text{C}$, ${}^{28}\text{Si}$ с возбуждением коллективных состояний мишеней ${}^{12}\text{C}^*(2^+; 4,44 \text{ МэВ})$ и ${}^{28}\text{Si}^*(2^+; 1,78 \text{ МэВ})$:

$$\sigma(\vartheta) = \sum_{M=-I}^I |F_{IM}(q)|^2, \quad I=2, \quad (14)$$

где $F_{IM}(q)$ – амплитуда (5), в которой выполнена замена $f_j(q)$ на кластер-ядерные амплитуды (10): $f_j(q) \rightarrow f_j(q; \lambda = I, \mu = M)$.

В расчетах использовался формфактор основного состояния ядра ${}^6\text{Li}$ [17], входящий в формулу (5). В результате исследования влияния величин параметров ω_{0j} , Δ и β_2 на поведение зависимостей $\sigma(\vartheta)$ было установлено следующее:

1. Модель сильного поглощения с бездиффузной поверхностью ($\omega_{01} = \omega_{02} = 1$, $\Delta \rightarrow 0$) неудовлетворительно описывают эксперименты: в дифракционной картине присутствуют глубокие минимумы, а в области дифракционных максимумов величины рассчитанных сечений в несколько раз превышают соответствующие экспериментальные.

2. Значение параметра диффузности в пределах $0,3 < \Delta < 1$ слабо влияет как на заполняемость дифракционных минимумов, так и на величины $\sigma(\vartheta)$ в области $0^\circ \leq \vartheta \leq 60^\circ$, поэтому Δ в расчетах были зафиксированы: $\Delta = 0,49 \text{ фм}$ (${}^{12}\text{C}$), $\Delta = 0,56 \text{ фм}$ (${}^{28}\text{Si}$) [18].

3. Величина параметра деформации β_2 влияет на положение кривой $\sigma(\vartheta)$ относительно вертикальной оси, а также на характер осцилляций сечения. При $\beta_2 \rightarrow 0$ дифракционная картина смещается вниз, в ней возникают глубокие минимумы. С увеличением значения β_2 кривая $\sigma(\vartheta)$ смещается вверх, при этом возникает некоторая область углов, в которой осцилляции сечений исчезают. При дальнейшем увеличении $\beta_2 \rightarrow 1$ в угловой зависимости $\sigma(\vartheta)$ вновь возникают глубокие дифракционные минимумы.

На рис. 1 и 2 представлены результаты расчетов сечений (14) ядер ${}^6\text{Li}$ с возбуждением уровня 2^+ мишеней ${}^{12}\text{C}$ и ${}^{28}\text{Si}$ (сплошные кривые).

Штрихпунктирные линии на этих рисунках взяты из тех же работ, в которых были опубликованы результаты соответствующих экспериментов: эти сечения рассчитывались в рамках

$\sigma(\vartheta)$, мб/ср

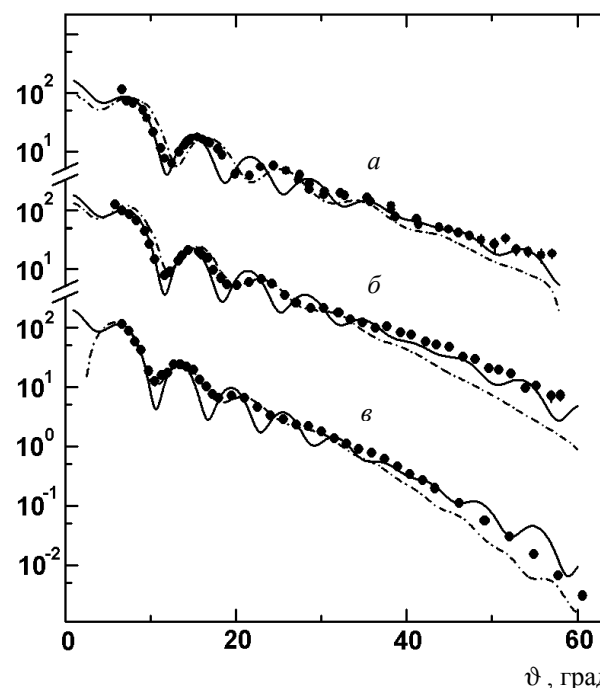


Рис. 1. Дифференциальные сечения НУР ядер ${}^6\text{Li}$ ядрами ${}^{12}\text{C}$ с возбуждением уровня 2^+ при энергиях падающего ядра 123,5 МэВ (а), 168,6 МэВ (б) и 210 МэВ (в). Экспериментальные данные взяты из работ [8] (а, б) и [11] (в). Объяснение кривых дано в тексте.

$\sigma(\vartheta)$, мб/ср

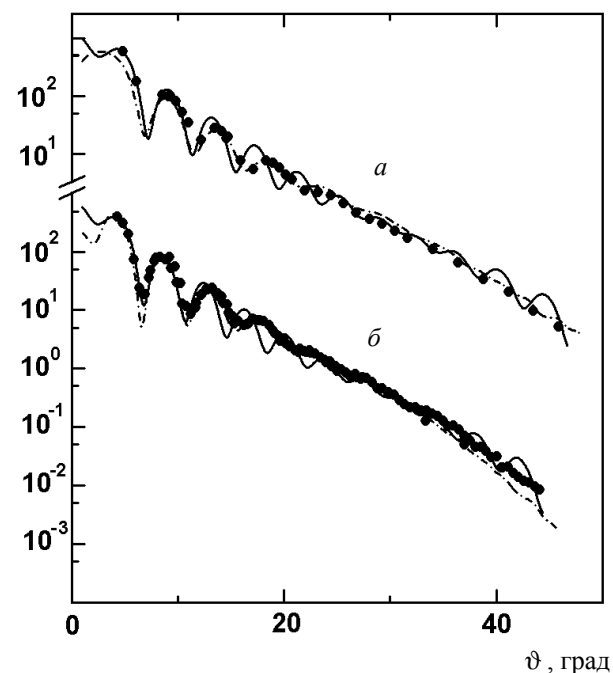


Рис. 2. То же, что и на рис. 1, но для мишени ${}^{28}\text{Si}$ при энергиях падающего ядра 210 МэВ (а) и 240 МэВ (б). Экспериментальные данные взяты из работ [11] (а) и [9] (б).

метода связанных каналов с использованием либо ядро-ядерных потенциалов двойного фолдинга [8, 11], либо параметры оптического потен-

циала изначально рассматривались как подгочные [9].

В таблице приведены значения параметров дифракционной модели, полученные в результате χ^2 -подгонки сечений (14) к экспериментам.

Величины параметров, использованные в расчетах сечений, приведенных на рис. 1 и 2

Мишень	Энергия ${}^6\text{Li}$, МэВ	r_0 , фм	ω_{01}	ω_{02}	β_2	β_2 [19]
${}^{12}\text{C}$	123,5	1,65	0,48	0,37	0,53	0,582
${}^{12}\text{C}$	168,6	1,49	0,60	0,17	0,53	
${}^{12}\text{C}$	210	1,47	0,57	0,26	0,50	
${}^{28}\text{Si}$	210	1,50	0,45	0,69	0,42	
${}^{28}\text{Si}$	240	1,48	0,40	0,49	0,41	0,407

Характерной особенностью всех рассчитанных кривых является постепенное уменьшение амплитуды осцилляций, вплоть до почти полного ее затухания, с увеличением величины угла рассеяния. В области значений $\vartheta \cong 50 \div 60^\circ$ осцил-

ляции сечений возникают вновь (на выходе из области дифракционного приближения).

Таким образом, из сравнения результатов расчетов с экспериментальными данными (см. рис. 1 и 2) следует, что предложенный в работе метод удовлетворительно описывает наблюдаемые угловые зависимости сечений НУР в области 1-го и 2-го дифракционных максимумов, а также в диапазоне углов рассеяния $30 \div 50^\circ$ для ${}^{12}\text{C}$ и $20 \div 40^\circ$ – для ${}^{28}\text{Si}$. Не описаны 3-й (еле сформированный) дифракционный максимум для ${}^{12}\text{C}$ и 3-й, 4-й – для ${}^{28}\text{Si}$. Согласие с экспериментами в указанных областях, на наш взгляд, можно было бы улучшить, если в формуле (9) ввести рефракцию $\omega_{0j} = \text{Re } \omega_{0j} + i \text{Im } \omega_{0j}$, а также отдельный параметр диффузности для каждого из кластеров. Такая более сложная модель была бы аналогом хорошо известной шестипараметрической оптической модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Инотин Е.В.* Возбуждение колебательных уровней ядер при рассеянии быстрых нейтронов // ЖЭТФ. - 1956. - Т. 31, вып. 5. - С. 901 - 902.
2. *Инотин Е.В.* Неупругое дифракционное рассеяние // Там же. - 1966. - Т. 50, вып. 6. - С. 1592 - 1602.
3. *Blair J.S.* Inelastic diffraction scattering // Phys. Rev. - 1959. - Vol. 115, No. 4. - P. 928 - 938.
4. *Блэр Д.С.* Возбуждение коллективных состояний при неупругом рассеянии // Прямые процессы в ядерных реакциях / Под ред. А. А. Оглоблина. - М.: Атомиздат, 1965. - С. 208 - 222.
5. *Ситенко А.Г.* Теория ядерных реакций. - М.: Энергоатомиздат, 1983. - С. 197 - 198.
6. *Ogloblin A.A., Belyaeva T.L., Demyanova A.S. et al.* Determination of nuclear radii for unstable states in ${}^{12}\text{C}$ with diffraction inelastic scattering // Phys. Rev. C. - 2009. - Vol. 80, No. 5. - P. 054603(9).
7. *Ogloblin A.A., Belyaeva T.L., Danilov A.N. et al.* Radius of ${}^{12}\text{C}$ in the excited 2_2^+ Hoyle state // Eur. Phys. J. A. - 2013. - Vol. 49, No. 4. - P. 46(7).
8. *Katori K., Shimoda T., Fukuda T. et al.* Breakup effects of ${}^6\text{Li}$ on elastic and inelastic scattering from ${}^{12}\text{C}$ at 18 - 28 MeV/nucleon // Nucl. Phys. A. - 1988. - Vol. 480, No. 2. - P. 323 - 341.
9. *Chen X., Liu Y.-W., Clark H.L. et al.* Folding model analysis of 240 MeV ${}^6\text{Li}$ elastic scattering on ${}^{116}\text{Sn}$ and inelastic scattering to low-lying states of ${}^{116}\text{Sn}$ // Phys. Rev. C. - 2007. - Vol. 76, No. 5. - P. 054606(7); Giant resonances in ${}^{116}\text{Sn}$ from 240 MeV ${}^6\text{Li}$ scattering // Ibid. - 2009. - Vol. 79, No. 2. - P. 024320(8); Giant resonances in ${}^{24}\text{Mg}$ and ${}^{28}\text{Si}$ from 240 MeV ${}^6\text{Li}$ scattering // Ibid. - 2009. - Vol. 80, No. 1. - P. 014312(16).
10. *Krishichayan, Chen X., Lui Y.-W. et al.* Elastic and inelastic scattering of 240-MeV ${}^6\text{Li}$ ions from ${}^{40}\text{Ca}$ and ${}^{48}\text{Ca}$ and tests of a systematic optical potential // Phys. Rev. C. - 2010. - Vol. 81, No. 4. - P. 044612(10).
11. *Nadasen A., McMaster M., Fingal M. et al.* Inelastic scattering of 210 MeV ${}^6\text{Li}$ ions from ${}^{12}\text{C}$, ${}^{28}\text{Si}$ and ${}^{58}\text{Ni}$: Test of unique ${}^6\text{Li}$ potentials // Phys. Rev. C. - 1989. - Vol. 40, No. 3. - P. 1237 - 1243.
12. *Неудачин В.Г., Смирнов Ю.Ф.* Нуклонные ассоциации в легких ядрах. - М.: Наука, 1969. - 414 с.
13. *Egelhof P., Alkhasov G.D., Andronenko M.N. et al.* Nuclear-matter distributions of halo nuclei from elastic proton scattering in inverse kinematics // Eur. Phys. J. A. - 2002. - Vol. 15. - P. 27 - 33.
14. *Woods R.D., Saxon D.S.* Diffuse Surface Optical Model for Nucleon-Nuclei Scattering // Phys. Rev. - 1954. - Vol. 95. - P. 577 - 578.
15. *Ходгсон П.Е.* Оптическая модель упругого рассеяния. - М.: Атомиздат, 1966. - с. 42.
16. *Тартаковський В.К., Ковальчук В.І., Фурсаєв О.В.* Про вплив кулонівської взаємодії та дифузності ядерної поверхні на дифракційне пружне розсіяння дейтронів ядрами // УФЖ. - 2001. - Т. 46, № 4. - С. 409 - 414.
17. *Wiringa R.B., Schiavilla R.* Microscopic Calculation of ${}^6\text{Li}$ Elastic and Transition Form Factors // Phys. Rev. Lett. - 1998. - Vol. 81, No. 20. - P. 4317 - 4320.
18. *De Vries H., De Jager C.W., De Vries C.* Nuclear charge-density-distribution parameters from elastic electron scattering // At. Data Nucl. Data Tabl. - 1987. - Vol. 36, No. 3. - P. 495 - 536.
19. *Raman S., Nestor C. W., jr., Tikkanen P.* Transition probability from the ground to the first-excited 2^+ state of even-even nuclides // At. Data Nucl. Data Tabl. - 2001. - Vol. 78, No. 1. - P. 1 - 128.

В. І. Ковальчук

НЕПРУЖНЕ ДИФРАКЦІЙНЕ РОЗСІЯННЯ ЯДЕР ${}^6\text{Li}$ ЯДРАМИ ${}^{12}\text{C}$, ${}^{28}\text{Si}$

Запропоновано метод обчислення диференціальних перерізів непружного дифракційного розсіяння кластерних ядер парно-парними ядрами зі збудженням низьколежачих колективних станів мішеней. Метод задовільно описує експериментальні кутові розподіли перерізів непружного розсіяння ядер ${}^6\text{Li}$ ядрами ${}^{12}\text{C}$, ${}^{28}\text{Si}$ зі збудженням рівнів 2^+ (4,44 і 1,78 MeV відповідно).

Ключові слова: ядерна дифракція, кластерні ядра, непружне розсіяння, низьколежачі колективні стани.

V. I. Kovalchuk

DIFFRACTIVE INELASTIC SCATTERING OF ${}^6\text{Li}$ NUCLEI BY ${}^{12}\text{C}$, ${}^{28}\text{Si}$ NUCLEI

Method of differential cross sections calculation has been proposed for inelastic diffractive scattering of clustered nuclei by even-even nuclei with excitation of low-lying collective states. The method satisfactorily describes the experimental angular distributions of inelastic scattering cross sections of ${}^6\text{Li}$ nuclei by ${}^{12}\text{C}$ and ${}^{28}\text{Si}$ nuclei with the excitation of 2^+ states (4,44 and 1,78 MeV, respectively).

Keywords: nuclear diffraction, clustered nuclei, inelastic scattering, low-lying collective states.

Надійшла 28.10.2013

Received 28.10.2013