

**О. О. Грицай<sup>1</sup>, А. К. Гримало<sup>1</sup>, В. А. Пшеничний<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Інститут ядерних досліджень НАН України, Київ

<sup>2</sup> Державний науково-інженерний центр систем контролю та аварійного реагування, Київ

## АНАЛІТИЧНІ ВИРАЗИ ДЛЯ РОЗРАХУНКІВ ВИХОДІВ РОЗСІЯНИХ НЕЙТРОНІВ ІЗ ЗРАЗКА-РОЗСІЮВАЧА ПІДМАЛИМИ КУТАМИ

Отримано аналітичні вирази для розрахунків виходів розсіяних нейtronів із двокомпонентного зразка-розсіювача CH<sub>2</sub> під кутами 15, 20, 25 та 30°. Проведено аналіз меж використання отриманих виразів залежно від структури досліджуваних нейtronних перерізів.

*Ключові слова:* двокомпонентний зразок-розсіювач, розсіяні нейtronи, метод пропускання, програмний код MCNP4c.

Необхідність написання даної роботи пов'язана з особливостями проведення експериментів для визначення набору повних нейtronних перерізів <sup>52</sup>Cr з використанням методу зсуву нейtronної лінії фільтра. Так, наприклад, для визначення повних усереднених нейtronних перерізів при енергіях 48,4, 52 та 55 кeВ слід використати водень як зразок-розсіювач фільтрованого пучка 59 кeВ і провести вимірювання при кутах 15, 20 та 25°[1]. Однак через неможливість мати зразок-розсіювач з водню в експерименті [2] використовувався зразок-розсіювач поліетилен CH<sub>2</sub>, а для того щоб врахувати ефекти, пов'язані з розсіянням нейtronів на вуглеці в поліетилені, проводились також вимірювання з використанням зразка-розсіювача вуглецю.

Якщо б ми використовували зразок-розсіювач водень, то при вимірюваннях на вибраному куті ми б отримали проходження зразка досліджуваного матеріалу (у даному випадку <sup>52</sup>Cr)  $T_{Cr}^H$ , звідки за відомою формулою могли б визначити повний нейtronний переріз. Коли ми використовуємо зразок-розсіювач вуглець, то експериментально отримуємо проходження  $T_{Cr}^C$  зразка <sup>52</sup>Cr (енергія розсіяних нейtronів при цьому вибраному куті буде зовсім іншою, ніж при розсіянні на водні).

При використанні зразка-розсіювача CH<sub>2</sub> експериментально визначається проходження  $T_{Cr}^{CH_2}$  зразка <sup>52</sup>Cr, яке можна представити через  $T_{Cr}^H$  та  $T_{Cr}^C$  як

$$T_{Cr}^{CH_2} = \frac{P_C^\theta \cdot T_{Cr}^C + P_H^\theta \cdot T_{Cr}^H}{P_C^\theta + P_H^\theta}, \quad (1)$$

де  $P_C^\theta$ ,  $P_H^\theta$  – кількість (потік) нейtronів, розсіяних під вибраним кутом  $\theta$  на ядрах вуглецю та водню, що містяться у складі двокомпонентного зразка-розсіювача CH<sub>2</sub>;  $T_{Cr}^H$  – проходження зразка <sup>52</sup>Cr для енергії нейtronів, що відповідають енергії розсіяних нейtronів на ядрах водню (розсіювач CH<sub>2</sub>);  $T_{Cr}^C$  – проходження зразка <sup>52</sup>Cr для енергії нейtronів, що відповідають енергії розсіяних нейtronів на ядрах вуглецю(розсіювач вуглець).

Із співвідношення (1) можна визначити

$$T_{Cr}^H = T_{Cr}^{CH_2} + \frac{P_C^\theta}{P_H^\theta} (T_{Cr}^{CH_2} - T_{Cr}^C). \quad (2)$$

Вираз (1) отримано для розсіювача CH<sub>2</sub>, у складі якого міститься вуглецю стільки, скільки в однокомпонентному розсіювачі вуглеці товщиною 2 мм. Реально в експерименті по визначення проходження  $T_{Cr}^H$  досліджуваного зразка використовувався розсіювач вуглець товщиною 10 мм, вибір останнього пов'язаний із підвищенням потоку розсіяних нейtronів. Але і в такому випадку формула (2) є вірною, оскільки величина проходження  $T_{Cr}^C$  досліджуваного зразка при використанні розсіювача вуглецю товщиною 2 або 10 мм буде однаковою, відмінність лише у похибці визначення проходження, яка для вуглецю товщиною 2 мм буде гіршою.

Використовуючи формулу (2), легко розрахувати величину абсолютної похибки пропускання

$$\Delta T_{Cr}^H = \sqrt{\left(1 + \frac{P_C^\theta}{P_H^\theta}\right)^2 \cdot (\Delta T_{Cr}^{CH_2})^2 + \left(\frac{P_C^\theta}{P_H^\theta}\right)^2 \cdot (\Delta T_{Cr}^C)^2 + (T_{Cr}^{CH_2} - T_{Cr}^C)^2 \cdot \left(\Delta \frac{P_C^\theta}{P_H^\theta}\right)^2}. \quad (3)$$

Для визначення пропускання досліджуваного зразка  $T_{\text{зз}_C}^H$  з використанням виразу (2) невідомим є співвідношення  $P_C^\theta / P_H^\theta$ . Саме визначеню цього співвідношення і присвячено наступний розгляд.

Розглянемо спочатку однокомпонентний зразок-розсіювач. На рис. 1 наведено спрощену схему експерименту. На розсіювач вуглець товщиною  $x_0$  падає потік нейtronів  $\Phi_H$ . Під кутом  $\theta$  до початкового напрямку нейtronів на відстані  $L$  від центру зразка-розсіювача розміщене детектор з площею  $S_{\text{дет}}$ . Досліджуваний зразок розміщується між зразком-розсіювачем та детектором. Яка частина потоку  $\Phi_H$  потрапить в детектор?

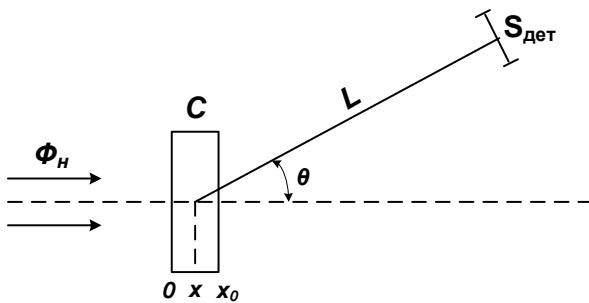


Рис. 1. Спрощена схема постановки експерименту по визначенням потоків розсіяних нейtronів під кутом  $\theta$ .  $\Phi_H$  – початковий потік фільтрованих нейtronів;  $C$  – зразок-розсіювач;  $L$  – відстань від центру зразка-розсіювача до детектора;  $S_{\text{дет}}$  – площа детектора.

Умови розрахунку: радіус пучка нейtronів  $r_n$  набагато менший радіуса зразка-розсіювача  $R_C; L \gg r_n$ .

Такі умови дають змогу вважати, що в детектор потрапляють нейtronи, розсіяні під кутом  $\theta$  незалежно від місця розсіяння в зразку-розсіювачі.

Спочатку, для спрощення, знехтуємо перерізами поглинання нейtronів в зразку-розсіювачі  $C$ , тобто  $\sigma_C^{tot} = \sigma_C^{posc.} \equiv \sigma_C$ .

Диференційне рівняння для потоку розсіяних нейtronів під кутом  $\theta$ , які потрапили в детектор площею  $S_{\text{дет}}$ :

$$dP_C^\theta = \Phi_H \cdot e^{-n_c \sigma_C x} \cdot n_c \cdot \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \cdot \frac{S_{\text{дет}}}{L^2} dx \cdot e^{-n_c \sigma'_C \frac{(x_0 - x)}{\cos \theta}}, \quad (4)$$

де  $n_c$  – кількість ядер зразка-розсіювача вуглецю в 1 см<sup>3</sup>;  $\Phi_H$  – початковий потік нейtronів;  $\sigma_C$ ,  $\sigma'_C$  – поперечні перерізи взаємодії нейtronів з ядрами розсіювача вуглецю до та після розсіяння відповідно;  $\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}$  – диференційний переріз розсіяння нейtronів під кутом  $\theta$  в лабораторній си-

стемі координат (ЛСК);  $x_0$  – товщина зразка-розсіювача.

Окремі складові виразу (4) відтворюють такі процеси:

$\Phi_H \cdot e^{-n_c \sigma_C x}$  – ослаблення початкового потоку нейtronів товщиною розсіювача  $x$ ;

$n_c \cdot \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \cdot \frac{S_{\text{дет}}}{L^2} dx$  – частка розсіяних нейtronів під кутом  $\theta$  елементом  $dx$ ;

$\Delta\Omega = \frac{S_{\text{дет}}}{L^2}$  – тілесний кут детектора (тілесний кут розсіяння);

$e^{-n_c \sigma'_C \frac{(x_0 - x)}{\cos \theta}}$  – ослаблення розсіяних нейtronів.

Для s-нейtronів ( $l = 0$ ) диференційний переріз розсіяння в системі центра мас (СЦМ) є ізотропним, тобто

$$\frac{d\sigma(\psi)}{d\Omega} = \frac{\sigma_C}{4\pi}, \quad (5)$$

де  $\psi$  – кут розсіяння нейтрона в СЦМ.

Диференційний переріз розсіяння в СЦМ та ЛСК пов'язані співвідношенням [3]

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = \frac{\left(1 + \frac{m_n}{M_C}\right)^2 + 2\frac{m_n}{M_C} \cos \psi}{\left|1 + \frac{m_n}{M_C} \cos \psi\right|^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{d\sigma(\psi)}{d\Omega}, \quad (6)$$

де  $m_n$  – маса нейтрона;  $M_C$  – маса ядра-розсіювача;  $\theta$  – кут розсіяння нейтрона в ЛСК, що відповідає куту  $\psi$  в СЦМ.

Як показано в [4], кути  $\psi$  та  $\theta$  пов'язані співвідношенням

$$\cos \psi = -v \cdot \sin^2 \theta + \cos \theta (1 - v^2 \sin^2 \theta)^{\frac{1}{2}}, \quad (7)$$

де  $v = m_n / M_C$ .

Скориставшись формулами (5) та (6), можна записати

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = \frac{\sigma_C}{4\pi} \gamma_C(\psi), \quad (8)$$

де введено позначення

$$\gamma_C(\psi) = \frac{\left(1 + v^2 + 2v \cos \psi\right)^{\frac{3}{2}}}{1 + v \cos \psi}. \quad (9)$$

Відзначимо, що якщо розсіяння відбувається на водні, то

$$v = 1, \psi = 2\theta, \gamma_C(\psi) = \sqrt{8 \cdot (1 + \cos \psi)}. \quad (10)$$

Інтегруючи (4) (для спрощення розрахунків будемо вважати, що  $\sigma'_c = \sigma_c$ ), отримаємо потік нейtronів у тілесний кут  $\Delta\Omega$ :

$$P_c^\theta = \frac{B_0}{\alpha - 1} \gamma_c(\psi) \cdot (T - T^\alpha), \quad (11)$$

де  $B_0 = \Phi_H \frac{S_{\text{дет}}}{4\pi L^2}$ ,  $\alpha = \frac{1}{\cos\theta}$ ,  $T = \exp(-n_c \sigma_c x_0) -$  проходження фільтрованих нейtronів через товщину  $x_0$  зразка-розсіювача;  $T^\alpha = \exp(-n_c \sigma_c x_0 \alpha) -$  проходження розсіяних нейtronів під кутом  $\theta$  у зразку-розсіювачі.

У випадку, коли зразки-розсіювачі складаються з одного елемента, але з різними товщами, то відношення потоків розсіяних нейtronів для двох зразків буде виглядати як

$$\frac{P_{C1}^\theta}{P_{C2}^\theta} = \frac{T_{C1} - T_{C1}^\alpha}{T_{C2} - T_{C2}^\alpha}, \quad (12)$$

де індекси С1 та С2 відповідають зразкам-розсіювачам із різними товщами.

У випадку, коли  $\sigma'_c \neq \sigma_c$ , формула (11) виглядає як

$$P_c^\theta = \frac{B_0}{\beta - 1} \gamma_c(\psi) \cdot (T - T^\beta), \quad (13)$$

де  $T^\beta = \exp(-n_c \sigma_c x_0 \beta)$ ,  $\beta = \frac{\sigma'_c}{\sigma_c \cdot \cos\theta} = \frac{\sigma'_c}{\sigma_c} \alpha$ .

Розглянемо зразок-розсіювач із двох сортів ядер – вуглецю та водень. Нехай концентрації цих ядер будуть  $n_c$  та  $n_h$  (ядер/см<sup>3</sup>), а перерізи розсіяння –  $\sigma_c$  та  $\sigma_h$  відповідно. Будемо вважати, що розсіяння переважає над поглинанням нейtronів, тому можна знехтувати перерізом поглинання. Якщо переріз взаємодії нейтрона після розсіяння не змінюється, тоді потік розсіяних нейtronів  $P_c^\theta$  у детекторі під кутом  $\theta$  від ядер вуглецю дорівнює

$$P_c^\theta = \frac{B_0}{\alpha - 1} \cdot \frac{n_c \sigma_c \gamma_c(\psi)}{n_c \sigma_c + n_h \sigma_h} \times \\ \times (e^{-(n_c \sigma_c + n_h \sigma_h) x_0} - e^{-(n_c \sigma_c + n_h \sigma_h) x_0 \alpha}), \quad (14)$$

а для ядер розсіювачів водню потік розсіяних нейtronів  $P_h^\theta$  у детекторі:

$$P_h^\theta = \frac{B_0}{\alpha - 1} \cdot \frac{n_h \sigma_h \gamma_h(\psi)}{n_c \sigma_c + n_h \sigma_h} \times \\ \times (e^{-(n_c \sigma_c + n_h \sigma_h) x_0} - e^{-(n_c \sigma_c + n_h \sigma_h) x_0 \alpha}). \quad (15)$$

Поділивши вираз (14) на (15), отримаємо відношення потоків розсіяних нейtronів від складових елементів вуглецю та водню двокомпонентного розсіювача CH<sub>2</sub>:

$$\frac{P_c^\theta}{P_h^\theta} = \frac{n_c \sigma_c \gamma_c(\psi)}{n_h \sigma_h \gamma_h(\psi)}. \quad (16)$$

У випадку, коли  $\sigma'_c \neq \sigma_c$  та  $\sigma'_h \neq \sigma_h$  формули (14) та (15) виглядають так:

$$P_c^\theta = \frac{B_0}{\beta_c - 1} \cdot \frac{n_c \sigma_c \gamma_c(\psi)}{(n_c \sigma_c + n_h \sigma_h)} \cdot (T - T^{\beta_c}), \quad (17)$$

$$P_h^\theta = \frac{B_0}{\beta_h - 1} \cdot \frac{n_h \sigma_h \gamma_h(\psi)}{(n_c \sigma_c + n_h \sigma_h)} \cdot (T - T^{\beta_h}), \quad (18)$$

де

$$T = \exp(-(n_c \sigma_c + n_h \sigma_h) \cdot x_0);$$

$$T^{\beta_c} = \exp(-(n_c \sigma_c + n_h \sigma_h) \cdot x_0 \cdot \beta_c);$$

$$T^{\beta_h} = \exp(-(n_c \sigma_c + n_h \sigma_h) \cdot x_0 \cdot \beta_h);$$

$$\beta_c = \frac{n_c \sigma'_c + n_h \sigma'_h}{n_c \sigma_c + n_h \sigma_h} \cdot \frac{1}{\cos\theta};$$

$$\beta_h = \frac{n_c \sigma''_c + n_h \sigma''_h}{n_c \sigma_c + n_h \sigma_h} \cdot \frac{1}{\cos\theta};$$

$\sigma'_c$ ,  $\sigma'_h$  – поперечні перерізи взаємодії нейtronів на ядрах вуглецю та водню після розсіяння на ядрі вуглецю (поглинання на шляху в детектор);  $\sigma''_c$ ,  $\sigma''_h$  – поперечні перерізи взаємодії нейtronів на ядрах вуглецю та водню після розсіяння на ядрі водню (поглинання на шляху в детектор).

Використовуючи вирази (17) та (18), можна визначити співвідношення  $P_c^\theta / P_h^\theta$  потоків розсіяних нейtronів для складових елементів двокомпонентного розсіювача:

$$\frac{P_c^\theta}{P_h^\theta} = \frac{n_c \sigma_c \gamma_c(\psi_c)(\beta_h - 1)}{n_h \sigma_h \gamma_h(\psi_h)(\beta_c - 1)} \cdot \frac{T - T^{\beta_c}}{T - T^{\beta_h}}. \quad (19)$$

Для оцінки чисельного значення величини  $P_c^\theta / P_h^\theta$  розглянемо один із варіантів експерименту, що був реалізований на дослідницькому реакторі ВВР-М (Київ). Первісний пучок фільтрованих нейtronів мав середню енергію 58,9 кеВ. Вимірювання проводили на куті розсіяння 20°. Використовували два розсіювача – розсіювач з поліетилену CH<sub>2</sub> товщиною 4,52 мм та розсіювач з вуглецю товщиною 10 мм. Концентрації ядер в розсіювачі CH<sub>2</sub> становили:  $n_c = 0,03958 \times 10^{24}$  ядер C/см<sup>3</sup> та  $n_h = 0,07916 \cdot 10^{24}$  ядер H/см<sup>3</sup>,

у розсіювачі вуглеці –  $n_C = 0,0866 \cdot 10^{24}$  ядер С/см<sup>3</sup>.

Оскільки при малих кутах розсіяння ( $\theta < 90^\circ$ ) енергія нейtronів, розсіяних на ядрах вуглецю, відрізняється від енергії налітаючих нейtronів не більше, ніж на 16 %, а перерізи взаємодії нейtronів з ядрами вуглецю та водню в області енергій 10÷100 кeВ мають плавний характер (рис. 2), то можна прийняти, що  $\sigma_C \approx \sigma'_C \approx \sigma''_C$  та  $\sigma_H \approx \sigma'_H$ .

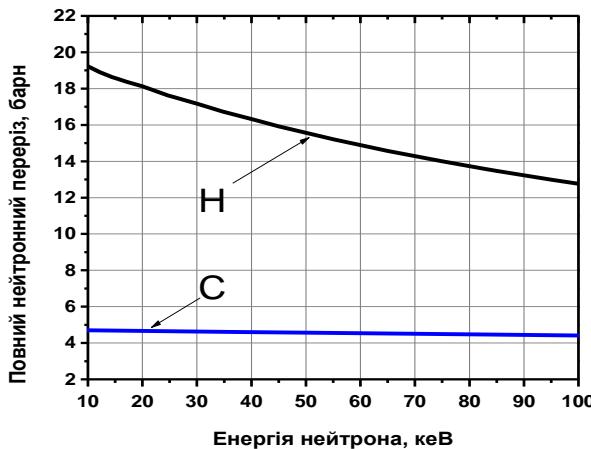


Рис. 2. Повні перерізи взаємодії нейtronів с ядрами вуглецю та водню в діапазоні енергій нейtronів 10÷100 кeВ.

Для оцінки візьмемо  $\sigma_C = \sigma'_C = \sigma''_C = 4,6$  б;  $\sigma_H = \sigma'_H = 15,6$  б;  $\sigma''_H = 17,2$  б.

Скориставшись формулою (19), отримаємо  $P_C^0 / P_H^0 = 0,047$ .

Перевірку правильності результатів розрахунків, отриманих з використанням наведених вище аналітичних виразів, було зроблено за допомогою чисельного моделювання, виконаного програмним кодом MCNP4c. При моделюванні в якості вхідного нейtronного спектра використовувався спектр фільтрованих нейtronів із середньою енергією 58,9 кeВ, отриманий за допомогою програми FILTER-7 [5]. Моделювання виконувалось з урахуванням усіх реальних параметрів геометрії експерименту, реалізованого на дослідницькому ядерному реакторі ВВР-М.

Оскільки при виведенні аналітичного виразу (19) розсіяння нейtronів на повітрі не розглядалося, то для порівняльного аналізу було використано величини  $P_C^0 / P_H^0$  з MCNP4c розрахунків при умові відсутності повітря у просторі експерименту.

На рис. 3 (збільшений масштаб) представлено розрахунковий спектр розсіяних нейtronів після розсіювача CH<sub>2</sub> під кутом  $\theta = 20^\circ$  та спектр розсіяних нейtronів ядрами вуглецю, які вміщують розсіювач CH<sub>2</sub>.

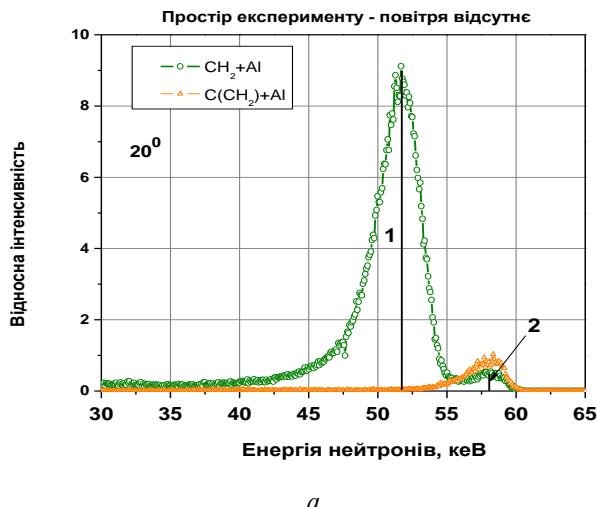


Рис. 3. Розрахункові спектри розсіяних нейtronів, отримані кодом MCNP4c для розсіювача CH<sub>2</sub>: а - повний вигляд спектрів; б - область енергій 60÷62 кeВ.

На рис. 3, а спостерігаються два піки нейtronів: при енергіях 51,6 та 58,1 кeВ. Пік 1 відповідає розсіянню нейtronів на ядрах водню, пік 2 – розсіянню на ядрах вуглецю. Форма піків помітно асиметрична, збоку менших значень енергій нейtronів спостерігається затягування спектра, що можна пояснити впливом ефекту багатократного розсіяння в зразку-розсіювачі та розсіянням на конструкціях захисту. Щоб не враховувати ці процеси, розглядатимемо лише праві половинки

піків 1 та 2. Урахування внеску від багатократного розсіяння нейtronів на вуглеці в праву половину площини під піком 1 було оцінено за допомогою розрахунків спектра розсіяних нейtronів ядрами вуглецю, які вміщують розсіювач CH<sub>2</sub> (представлено трикутниками на рис. 3). Через те, що точно визначити положення середини піків проблематично, вважали, що похибка визначення площини дорівнює добутку висоти піка  $I_{\max}$  на  $(E_{i+1} - E_i)$ , де  $E_i$

– енергетичне положення максимального значення  $I_{\max}$ .

Проведені розрахунки за кодом MCNP4c дали такий результат:

$$P_C^\theta / P_H^\theta = 0,044 \pm 0,003 (7 \%).$$

Таким чином, можна вважати, що оцінки  $P_C^\theta / P_H^\theta$  за кодом MCNP4c та розрахунковими формулами в межах похибки узгоджуються між собою, однак відмінність між розрахованими значеннями при вибраному куті розсіяння  $20^\circ$  становить 6 %. Для інших кутів розсіяння вона може бути іншою.

Щоб з'ясувати, в яких випадках можна використовувати наближене значення  $P_C^\theta / P_H^\theta$ , отримане з аналітичного виразу (19), було проаналізовано, наскільки змінюватиметься значення досліджуваного перерізу  $\langle \sigma_{\text{осл}} \rangle^H$  при зміні  $P_C^\theta / P_H^\theta$  на  $\pm 10 \%$  при різних значеннях  $T_{\text{осл}}^{CH_2}$  та  $T_{\text{осл}}$ , тобто при різному ході перерізу досліджуваного зразка в області енергій, що відповідають розсіюванню нейtronів на розсіювачі  $CH_2$  та розсіювачі вуглеці відповідно. Проведений аналіз показав, що зміна  $P_C^\theta / P_H^\theta$  на  $\pm 10 \%$  буде призводити до зміни величини досліджуваного перерізу  $\langle \sigma_{\text{осл}} \rangle^H$  більше, ніж на 1 %, лише в тому випадку, коли переріз в області енергій, що відповідають розсіянню нейtronів на вуглеці, буде перевищувати переріз в області енергій, що відповідають розсіянню нейtronів на  $CH_2$ , більше, ніж у 5 разів. Така ситуація може виникнути в тому випадку, коли в області енергій, що відповідають розсіянню нейtronів на вуглеці, присутній дуже сильний резонанс у досліджуваному перерізі.

Якщо проаналізувати хід перерізу  $^{52}\text{Cr}$  (рис. 4), то бачимо, що в області енергій нейtronів, що відповідають розсіянню на вуглеці (58,6; 58,3 та 58 кеВ для кутів розсіяння 15, 20 та  $25^\circ$  відповідно) при енергії 57,7 кеВ існує  $p$ -резонанс. Щоб оцінити, чи можливо в такому випадку користуватися виразом (19), було проведено розрахунки  $\langle \sigma_{\text{Cr}} \rangle^{CH_2}$  та  $\langle \sigma_{\text{Cr}} \rangle^C$  з використанням для  $\sigma_{\text{Cr}}(E)$  даних з БОЯД ENDF/B-7.1:

$$\langle \sigma_{\text{Cr}} \rangle^{CH_2} = \frac{\int_{E_1}^{E_3} \sigma_{\text{Cr}}(E) \cdot F(E) dE}{\int_{E_1}^{E_3} F(E) dE},$$

$$\langle \sigma_{\text{Cr}} \rangle^C = \frac{\int_{E_1}^{E_3} \sigma_{\text{Cr}}(E) \cdot F(E) dE}{\int_{E_2}^{E_3} F(E) dE},$$

де  $E_1, E_3$  – енергетичні межі нейtronів, розсіяних на зразку-розсіювачі  $CH_2$  (у розрахунках вибирались рівними 42 та 59 кеВ відповідно),  $E_1, E_2$  – енергетичні межі нейtronів, розсіяних на водні ( $E_2$  вибиралось рівним 55 кеВ). Спектр розсіяних нейtronів  $F(E)$  брався з MCNP4c розрахунків, обчислення усереднених перерізів проводились за допомогою програми GROUPERPREPRO-2012 [6]. Результати цих розрахунків наведено в таблиці.

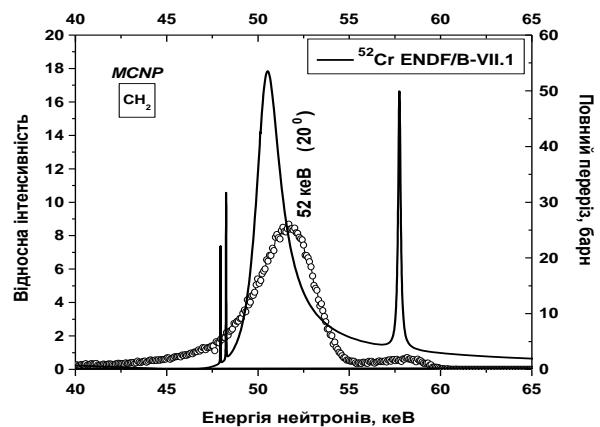


Рис. 4. Повний нейtronний переріз  $^{52}\text{Cr}$  за даними ENDF/B-7.1 бібліотеки (суцільна крива) та спектр нейtronів, розсіяних зразком-розсіювачем  $CH_2$  під кутом  $\theta=20^\circ$ , розрахований програмою MCNP4c (пусті кружечки).

#### Розрахункові значення перерізів

$$\langle \sigma_{\text{Cr}} \rangle^{CH_2} \text{ та } \langle \sigma_{\text{Cr}} \rangle^C$$

Кут розсіяння	Розрахункові значення перерізів, б		$\frac{\langle \sigma_{\text{Cr}} \rangle^C}{\langle \sigma_{\text{Cr}} \rangle^{CH_2}}$
	$\langle \sigma_{\text{Cr}} \rangle^{CH_2}$	$\langle \sigma_{\text{Cr}} \rangle^C$	
15°	10,69	6,76	0,6
20°	20,87	7,17	0,3
25°	6,93	7,77	1,1
30°	1,1	8,38	7,6

Як видно з таблиці, при вимірюваннях перерізу хрому на кутах розсіяння 15, 20 та  $25^\circ$  для обчислення значення  $P_C^\theta / P_H^\theta$  ми можемо користуватися аналітичним виразом (19), але при вимірюваннях на куті розсіяння  $30^\circ$  це може привести до похибки визначення перерізу  $\langle T_{^{52}\text{Cr}}^H \rangle$  більше, ніж на 1 %, тому в цьому випадку для обчислення відношення  $P_C^\theta / P_H^\theta$  слід проводити більш точні розрахунки за допомогою програми MCNP4c.

Було проаналізовано також, як вплине похибка обчислення величини співвідношення  $P_C^\theta / P_H^\theta$  на точність визначення  $T_{^{52}Cr}^H$ .

Якщо припустити, що перші два доданки у виразі (3) для  $\Delta T_{^{52}Cr}^H$  близькі до нуля, то для абсолютної похибки  $\Delta T_{^{52}Cr}^H$  можемо записати

$$\Delta T_{^{52}Cr}^H = (T_{^{52}Cr}^{CH_2} - T_{^{52}Cr}^C) \cdot \Delta \left( \frac{P_C^\theta}{P_H^\theta} \right). \quad (20)$$

Після проведення простих перетворень отримаємо вираз для відносної похибки

$$\frac{\Delta T_{^{52}Cr}^H}{T_{^{52}Cr}^H} = \frac{\Delta(P_C^\theta / P_H^\theta)}{(P_C^\theta / P_H^\theta)} \cdot \left( 1 - \frac{T_{^{52}Cr}^{CH_2}}{T_{^{52}Cr}^H} \right). \quad (21)$$

Як видно з виразу (21), відносна похибка  $\frac{\Delta T_{^{52}Cr}^H}{T_{^{52}Cr}^H}$  залежить від точності визначення співвідношення  $P_C^\theta / P_H^\theta$  та від відношення проходжень  $T_{^{52}Cr}^{CH_2}$  та  $T_{^{52}Cr}^H$ . Якщо відношення  $T_{^{52}Cr}^{CH_2} / T_{^{52}Cr}^H = 0,99$ , то 10 %-на похибка у визначенні співвідношення потоків призводить до похибки визначення  $\frac{\Delta T_{^{52}Cr}^H}{T_{^{52}Cr}^H} 0,1\%$ ; при  $T_{^{52}Cr}^{CH_2} / T_{^{52}Cr}^H = 0,1$  похибка  $\frac{\Delta T_{^{52}Cr}^H}{T_{^{52}Cr}^H}$  може досягати

10 %. Ситуація з  $T_{^{52}Cr}^H >> T_{^{52}Cr}^{CH_2}$  може виникнути в тому випадку, коли в області енергій, що відповідають розсіянню нейtronів на вуглеці, у досліджуваному перерізі буде присутній дуже сильний резонанс. Очевидно, що в такому випадку слід проводити довготривали розрахунки співвідношення  $P_C^\theta / P_H^\theta$  за допомогою програми MCNP4c, щоб досягти якомога меншої похибки  $\Delta(P_C^\theta / P_H^\theta)$ .

## Висновки

Аналітичні вирази для розрахунку відношення потоків розсіяних нейtronів під кутом  $\theta$  від складових елементів вуглецю і водню двокомпонентного розсіювача  $CH_2 P_C^\theta / P_H^\theta$ , отримані в даній роботі, можуть використовуватись у тому випадку, коли досліджуваний переріз в області енергій, що відповідають розсіянню нейtronів на вуглеці, не буде перевищувати переріз в області енергій, що відповідають розсіянню нейtronів на  $CH_2$ , більше, ніж у 5 разів.

При дослідженнях повних нейtronних перерізів  $^{52}Cr$  області енергій 44 ÷ 55 кeВ користуватися отриманим аналітичним виразом для обчислення  $P_C^\theta / P_H^\theta$  можна при вимірюваннях перерізу хрому на кутах розсіяння 15, 20 та 25°, при вимірюваннях на куті розсіяння 30° слід проводити більш точні розрахунки за допомогою програми MCNP4c.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Gritzay O.O., Grymalo A.K., Kolotyi V.V. et al. Research of Isolated Resonances Using the Average Energy Shift Method for Filtered Neutron Beam // Current Problems in Nuclear Physics and Atomic Energy: Proc. of the 3-nd Int. Conf. (Kyiv, Ukraine, June 7 - 12, 2010). - Kyiv, 2011. - P. 483.
2. Gritzay O.O., Grymalo A.K., Kolotyi V.V. et al. Determination of Total Neutron Cross Section of Cr-52 With Using Average Energy Shift Method for Filtered Neutron Beam // Current Problems in Nuclear Physics and Atomic Energy: Proc. of the 4-th Int. Conf. (Kyiv, Ukraine, Sept. 3-7, 2012). - Kyiv, 2013. - P. 430.
3. Краткий справочник инженера-физика. Ядерная физика, атомная физика. - М.: Госатомиздат, 1961. - 508 с.
4. Пшеничний В.А. Особливості обробки результатів вимірювань кутових розподілів розсіяння на фільтрованих пучках // Ядерні та радіаційні технології. - 2006. - Т. 6, № 3-4. - С. 5 - 20.
5. Gritzay O.O., Vakulenko M.M. Development of the code for filter calculation // Current Problems in Nuclear Physics and Atomic Energy: Proc. of the 4-th Int. Conf. (Kyiv, Ukraine, Sept. 3-7, 2012). - Kyiv, 2013. - P. 426 - 429.
6. <https://www-nds.iaea.org/public/endf/prepro/>

**О. О. Грицай<sup>1</sup>, А. К. Гримало<sup>1</sup>, В. А. Пшеничний<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Институт ядерных исследований НАН Украины, Киев

<sup>2</sup> Государственный научно-инженерный центр систем контроля и аварийного реагирования, Киев

## АНАЛИТИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТОВ ВЫХОДОВ РАССЕЯННЫХ НЕЙТРОНОВ ИЗ ОБРАЗЦА-РАССЕИВАТЕЛЯ ПОД МАЛЫМИ УГЛАМИ

Получены аналитические выражения для расчетов выходов рассеянных нейтронов из двухкомпонентного образца-рассеивателя  $CH_2$  под углами 15, 20, 25 и 30°. Проведен анализ границ использования полученных выражений в зависимости от структуры исследуемых нейтронных сечений.

**Ключевые слова:** двухкомпонентный образец-рассеиватель, рассеянные нейтроны, метод пропускания, программный код MCNP4c.

**O. O. Gritzay<sup>1</sup>, A. K. Grymalo<sup>1</sup>, V. A. Pshenichnyi<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Institute for Nuclear Research, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv

<sup>2</sup> State Science and Engineering Center of monitoring systems and emergency response, Kyiv

## ANALYTICAL EXPRESSIONS FOR CALCULATIONS OF SCATTERED NEUTRONS FROM THE SAMPLE (SCATTERER) AT SMALL ANGLES

Analytical expressions for calculation of yield of scattered neutrons from the two-component sample CH<sub>2</sub> at the angles of 15, 20, 25 and 30° were received. The analysis of the range of validity of the obtained expressions depending on the structure of investigated cross sections was carried out.

*Keywords:* two-component sample (scatterer), scattered neutrons, transmission method, code MCNP4c.

### REFERENCES

1. Gritzay O.O., Grymalo A.K., Kolotyi V.V. et al. Research of Isolated Resonances Using the Average Energy Shift Method for Filtered Neutron Beam // Current Problems in Nuclear Physics and Atomic Energy: Proc. of the 3-rd Int. Conf. (Kyiv, Ukraine, June 7 - 12, 2010). - Kyiv, 2011. - P. 483.
2. Gritzay O.O., Grymalo A.K., Kolotyi V.V. et al. Determination of Total Neutron Cross Section of Cr-52 With Using Average Energy Shift Method for Filtered Neutron Beam // Current Problems in Nuclear Physics and Atomic Energy: Proc. of the 4-th Int. Conf. (Kyiv, Ukraine, Sept. 3-7, 2012). - Kyiv, 2013. - P. 430.
3. Short Guide of engineer-physicist. Nuclear physics, atomic physics. - Moskva: Gosatomizdat, 1961. -508p. (Rus)
4. Pshenichnij V.A. // Yaderni ta radiatsiini tekhnologiyi. - 2006. - Vol. 6, No. 3 - 4. - P. 5 - 20. (Ukr)
5. Gritzay O.O., Vakulenko M.M. Development of the code for filter calculation// Current Problems in Nuclear Physics and Atomic Energy: Proc. of the 4-th Int. Conf. (Kyiv, Ukraine, Sept. 3-7, 2012). - Kyiv, 2013. - P. 426-429.
6. <https://www-nds.iaea.org/public/endf/prepro/>

Надійшла 22.04.2015  
Received 22.04.2015