

**В. Ю. Денисов, Т. О. Маргітч\***

*Інститут ядерних досліджень НАН України, Київ, Україна*

\*Відповідальний автор: margtanya@gmail.com

## ВПЛИВ ЯДЕРНОЇ ЧАСТИНИ ПОТЕНЦІАЛУ ВЗАЄМОДІЇ ЯДЕР НА ВИХОДИ УЛАМКІВ ПОДІЛУ ВИСОКОЗБУДЖЕНИХ ЯДЕР ПО МАСІ

Досліджено вплив різних параметризацій ядерної частини потенціалу взаємодії ядер на масові виходи уламків поділу високозбуджених ядер для реакції  $\alpha + {}^{197}\text{Au} \rightarrow$  поділ. Показано, що використання різних ядерних потенціалів призводить до малих змін величини виходів уламків поділу ядер.

*Ключові слова:* взаємодія ядер, параметризація ядерної частини потенціалу взаємодії, поділ ядер, масові виходи уламків поділу.

### 1. Вступ

Відкриття поділу ядер сприяло розвитку експериментальної та теоретичної ядерної фізики. Вивчення опису характеристик уламків поділу ядер дотепер лишається важливою задачею, що вимагає пошуку та розробки нових теоретичних підходів та вдосконалення експериментальної бази [1 - 23].

До однієї з основних характеристик, за допомогою якої можна описати процес поділу ядер, належать масові виходи уламків поділу, дослідження яких є актуальними та вивчаються в рамках різних моделей [2, 3, 6, 8 - 14, 16 - 23]. Важливим залишається експериментальне та теоретичне вивчення масових виходів уламків поділу високозбуджених ядер на два уламки, сформованих у процесі злиття важких іонів у так званих реакціях злиття-поділу ядер [12]. На формування повного розподілу виходів уламків поділу ядер по масі мають вплив висота бар'єра ділення, висота сідлової точки потенціалу взаємодії ядер [3 - 5], характеристики уламків поділу в точці розриву [6, 8, 18], а також траєкторії поділу ядер, які пов'язані із передрозривними формами ядер та досліджені в рамках різних моделей [22, 23]. Різноманітні статистичні підходи та багатовимірні динамічні моделі використовуються в стохастичному рівнянні Ланжевена [10, 16, 17, 19] для опису масових виходів уламків поділу ядер.

Для формування фрагментів поділу важливим є співвідношення між висотою одностільного бар'єра ділення та висотою двотільної сідлової точки [22]. Розрахунки висот одностільного бар'єра ділення виконано згідно моделі [7] для значень параметрів, що рекомендовано в цій роботі. Двотільна сідлова точка розділяє дотичні ядра та ядра, які знаходяться на великій відстані одне від одного [22]. Двотільна сідлова точка має місце на малих відстанях між деформованими

ядрами-фрагментами [22]. В ядрах з  $A > 220$  висота одностільного бар'єра вища за висоту двотільної сідлової точки [22], тому розрив важких ядер на два фрагменти відбувається при спусканні з одностільного бар'єра ділення. Формування різних уламків поділу в таких важких ядрах пов'язано з долинами спуску з одностільного бар'єра та властивостями форми ядра в точці розриву. В ядрах з  $A \leq 220$ , навпаки, висота двотільної сідлової точки вища одностільного бар'єра ділення. Детально співвідношення цих висот для різних ядер обговорюється в роботі [22]. Для ядер з  $A \leq 220$  після подолання одностільного бар'єра ділення (якщо він має місце) необхідно ще подолати і двотільну сідлову точку, тому розподіл уламків поділу в таких ядрах формується у двотільній сідловій точці.

Поверхню повної потенціальної енергії взаємодії двох уламків поділу в багатовимірному просторі отримують як суму кулонівської та ядерної взаємодій, які виникають між двома дотичними та добре розділеними ядрами [6, 11]. Мінімальне значення бар'єра взаємодії, обраховане з повної потенціальної енергії, а також значення густини рівнів уламків у точці мінімального бар'єра (сідловій точці), використано в запропонованій нами моделі в [22, 23] для опису повного розподілу масових виходів та обрахунку кінетичної енергії уламків поділу високозбуджених ядер з числом нуклонів  $A \leq 220$ .

Ядерний потенціал взаємодії уламків залежить від відстані між центрами мас ядер ( $R$ ) та параметрів мультипольних деформацій поверхні ( $\beta_{Lk}, L=2,3,4$ ) кожного з ядер ( $k=1, 2$ ) [15, 24 - 34].

Існують різні моделі для параметризації ядерної частини повного потенціалу взаємодії ядер. Постає вибір, яку параметризацію ядерної частини потенціалу краще використовувати для опису

© В. Ю. Денисов, Т. О. Маргітч, 2017

масових виходів уламків поділу для реакції  $\alpha + {}^{197}\text{Au} \rightarrow$  поділ. У даній роботі порівняно повні масові виходи уламків поділу для реакції  $\alpha + {}^{197}\text{Au} \rightarrow$  поділ з використанням параметризації ядерної частини потенціалу взаємодії ядер, які запропоновані Вінтером (Winther) [26], Краппе – Ніксом – Сірком (KNS) [27], Блоцкі та ін. (Proximity 77) [24], Денисовим у 2002 (D 2002) – Frozen [35] та у 2015 (D 2015) [36] роках.

Метою даної роботи є порівняння впливу різних параметризацій ядерної частини потенціалу взаємодії на масові виходи уламків поділу високозбуджених ядер.

Короткий опис нашої моделі для обрахунку масових виходів уламків поділу високозбуджених ядер та опис різних параметризацій ядерної частини потенціалу наведено в розділі 2. Обговорення отриманих результатів з порівнянням виходів масових уламків поділу високозбуджених ядер для різних параметризацій ядерної частини потенціалу подано в розділі 3. Розділ 4 присвячений висновкам.

## 2. Розрахунок ядерного потенціалу

### 2.1. Модель для уламків поділу

Масові виходи уламків поділу високозбуджених ядер описано в рамках макроскопічного підходу та із застосуванням статистичної моделі, яку використовували для опису виходу уламків поділу по різних каналах поділу компаунд-ядер у роботах [16, 22]. Результатом вибору цього підходу є той факт, що процес поділу високозбуджених ядер пов'язаний із макроскопічними властивостями ядерної матерії, оскільки при високій температурі ядер спостерігається зменшення величини оболонкових поправок [3, 5, 37]. Тому потенціал взаємодії та енергію деформації уламків поділу обраховано без вкладу оболонкових поправок у рамках моделі рідкої краплі.

Модель для опису масових виходів уламків поділу високозбуджених ядер запропоновано нами в роботах [22, 23]. Ключові моменти запропонованої моделі по виходу уламків поділу ядер по масі такі: фрагменти ядер з  $A \leq 220$  формуються в точці, що відповідає найнижчому бар'єру енергії взаємодії двох фрагментів (двотільної сідлової точки). Різні уламки поділу мають різну висоту сідлової точки. У цій точці спостерігається рівність розподілу енергії вздовж різних траєкторій спускання протягом процесу поділу. Наслідком цього є пропорційність виходів пари уламків до повної кількості станів уламків на найнижчій точці бар'єра. Загальний вигляд виразу для обрахунку масових виходів пари

уламків з масовими та протонними числами  $A_1, Z_1$  та  $A_2 = A - A_1, Z_2 = Z - Z_1$  при поділі високозбуджених ядер такий:

$$y(A_1, Z_1) = \sum_{l=0}^{l_{\max}} (2l+1) \sigma_l \frac{N(A_1, Z_1, l)}{N_l}, \quad (1)$$

де  $A$  та  $Z$  відповідають кількості нуклонів та протонів ядра, що ділиться,

$$N(A_1, Z_1, l) = \int_0^{E_{l_{\max}}^*} dK_l \rho_f(A_1, Z_1, E_{l_{\max}}^* - K_l) - \text{повна}$$

кількість станів пари уламків з орбітальним моментом  $l$  при найнижчій точці бар'єра, по якій у подальших викладках береться сума по всіх можливих значеннях  $A_1, Z_1$ ;  $l_{\max}$  – максимальне значення кутового моменту початкового ядра;  $\sigma_l$  – фактор, що виражається формулою  $\sigma_l = \frac{\pi \hbar^2}{2\mu_i E_{cm}} T_l$  та пов'язаний із реакцією формування початкових ядер у реакціях злиття-поділу важких іонів, залежить від  $E_{cm}$  – енергії зіткнення,  $\mu_i$  – зведеної маси важких іонів, що зіштовхуються, та  $T_l$  – коефіцієнта проходження через бар'єр.

Кількість станів уламків у точці найнижчого бар'єра залежить від густини енергетичних рівнів двоуламкової системи  $\rho_f(A_1, Z_1, E)$  та внутрішньої енергії збудження уламків  $E_{l_{\max}}^* = K_l$ , де  $K_l$  – кінетична енергія уламків у точці найнижчого бар'єра [22]. Внутрішня енергія збудження уламків поділу з відповідним орбітальним моментом у сідловій точці пов'язана із найнижчою висотою бар'єра взаємодії ядер, максимальне значення якої для пари уламків спостерігається для випадку, коли кінетична енергія уламків у точці найнижчого бар'єра рівна нулю і навпаки [22]. Густина рівнів енергії уламків при енергії збудження  $E_{l_{\max}}^* - K_l$  задається залежністю

$$\begin{aligned} \rho_f(A_1, Z_1, E_{l_{\max}}^* - K_l) = \\ = \int_0^{E_{l_{\max}}^* - K_l} d\varepsilon \rho_{A_1, Z_1}(\varepsilon) \rho_{A_2, Z_2}(E_{l_{\max}}^* - K_l - \varepsilon), \end{aligned}$$

де  $\rho_{A,Z}(\varepsilon)$  є густина рівнів енергії ядер з  $A$  нуклонами та  $Z$  протонами при енергії збудження  $\varepsilon$  [22]. Для оцінки густини рівнів енергії  $\rho_{A,Z}(\varepsilon)$  було використано модель Фермі газу із зворотним зсувом [38]. Значення параметрів густини рівнів енергії було взято з [38] без будь-яких модифікацій. Таким чином, коли ми знаємо най-

менше значення бар'єра взаємодії уламків, це дозволяє описати масові виходи уламків без включення додаткових підгоночних параметрів.

## 2.2. Мінімальний бар'єр взаємодії уламків поділу

Після поділу ядра утворені уламки є сильно деформованими, а повний потенціал взаємодії між ними складається з кулонівського та ядерного потенціалів, енергії їхньої деформації та обер-

$$V(R, \{\beta_{L1}\}, \{\beta_{L2}\}) = V_n(R, \{\beta_{L1}\}, \{\beta_{L2}\}) + V_C(R, \{\beta_{L1}\}, \{\beta_{L2}\}) + E_{def}(\{\beta_{L1}\}, \{\beta_{L2}\}) + V_{rot}(R), \quad (2)$$

де  $V_n(R, \{\beta_{L1}\}, \{\beta_{L2}\})$ ,  $V_C(R, \{\beta_{L1}\}, \{\beta_{L2}\})$ ,  $V_{rot}(R)$  – ядерний, кулонівський та обертовий потенціали уламків відповідно;  $E_{def}(\{\beta_{L1}\}, \{\beta_{L2}\})$  – енергія деформації уламків;  $\{\beta_{Lk}\} = \beta_{0k}, \beta_{1k}, \beta_{2k}, \beta_{3k}, \beta_{4k}$  – набір мультипольних параметрів деформації поверхні ядер  $k$ ,  $k=1$  або  $2$ . Відзначимо, що не має впливу оболонкових ефектів на властивості високозбуджених ядер, тому у формулі (2) оболонкові енергії не додано.

Співвідношення між параметрами деформацій у точці мінімальної висоти бар'єра таке:  $\beta_{2k} > \beta_{3k}, \beta_{2k} > \beta_{4k}, \beta_{3k} \geq \beta_{4k}, \beta_{2k}^2 \geq \beta_{3k}$  та  $\beta_{2k}^2 \approx \beta_{4k}$ ,  $k=1, 2$ . Тому для обрахунку точки найнижчої висоти бар'єра взаємодії уламків ми враховуємо лише квадрупольну, октупольну та гексадекапольну деформації кожного з них. Звернемо увагу на те, що найбільший вплив на найменше значення висоти бар'єра ядерно-ядерної взаємодії має параметр квадрупольної деформації [32 – 34, 39]. Мінімальне значення висоти бар'єра між розділеними уламками поділу оцінюється як мінімальне значення висоти бар'єра повної потенціальної енергії взаємодії в багатовимірному просторі [22, 23, 32 – 34, 39]. Якщо бар'єр відсутній, то мінімальний бар'єр між уламками поділу для цих деформацій визначено в точці дотику між ними. Точка, в якій висота бар'єра мінімальна, є сідловою точкою в багатовимірному просторі між дотичними та добре розділеними уламками [22, 23].

При визначенні мінімальної висоти бар'єра взаємодії уламків поділу в нашій моделі використовувалися такі умови: збереження числа нуклонів у кожному ядрі не залежало від варіацій квадрупольної, октупольної та гексадекапольної параметрів деформацій поверхонь ядер; відстань між центрами мас сферичних ядер збігалася з такою ж відстанню між деформованими ядрами; положення мінімальної точки бар'єра в багатовимірному просторі для випадку, коли кутовий момент відмінний від нуля, збіглося з положенням для випадку, коли кутовий момент рівний нулю.

тового потенціалу у випадку, якщо їхній кутовий момент відмінний від нуля. Найнижче значення висоти бар'єра взаємодії відповідає такому розміщенню аксіально-симетричних ядер, при якому вони витягнуті вздовж лінії, що з'єднує їхні центри мас [28 - 30, 33 - 35]. Саме тому така взаємна орієнтація уламків поділу використана в наших обрахунках. Повна потенціальна енергія взаємодії цих уламків поділу така:

## 2.3. Різні потенціали та їхній вигляд

Сума кулонівської та ядерної частин потенціалу ядерно-ядерної взаємодії формує бар'єр, крізь який відбувається процес поділу високозбуджених ядер. Існують різні параметризації ядерної частини потенціалу взаємодії деформованих ядер для ряду задач. Як правило, ядерний потенціал беруть у формі Вудса - Саксона, яка записується за допомогою трьох параметрів: глибини, радіуса та дифузності. Параметр дифузності характеризує спадання ядерного потенціалу і, таким чином, безпосередньо впливає на ширину бар'єра.

Складність обрахунків ядерної взаємодії добре деформованих ядер пов'язана з оперуванням великим масивом даних: ми враховуємо 6 параметрів деформації  $\beta_{2k}, \beta_{3k}, \beta_{4k}$  ( $k=1, 2$ ) та кілька сотень комбінацій уламків, так як для кожного масового виходу враховується різний нуклонний склад ядер. Тому для спрощення обрахунків для оцінки ядерної частини потенціалу взаємодії високозбуджених уламків, які далі буде розглянуто у цій роботі, використано особливу орієнтацію ядер, коли вони витягнуті вздовж осі, що з'єднує їхні центри мас, та враховано короткодіючий характер ядерної сили між поверхнями ядер, що взаємодіють [28 - 29, 32 - 34]. Ця орієнтація пов'язана із мінімальним значенням бар'єра.

### 2.3.1. Параметризація D 2015

У роботі [36] для опису емпіричної висоти бар'єра взаємодії ядер між різними комбінаціями сферичних ядер запропоновано параметризацію ядерної частини потенціалу (D 2015), яка має вигляд

$$V_n^0(d^0(R_{sph}, R_{01}, R_{02})) = \frac{v_1 C + v_2 C^{1/2}}{1 + \exp\left[\frac{d^0(R, R_{01}, R_{02})}{d_1 + d_2/C}\right]} = \frac{v_1 C + v_2 C^{1/2}}{1 + \exp\left[\frac{R - (R_{01} + R_{02})}{d_1 + d_2/C}\right]}, \quad (3)$$

де  $d_1 + d_2/C$  – параметр дифузності;  $v_1 = -27,190 \text{ MeVФм}^{-1}$ ;  $v_2 = -0,93009 \text{ MeVФм}^{-1/2}$ ;  $d_1 = 0,78122 \text{ Фм}$ ;  $d_2 = -0,20535 \text{ Фм}^2$ ; середня кривизна рівна  $C = R_{01}R_{02}/R_{01} + R_{02}$ ; параметризація радіусів кожного з уламків задається як  $R_{0k} = 1,2536A_k^{1/3} - 0,80012A_k^{-1/3} - 0,0021444/A_k \text{ Фм}$ . Параметри, що входять у рівняння (3) взяті з роботи [36] без будь-яких модифікацій.

У роботі [36] за допомогою цієї параметризації було добре описано масові виходи високозбуджених уламків поділу та визначено їхню кінетичну енергію без урахування впливу оболонкових поправок.

### 2.3.2. Параметризація D 2002

Параметризація ядерної частини потенціалу взаємодії двох деформованих ядер – frozen потенціал – отримана в мікроскопічному наближенні, для якого енергія взаємодії ядер рівна різниці енергій зв'язку двох ядер, що взаємодіють на

скінченній та нескінченній відстані між ними. За допомогою frozen потенціалу добре описано висоти та радіуси бар'єрів злиття для різних систем двох взаємодіючих ядер [35] та емпіричні бар'єри між сферичними ядрами [35]. Така параметризація ядерного потенціалу є функцією, що залежить від відстані між центрами мас ядер, що взаємодіють, та від оберненої середньої кривизни цих ядер в найближчих їх точках та має вигляд

$$V_{nucl}(R, \Theta_1, \Theta_2, \varphi, \beta_{12}, \beta_{22}) = \frac{C_{10} + C_{20}}{C_{def}} V(R). \quad (4)$$

Тут  $C_{def} = [(C_1^{\parallel} + C_2^{\parallel})(C_1^{\perp} + C_2^{\perp})]^{1/2}$  – узагальнена кривизна;  $C_{io} = 1/R_{i0}$  – кривизна  $i$ -го сферичного ядра;  $V(R)$  – ядерна частина потенціалу взаємодії сферичних ядер, у якого відстань між поверхнями ядер  $d$  така, як і у деформованих, а відстань між центрами мас взаємодіючих сферичних ядер рівна  $R = R_1 + R_2 + d$  [31].

$$V(R) = -1,989843 \cdot C \cdot F(s) \cdot [1 + 0,003525139(A_1/A_2 + A_2/A_1)^{3/2} - 0,4113263(I_1 + I_2)]. \quad (5)$$

Тут  $s = R - R_{12} - 2,65 \text{ Фм}$ ,  $C = R_1R_2/R_{12}$ ,  $R_{12} = R_1 + R_2$ ,

$$R_i = R_{ip}(1 - 3,413817/R_{ip}^2) + 1,284589(I_i - 0,4A_i/(A_i + 200)), \quad (6)$$

і функція  $F(s)$  для  $s \geq 0$ , апроксимована експоненційною залежністю, коли ядра знаходяться на більшій відстані, дорівнює

$$F(s) = \left\{ 1 - s^2 \left[ 0,0541026C \times \exp\left(-\frac{s}{1,760580}\right) - 0,5395420(I_1 + I_2) \times \exp\left(-\frac{s}{2,424408}\right) \right] \right\} \times \exp\left(\frac{-s}{0,7881663}\right), \quad (7)$$

та параметризується поліномом  $-5,65 \leq s \leq 0$  на малих відстанях між ядрами:

$$F(s) = 1 - \frac{s}{0,7881663} + 1,229218s^2 - 0,2234277s^3 - 0,1038769s^4 - C(0,1844935s^2 + 0,07570101s^3) + (I_1 + I_2)(0,04470645s^2 + 0,03346870s^3). \quad (8)$$

Радіус протонної поверхні  $R_{ip}$  в (6) має вигляд

$$R_{ip} = 1,24A_i^{1/3}(1 + 1,646/A_i - 0,191I_i), \quad (9)$$

де  $A_i$  та  $N_i$  – кількість нуклонів та нейтронів у кожному ядрі, а  $I_i = (N_i - Z_i)/A_i$ .

Узагальнена кривизна  $C_{def}$  у формулі (4) пов'язана з кривизнами  $C_i^{\parallel}$ ,  $C_i^{\perp}$  поверхонь  $i$ -го ядра у найближчих їх точках і має вигляд [27]

$$C_1^{\parallel} = k_1 + k_1', \quad C_1^{\perp} = k_1 + k_1', \quad (10)$$

$$C_2^{\parallel} = k_2 + k_2' \cos(2\varphi), \quad C_2^{\perp} = k_2 - k_2' \cos(2\varphi). \quad (11)$$

Кривизни залежать від параметрів деформації поверхонь ядер та кутів, що задають положення ядер у просторі

$$k_i(R_{i0}, \beta_{i2}, \eta_i) \approx$$

$$\approx C_{i0} \left[ 1 + 2\beta_{i2} Y_{20}(\eta_i) - 5\beta_{i2}^2 (Y_{20}(\eta_i))^2 + \frac{\beta_{i2}^2}{4\pi} \right], \quad (12)$$

$$k_i'(R_{i0}, \beta_{i2}, \eta_i) \approx -C_{i0} \frac{3}{8\pi} \sin^2(\eta_i) \left[ 2\sqrt{5}\pi\beta_{20} + 5\beta_{20}^2 - 30\cos^2(\eta_i)\beta_{20}^2 + 15\sqrt{\pi}\beta_{40}(7\cos^2(\eta_i) - 1) \right], \quad (13)$$

де  $\eta'$  – кут у власній системі координат, що задає точку на поверхні ядра, що розташована найближче до поверхні іншого ядра. У нашому випадку  $\varphi = \eta = 0$ .

Відстань між центрами мас ядер пов'язана із відстанню між поверхнями ядер у найближчих їхніх точках. Тому, є подібність у записі форми параметризації ядерної частини, запропонованої в роботі [35], та раніше отриманої параметризації в наближенні теореми proximity [24], яку ми розглянемо далі.

### 2.3.3. Проксіміті потенціал

Основою потенціалу proximity є теорема [40], в якій стверджується, що сила між двома трохі вигнутими поверхнями в безпосередній близькості пропорційна потенціалу взаємодії на одиницю площі між двома плоскими поверхнями, а сам потенціал має вигляд [24]

$$V_{яд} = 4\pi\gamma\bar{R}b\Phi(\xi)(r - C_1 - C_2/b), \quad (14)$$

тут  $\gamma$  – коефіцієнт енергії поверхні, рівний  $\gamma = 0,9517(1 - 1,7826I^2)$ ;  $b$  – ширина Сусманна, для цього випадку рівна 1;  $\bar{R}$  – середній радіус кривизни, пов'язаний із кривизнами кожного з ядер та рівний  $\bar{R} = C_1C_2/(C_1 + C_2)$ . Кривизни кожного з ядер обраховують із виразу

$$C_i = R_i [1 - (b/R_i^2)]. \quad (15)$$

Параметризація ефективного радіуса поверхні уламків для кожного з уламків задається виразом  $R_i = 1,28A_i^{1/3} - 0,76 + 0,8A_i^{-1/3}$ , де  $A_i$  та  $N_i$  – кількість нуклонів та нейтронів у кожному ядрі, а  $I_i = (N_i - Z_i)/A_i$ .  $\Phi(\xi)$  – безрозмірна функція потенціалу proximity, пов'язана із безрозмірним параметром  $\xi$  та апроксимована кубічною та експоненційною залежностями

$$\Phi(\xi \leq \xi_1) = -\frac{1}{2}(\xi - 2,54)^2 - 0,0852(\xi - 2,54)^3, \quad (16)$$

$$\Phi(\xi \geq \xi_1) = -3,437 \exp(-\xi/0,75), \quad (17)$$

де  $\xi_1 = 1,2511, \xi = (r - C_1 - C_1)/b$ .

### 2.3.4. Потенціал Краппе - Нікса - Сірка

Параметризацію ядерного потенціалу Краппе - Нікса - Сірка (KNS) використовують для опису великомасштабного колективного руху та отримують гарне узгодження з експериментальними даними для реакцій пружного розсіяння, злиття

та поділу важких іонів та маси основних станів ядер. Потенціал KNS має вигляд [25]

$$V_{яд} = -D \left( F + \frac{s}{a} \right) \frac{R_{12}}{R} e^{-s/a}, \quad (18)$$

де  $s$  – відстань між різкими поверхнями взаємодіючих ядер  $s = R - R_{12}$ , де  $R$  – відстань між центрами мас двох ядер, а  $R_{12} = R_1 + R_2$  – сума радіусів поверхонь кожного з ядер.

Усі подальші викладки стосуються випадку, коли  $s \geq 0$ .

Радіус кожного ядра має форму

$$R_i = 1,28A_i^{1/3} - 0,76 + 0,8A_i^{-1/3}. \quad (19)$$

Параметр глибини  $D$  отримують із виразу

$$D = \frac{4a^3 g(R_1/a) g(R_2/a) e^{-R_{12}/a}}{R_0^2 R_{12}} c'_s, \quad (20)$$

де  $g(x) = x \cosh(x) - \sinh(x)$ , для випадку двох розділених ядер  $c'_s = [c_s(1)c_s(2)]^{1/2}$ , де  $c_s(i) = a_s(1 - k_s(I_i^2))$ ,  $a = 0,65$ ,  $a_s = 21,7$ ,  $k_s = 3$ .

Параметр  $F$  отримують із виразу

$$F = 4 + \frac{R_{12}}{a} - \frac{f(R_1/a)}{g(R_1/a)} - \frac{f(R_2/a)}{g(R_2/a)}, \quad (21)$$

де  $f(x) = x^2 \sinh(x)$ .

Потенціал KNS добре визначений до точки дотику, тому до неї він був обрахований та відображений на рисунках у розділі 3.

### 2.3.5. Потенціал Вінтера

Потенціал Вінтера отримано шляхом підгонки параметрів через порівняння експериментальних даних у реакціях пружного розсіяння важких іонів та записано у вигляді потенціалу Вудса - Саксона [26]

$$V_{яд} = -\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \frac{16\pi\gamma a}{1 + \exp[(r - R_1 - R_2)/a]}, \quad (22)$$

де  $R_1, R_2$  радіуси кожного з ядер, які параметризуються за такою формулою, де  $R_i = (1,20A_i^{1/3} - 0,09)$ ,  $r$  – радіус між центрами мас ядер;  $\gamma$  – параметр поверхневого натягу, який залежить від кількості нуклонів та нейтронів у кожному ядрі  $\gamma = 0,95 \left( 1 - 1,8 \frac{N_1 - Z_1}{A_1} \frac{N_2 - Z_2}{A_2} \right)$ .

Параметри, що входять у вираз параметризації потенціалу Вінтера, трохи скориговані шляхом широкого порівняння експериментальних даних для пружного розсіяння важких іонів. У результаті зворотної дифузії параметр дифузності  $\alpha$  має вигляд [26]

$$1/a = 1,17 \cdot (1 + 0,53 \cdot (A_1^{-1/3} + A_2^{-1/3})). \quad (23)$$

### 3. Обговорення результатів

Розглянемо реакцію  $\alpha + {}^{197}\text{Au} \rightarrow$  поділ. При поділі ядра, яке сформовано в цій реакції утворюються симетричні та асиметричні системи фрагментів.

Спочатку розглянемо детально повний потенціал взаємодії з урахуванням наведених у розділі 2 форм параметризації ядерної частини потенціалу та порівняємо залежності отриманих потенціалів від відстані між центрами мас ядер для симетричної системи  ${}^{100}\text{Zr} + {}^{101}\text{Nb}$  (рис. 1), асиметричної системи  ${}^{126}\text{Xe} + {}^{75}\text{Co}$  (рис. 2) та для найбільш асиметричної системи  ${}^{151}\text{La} + {}^{50}\text{Cr}$  (рис. 3).

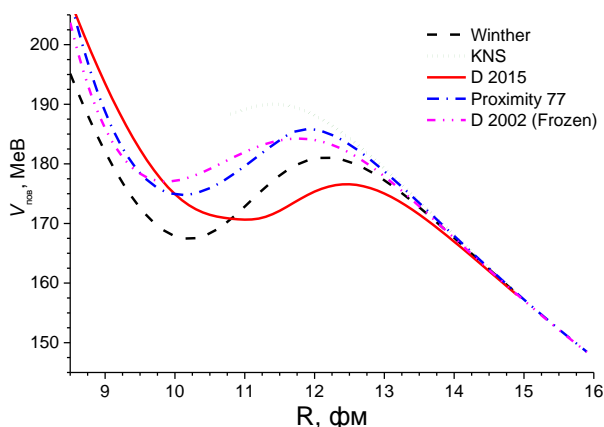


Рис. 1. Залежність повного потенціалу взаємодії  $V_{\text{пов}}$  систем двох аксіально-симетричних сферичних ядер з урахуванням різних форм параметризації ядерної частини потенціалу для системи  ${}^{100}\text{Zr} + {}^{101}\text{Nb}$ . (Див. кольоровий рисунок на сайті журналу.)

Після подолання бар'єра фрагментів ділення високозбудженим ядром утворюється система з двох уламків поділу. Процес поділу ядер може протікати різними шляхами. У даній роботі ми розглядаємо саме такі системи, коли уламки поділу є симетричними та асиметричними. Ми розглянемо дві асиметричні системи, коли одне ядро трохи важче за інше і випадок, коли одне ядро набагато важче за інше. Далі, використовуючи вираз (1), було проведено порівняння наявних експериментальних даних [13] по виходах масових уламків поділу ядер для реакції  $\alpha + {}^{197}\text{Au} \rightarrow$  поділ з модельними обрахунками цієї характеристики з урахуванням вище описаних форм параметризації ядерної частини потен-

ціалу взаємодії ядер, поданих у виразах (3), (4), (14), (18), (22), (23).

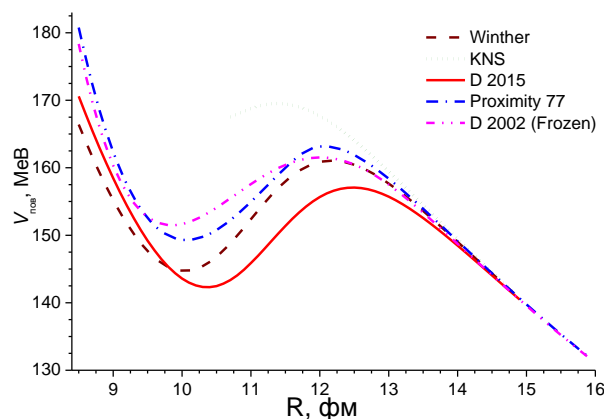


Рис. 2. Залежність повного потенціалу взаємодії  $V_{\text{пов}}$  систем двох аксіально-симетричних сферичних ядер з урахуванням різних форм параметризації ядерної частини потенціалу для системи  ${}^{126}\text{Xe} + {}^{75}\text{Co}$ . (Див. кольоровий рисунок на сайті журналу.)

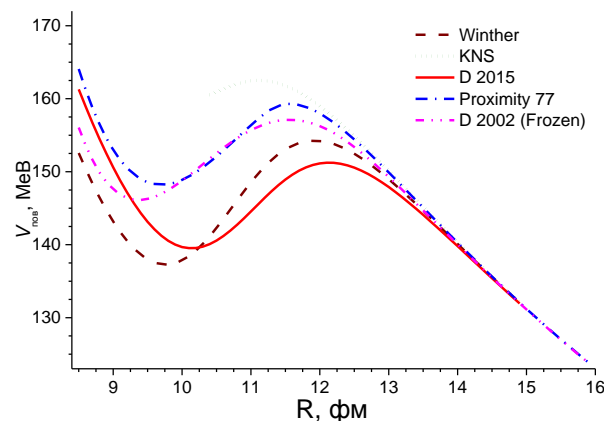


Рис. 3. Залежність повного потенціалу взаємодії  $V_{\text{пов}}$  систем двох аксіально-симетричних сферичних ядер з урахуванням різних форм параметризації ядерної частини потенціалу для системи  ${}^{151}\text{La} + {}^{50}\text{Cr}$ . (Див. кольоровий рисунок на сайті журналу.)

Ядерна частина потенціалу має вплив на бар'єр взаємодії ядер, чим відіграє важливу роль у процесі поділу ядер та у розподілі масових виходів уламків. Масові виходи уламків поділу пов'язані із мінімальним значенням бар'єра взаємодії ядер [22, 23].

#### 3.1. Повні потенціали взаємодії для симетричної та асиметричних систем ядер

Досліджено повний потенціал взаємодії  $V_{\text{пов}}$  систем двох аксіально-симетричних сферичних ядер з урахуванням різних форм параметризації ядерної частини потенціалу. Для прикладу на рис. 1 наведено результати, отримані для майже симетричної системи  ${}^{100}\text{Zr} + {}^{101}\text{Nb}$ , на рис. 2 для асиметричної системи  ${}^{126}\text{Xe} + {}^{75}\text{Co}$  та на рис. 3 для найбільш асиметричної системи  ${}^{151}\text{La} + {}^{50}\text{Cr}$ . Для порівняння на кожному з графіків показано залеж-

ність повного потенціалу взаємодії  $V_{\text{пов}}$  для симетричних та асиметричних систем від відстані між центрами мас ядер  $R$ . Порівнюючи обрахунки повного потенціалу для цих систем, можна зробити висновок, що форма повного ядерного потенціалу є подібною для усіх систем. У межах однієї системи значення мінімального бар'єра для різних параметризацій різне. Так, для майже симетричної системи  $^{100}\text{Zr} + ^{101}\text{Nb}$  найменші значення мінімального бар'єра взаємодії відповідають кривим, обрахованим за допомогою ядерного потенціалу Вінтера та D 2015. Також характерним для цієї системи є помітний швидший спад величини ядерного потенціалу для цих параметризацій. У випадку асиметричної системи  $^{126}\text{Xe} + ^{75}\text{Co}$  графіки подібні з симетричною системою. Відмінним є те, що найменше значення мінімально потенціалу взаємодії є меншим за таке ж значення для майже симетричної системи  $^{100}\text{Zr} + ^{101}\text{Nb}$ . Також варто зазначити, що для асиметричної системи в порівнянні з симетричною ядерний потенціал спадає швидше, це є наслідком різного розподілу нуклонів в уламках після поділу.

Величина енергії збудження над основним станом материнського ядра  $^{201}\text{Tl}$  рівна  $E^*(^{201}\text{Tl}) = B(^{201}\text{Tl}) - B(^4\text{He}) - B(^{197}\text{Au}) + E_{\text{kin cm}} = 135,7 \text{ MeV}$ , де  $B$  – енергія зв'язку відповідних ядер [41] та  $E_{\text{kin cm}} = 137,2$  – енергія зіткнення альфа-частинки з мішенню в системі центра мас. Величина енергії збудження уламків над висотою бар'єра взаємодії ядер  $B_{2\text{bsp}}$  для майже симетричної системи  $^{100}\text{Zr} + ^{101}\text{Nb}$  рівна  $E^*(^{100}\text{Zr} + ^{101}\text{Nb}) = B(^{100}\text{Zr}) + B(^{101}\text{Nb}) - B(^4\text{He}) - B(^{197}\text{Au}) + E_{\text{kin cm}} - B_{2\text{bsp}} = 84,1 \text{ MeV}$ , а для найбільш асиметричної систе-

ми  $^{151}\text{La} + ^{50}\text{Cr}$  рівна  $E^*(^{151}\text{La} + ^{50}\text{Cr}) = B(^{151}\text{La}) + B(^{50}\text{Cr}) - B(^4\text{He}) - B(^{197}\text{Au}) + E_{\text{kin cm}} - B_{2\text{bsp}} = 65 \text{ MeV}$ . При таких енергіях збудження величини оболонкових поправок дуже малі, тому поділ пов'язаний лише із макроскопічними властивостями ядерної матерії і потенціал взаємодії та енергію деформації уламків поділу обраховано в рамках моделі рідкої краплі.

Розглянемо найбільш асиметричну систему  $^{151}\text{La} + ^{50}\text{Cr}$  у порівнянні з двома попередніми. Для цієї системи ми отримали найменше мінімальне значення бар'єра взаємодії та найшвидший спад ядерного потенціалу серед усіх трьох систем. Така поведінка кривих спричинена асиметрією системи з легкого та важкого ядер. З отриманих результатів можна зробити висновок, що серед трьох розглянутих систем мінімальні значення бар'єра взаємодії ядер спостерігалися серед кривих, які відповідали параметризації D 2015, трохи більше значення отримували з урахуванням потенціалу Вінтера, Proximity 77, D 2002 та KNS.

### 3.2. Виходи уламків поділу ядер для реакції $\alpha + ^{197}\text{Au} \rightarrow \text{поділ}$

У процесі поділу ядра змінюють форму від сферичної до сильно деформованої. Зміна форми ядра спричинює зміну величини потенціалу взаємодії уламків. Тому при визначенні масових виходів уламків поділу ядер для нас було важливо розглядати лише такі значення параметрів динамічних деформацій, при яких бар'єр взаємодії ядер має найменше значення.

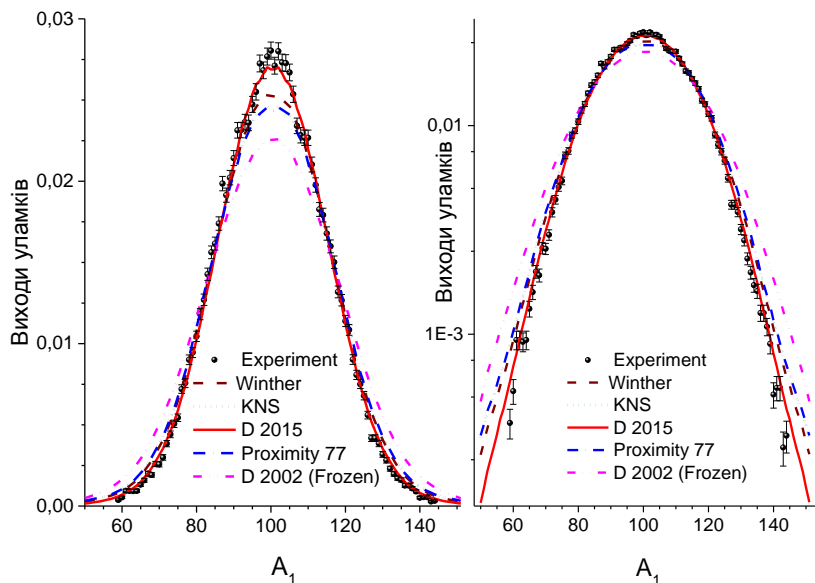


Рис. 4. Виходи уламків поділу по масі для системи  $\alpha + ^{197}\text{Au} \rightarrow \text{поділ}$  у лінійних координатах (зліва). Виходи уламків поділу по масі для системи  $\alpha + ^{197}\text{Au} \rightarrow \text{поділ}$  у логарифмічних координатах (справа). Чорними точками позначено експериментальні дані [13]. (Див. кольоровий рисунок на сайті журналу.)

На рис. 4 представлено масові виходи уламків поділу ядер для реакції  $\alpha + {}^{197}\text{Au} \rightarrow$  поділ для різних параметризацій ядерної частини потенціалу взаємодії ядер. Порівнюючи ці графіки, помітно, що різні параметризації дають подібної форми, але трохи різних значень результати масових розподілів. Слід відзначити, що найкраще узгоджуються з експериментальними даними модельні обрахунки, в яких враховано параметризацію ядерної частини потенціалу взаємодії ядер D 2015.

Установлено, що енергія збудження ядра, що ділиться, дуже висока, тому різні висоти бар'єрів, що отримані для різних параметризацій потенціалів, не є важливими. Однак важливим для опису виходів фрагментів поділу є масова та зарядова залежність потенціалів. Ці залежності і дають трохи різні масові виходи уламків.

#### 4. Висновки

1. Отримано повний потенціал взаємодії ядер з урахуванням різної параметризації ядерної частини потенціалу та показано його залежність від

відстані між центрами мас ядер, що взаємодіють, для майже симетричної системи  ${}^{100}\text{Zr} + {}^{101}\text{Nb}$ , для асиметричної системи  ${}^{126}\text{Xe} + {}^{75}\text{Co}$  та для найбільш асиметричної системи  ${}^{151}\text{La} + {}^{50}\text{Cr}$ , утворених у реакції  $\alpha + {}^{197}\text{Au} \rightarrow$  поділ.

2. Отримано масові виходи уламків поділу для реакції  $\alpha + {}^{197}\text{Au} \rightarrow$  поділ для різних параметризацій ядерного потенціалу, запропоновані Вінтером (Winther), Краппе - Ніксом - Сірком (KNS), Блоцкі та ін. (Proximity 77), Денисовим у 2002 (Frozen) та 2015 (D 2015) pp.

3. Знайдено, що для реакції  $\alpha + {}^{197}\text{Au} \rightarrow$  поділ найкраще з експериментальними даними узгоджується параметризація ядерної частини потенціалу D 2015. Виходи уламків поділу по масі за допомогою цієї параметризації ядерної частини потенціалу добре описані без урахування будь-яких підгоночних параметрів.

4. Параметричні потенціали призводять до близьких значень розподілів уламків поділу, оскільки різні потенціали для симетричних та асиметричних систем систематично дають завищені чи занижені значення мінімального бар'єра.

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- D.L. Hill, J.A. Wheeler. Nuclear Constitution and the Interpretation of Fission Phenomena. *Phys. Rev.* **89** (1953) 1102.
- P. Fong. Statistical Theory of Nuclear Fission: Asymmetric Fission. *Phys. Rev.* **102** (1956) 434.
- V.M. Strutinsky. Shell effects in nuclear masses and deformation energies. *Nucl. Phys. A* **95** (1967) 420.
- V.M. Strutinsky. "Shells" in deformed nuclei. *Nucl. Phys. A* **122** (1968) 1.
- M. Brack et al. Funny hills: the shell-correction approach to nuclear shell effects and its applications to the fission process. *Rev. Mod. Phys.* **44** (1972) 320.
- B.D. Wilkins, E.P. Steinberg, R.R. Chasman. Scission-point model of nuclear fission based on deformed-shell effects. *Phys. Rev. C* **14** (1976) 1832.
- A.J. Sierk. Macroscopic model of rotating nuclei. *Phys. Rev. C* **33** (1986) 2039.
- S. Oberstedt, F.-J. Hampsch, F. Vives. Fission-mode calculations for  ${}^{239}\text{U}$ , a revision of the multi-modal random neck-rupture model. *Nucl. Phys. A* **644** (1998) 289.
- K.-H. Schmidt et al. Relativistic radioactive beams: A new access to nuclear-fission studies. *Nucl. Phys. A* **665** (2000) 221.
- G.D. Adeev, P.N. Nadtochy. Probabilistic Scission of a Fissile Nucleus into Fragments. *Phys. At. Nucl.* **66** (2003) 618.
- H. Goutte, P. Casoli, J.-F. Berger. Mass and kinetic energy distributions of fission fragments using the time dependent generator coordinate method. *Nucl. Phys. A* **734** (2004) 217.
- R.G. Thomas et al. Entrance channel dependence of quasifission in reactions forming  ${}^{220}\text{Th}$ . *Phys. Rev. C* **77** (2008) 034610.
- A. Buttkewitz et al. Fission studies with 140 MeV  $\alpha$ -particles. *Phys. Rev. C* **80** (2009) 037603.
- C.J. Lin et al. Energy dependence of fission-fragment mass distributions from strongly damped shape evolution. *Phys. Conf. Ser.* **420** (2013) 012126.
- В.Ю. Денисов, В.А. Плюйко. *Проблеми фізики атомного ядра і ядерних реакцій* (Київ: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2013) 430 с.
- H. Eslamizadeh, H. Raanaei. Simulation of the fission dynamics of the excited compound nuclei  ${}^{206}\text{Po}$  and  ${}^{168}\text{Yb}$  produced in the reactions  ${}^{12}\text{C} + {}^{194}\text{Pt}$  and  ${}^{18}\text{O} + {}^{150}\text{Sm}$ . *Ann. Nucl. Energy.* **51** (2013) 252.
- P.N. Nadtochy et al. Incorporation of a tilting coordinate into the multidimensional Langevin dynamics of heavy-ion-induced fission: Analysis of experimental data from fusion-fission reactions. *Phys. Rev. C* **89** (2014) 014616.
- F.A. Ivanyuk, S. Chiba, Y. Aritomo. Scission-point configuration within the two-center shell model shape parameterization. *Phys. Rev. C* **90** (2014) 054607.
- K. Mazurek, C. Schmitt, P.N. Nadtochy. Description of isotopic fission-fragment distributions within the Langevin approach. *Phys. Rev. C* **91** (2015) 041603.
- P. Moller et al. Fission barriers at the end of the chart of the nuclides. *Phys. Rev. C* **91** (2015) 024310.
- J. Sadhukhan, W. Nazarewicz, N. Schunck. Microscopic modeling of mass and charge distributions in the spontaneous fission of  ${}^{240}\text{Pu}$ . *Phys. Rev. C* **93** (2016) 011304.
- V.Yu. Denisov, T.O. Margitych, I.Yu. Sedykh. Mass yields and kinetic energy of fragments from fission of highly-excited nuclei with  $A \leq 220$ . *Nucl. Phys. A*



- 958 (2017) 101.
23. V.Yu. Denisov, I.Yu. Sedykh. Fission-fragment mass yields of highly excited nuclei with  $119 \leq A \leq 218$  produced in various reactions. *Nucl. Phys. A* **963** (2017) 15.
  24. J. Blocki et al. Proximity Forces. *Ann. Phys.* **105** (1977) 427.
  25. H.J. Krappe, J.R. Nix, A.J. Sierk. Unified nuclear potential for heavy-ion elastic scattering, fusion, fission, and ground-state masses and deformations. *Phys. Rev. C* **20** (1979) 992.
  26. A. Winther. Dissipation, polarization and fluctuation in grazing heavy-ion collisions and the boundary to the chaotic regime. *Nucl. Phys. A* **594** (1995) 203.
  27. V.Yu. Denisov, N.A. Pilipenko. Interaction of two deformed, arbitrarily oriented nuclei. *Phys. Rev. C* **76** (2007) 014602.
  28. V.Yu. Denisov, N.A. Pilipenko. Interaction potential between two axially symmetric nuclei. *Yaderna Fizyka ta Energetyka (Nucl. Phys. At. Energy)* **4**(22) (2007) 49.
  29. V.Yu. Denisov, N.A. Pilipenko. Interaction between two axially symmetric nuclei. *Ukr. J. Phys.* **53** (2008) 845.
  30. V.Yu. Denisov, N.A. Pilipenko. Fusion of deformed nuclei:  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ . *Phys. Rev. C* **81** (2010) 025805.
  31. V.Yu. Denisov. Nucleus-nucleus potential with shell-correction contribution and deep sub-barrier fusion of heavy nuclei. *Phys. Rev. C* **89** (2014) 044604.
  32. V.Yu. Denisov, T.O. Margitych. Barriers in the energy of deformed nuclei. *Yaderna Fizyka ta Energetyka (Nucl. Phys. At. Energy)* **15** (2014) 119.
  33. V.Yu. Denisov, T.O. Margitych. Minimum barrier height for symmetric and asymmetric nuclear systems. *Ukr. J. Phys.* **60** (2015) 585.
  34. V.Yu. Denisov, T.O. Margitych. Influence of deformations with higher multipolarity to the barrier height of nuclei. *Rep. Nat. Acad. Sci. Ukraine* **4** (2015) 56.
  35. V.Yu. Denisov. Interaction potential between heavy ions. *Phys. Lett. B* **526** (2002) 315.
  36. V.Yu. Denisov. Nucleus-nucleus potential with shell-correction contribution. *Phys. Rev. C* **91** (2015) 024603.
  37. M. Brack, Ph. Quentin. Disappearance of shell effects at high excitation. Self-consistent calculations at finite temperatures. *Phys. Scr.* **10A** (1974) 163.
  38. R. Capote et al. RIPL – Reference Input Parameter Library for Calculation of Nuclear Reactions and Nuclear Data Evaluations. *Nucl. Data Sheets* **110** (2009) 3107.
  39. V.Yu. Denisov, N.A. Pilipenko. Interaction and fusion of deformed nuclei. *Phys. At. Nucl.* **73** (2010) 1152.
  40. B.V. Derjaguin. Untersuchungen fiber die Reibung und Adhäsion, IV. Theorie des Anhaftens kleiner Teilchen. *Kolloid-Z.* **69** (1934) 155.
  41. G. Audi et al. The AME2012 atomic mass evaluation. *CPC(HEP & NP)* **36**(12) (2012) 1287.

**В. Ю. Денисов, Т. О. Маргитыч\***

*Институт ядерных исследований НАН Украины, Киев, Украина*

\*Ответственный автор: margtanya@gmail.com

### **ВЛИЯНИЕ ЯДЕРНОЙ ЧАСТИ ПОТЕНЦИАЛА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЯДЕР НА ВЫХОДЫ ОСКОЛКОВ ДЕЛЕНИЯ ВЫСОКОВОЗБУЖДЕННЫХ ЯДЕР ПО МАССЕ**

Исследовано влияние различных параметризаций ядерной части потенциала взаимодействия ядер на массовые выходы осколков деления высоковозбужденных ядер для реакции  $\alpha + ^{197}\text{Au} \rightarrow$  деление. Показано, что использование различных ядерных потенциалов приводит к малым изменениям величины выходов осколков деления ядер.

*Ключевые слова:* взаимодействие ядер, параметризация ядерной части потенциала взаимодействия, деление ядер, массовые выходы осколков деления.

**V. Yu. Denisov, T. O. Margitych\***

*Institute for Nuclear Research, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine*

\*Corresponding author: margtanya@gmail.com

### **INFLUENCE OF THE NUCLEAR PART OF THE NUCLEI INTERACTION POTENTIAL TO THE MASS YIELDS OF FRAGMENTS FROM FISSION OF HIGHLY-EXCITED NUCLEI**

The influence for various parameterizations of the nuclear part of the interaction potential to the mass yields of fission fragments of highly excited nuclei for the reaction  $\alpha + ^{197}\text{Au} \rightarrow$  fission was studied. It is shown that using of various nuclear potentials leads to small changes in the yields of fission fragments of the nuclei.

*Keywords:* nuclear interaction, parameterizations of the nuclear part of the interaction potential, nuclei fission, mass yields of fragment from fission.

#### **REFERENCES**

1. D.L. Hill, J.A. Wheeler. Nuclear Constitution and the Interpretation of Fission Phenomena. *Phys. Rev.* **89** (1953) 1102.
2. P. Fong. Statistical Theory of Nuclear Fission: Asymmetric Fission. *Phys. Rev.* **102** (1956) 434.
3. V.M. Strutinsky. Shell effects in nuclear masses and deformation energies. *Nucl. Phys. A* **95** (1967) 420.
4. V.M. Strutinsky. "Shells" in deformed nuclei. *Nucl. Phys. A* **122** (1968) 1.
5. M. Brack et al. Funny hills: the shell-correction ap-

- proach to nuclear shell effects and its applications to the fission process. *Rev. Mod. Phys.* **44** (1972) 320.
6. B.D. Wilkins, E.P. Steinberg, R.R. Chasman. Scission-point model of nuclear fission based on deformed-shell effects. *Phys. Rev. C* **14** (1976) 1832.
  7. A.J. Sierk. Macroscopic model of rotating nuclei. *Phys. Rev. C* **33** (1986) 2039.
  8. S. Oberstedt, F.-J. Hambsch, F. Vives. Fission-mode calculations for  $^{239}\text{U}$ , a revision of the multi-modal random neck-rupture model. *Nucl. Phys. A* **644** (1998) 289.
  9. K.-H. Schmidt et al. Relativistic radioactive beams: A new access to nuclear-fission studies. *Nucl. Phys. A* **665** (2000) 221.
  10. G.D. Adeev, P.N. Nadtochy. Probabilistic Scission of a Fissile Nucleus into Fragments. *Phys. At. Nucl.* **66** (2003) 618.
  11. H. Goutte, P. Casoli, J.-F. Berger. Mass and kinetic energy distributions of fission fragments using the time dependent generator coordinate method. *Nucl. Phys. A* **734** (2004) 217.
  12. R.G. Thomas et al. Entrance channel dependence of quasifission in reactions forming  $^{220}\text{Th}$ . *Phys. Rev. C* **77** (2008) 034610.
  13. A. Buttkeewitz et al. Fission studies with 140 MeV  $\alpha$ -particles. *Phys. Rev. C* **80** (2009) 037603.
  14. C.J. Lin et al. Energy dependence of fission-fragment mass distributions from strongly damped shape evolution. *Phys. Conf. Ser.* **420** (2013) 012126.
  15. V.Yu. Denisov, V.A. Plujko. *Problems of nuclear physics and nuclear reactions* (Kiev: Izdatel'sko-poligraficheskij tsentr "Kievskij universitet", 2013) 430 p. (Rus)
  16. H. Eslamizadeh, H. Raanaei. Simulation of the fission dynamics of the excited compound nuclei  $^{206}\text{Po}$  and  $^{168}\text{Yb}$  produced in the reactions  $^{12}\text{C} + ^{194}\text{Pt}$  and  $^{18}\text{O} + ^{150}\text{Sm}$ . *Ann. Nucl. Energy.* **51** (2013) 252.
  17. P.N. Nadtochy et al. Incorporation of a tilting coordinate into the multidimensional Langevin dynamics of heavy-ion-induced fission: Analysis of experimental data from fusion-fission reactions. *Phys. Rev. C* **89** (2014) 014616.
  18. F.A. Ivanyuk, S. Chiba, Y. Aritomo. Scission-point configuration within the two-center shell model shape parameterization. *Phys. Rev. C* **90** (2014) 054607.
  19. K. Mazurek, C. Schmitt, P.N. Nadtochy. Description of isotopic fission-fragment distributions within the Langevin approach. *Phys. Rev. C* **91** (2015) 041603.
  20. P. Moller et al. Fission barriers at the end of the chart of the nuclides. *Phys. Rev. C* **91** (2015) 024310.
  21. J. Sadhukhan, W. Nazarewicz, N. Schunck. Microscopic modeling of mass and charge distributions in the spontaneous fission of  $^{240}\text{Pu}$ . *Phys. Rev. C* **93** (2016) 011304.
  22. V.Yu. Denisov, T.O. Margitych, I.Yu. Sedykh. Mass yields and kinetic energy of fragments from fission of highly-excited nuclei with  $A \leq 220$ . *Nucl. Phys. A* **958** (2017) 101.
  23. V.Yu. Denisov, I.Yu. Sedykh. Fission-fragment mass yields of highly excited nuclei with  $119 \leq A \leq 218$  produced in various reactions. *Nucl. Phys. A* **963** (2017) 15.
  24. J. Blocki et al. Proximity Forces. *Ann. Phys.* **105** (1977) 427.
  25. H.J. Krappe, J.R. Nix, A.J. Sierk. Unified nuclear potential for heavy-ion elastic scattering, fusion, fission, and ground-state masses and deformations. *Phys. Rev. C* **20** (1979) 992.
  26. A. Winther. Dissipation, polarization and fluctuation in grazing heavy-ion collisions and the boundary to the chaotic regime. *Nucl. Phys. A* **594** (1995) 203.
  27. V.Yu. Denisov, N.A. Pilipenko. Interaction of two deformed, arbitrarily oriented nuclei. *Phys. Rev. C* **76** (2007) 014602.
  28. V.Yu. Denisov, N.A. Pilipenko. Interaction potential between two axially symmetric nuclei. *Yaderna Fizyka ta Energetyka (Nucl. Phys. At. Energy)* **4**(22) (2007) 49.
  29. V.Yu. Denisov, N.A. Pilipenko. Interaction between two axially symmetric nuclei. *Ukr. J. Phys.* **53** (2008) 845.
  30. V.Yu. Denisov, N.A. Pilipenko. Fusion of deformed nuclei:  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ . *Phys. Rev. C* **81** (2010) 025805.
  31. V.Yu. Denisov. Nucleus-nucleus potential with shell-correction contribution and deep sub-barrier fusion of heavy nuclei. *Phys. Rev. C* **89** (2014) 044604.
  32. V.Yu. Denisov, T.O. Margitych. Barriers in the energy of deformed nuclei. *Yaderna Fizyka ta Energetyka (Nucl. Phys. At. Energy)* **15** (2014) 119.
  33. V.Yu. Denisov, T.O. Margitych. Minimum barrier height for symmetric and asymmetric nuclear systems. *Ukr. J. Phys.* **60** (2015) 585.
  34. V.Yu. Denisov, T.O. Margitych. Influence of deformations with higher multiplicity to the barrier height of nuclei. *Rep. Nat. Acad. Sci. Ukraine* **4** (2015) 56.
  35. V.Yu. Denisov. Interaction potential between heavy ions. *Phys. Lett. B* **526** (2002) 315.
  36. V.Yu. Denisov. Nucleus-nucleus potential with shell-correction contribution. *Phys. Rev. C* **91** (2015) 024603.
  37. M. Brack, Ph. Quentin. Disappearance of shell effects at high excitation. Self-consistent calculations at finite temperatures. *Phys. Scr.* **10A** (1974) 163.
  38. R. Capote et al. RIPL – Reference Input Parameter Library for Calculation of Nuclear Reactions and Nuclear Data Evaluations. *Nucl. Data Sheets* **110** (2009) 3107.
  39. V.Yu. Denisov, N.A. Pilipenko. Elastic scattering of heavy nuclei and nucleus–nucleus potential with repulsive core. *Phys. At. Nucl.* **73** (2010) 1152.
  40. B.V. Derjaguin. Untersuchungen fiber die Reibung und Adhäsion, IV. Theorie des Anhaftens kleiner Teilchen. *Kolloid-Z.* **69** (1934) 155.
  41. G. Audi et al. The AME2012 atomic mass evaluation. *CPC(HEP & NP)* **36**(12) (2012) 1287.

Надійшла 17.07.2017

Received 17.07.2017