

О. І. Давидовська, В. Ю. Денисов*, В. О. Нестеров*Інститут ядерних досліджень НАН України, Київ, Україна*

*Відповідальний автор: denisov@kinr.kiev.ua

**ЯДЕРНО-ЯДЕРНИЙ ПОТЕНЦІАЛ, ПЕРЕРІЗИ ПРУЖНОГО РОЗСІЯННЯ
ТА ПІДБАР'ЄРНОГО ЗЛИТТЯ ДЛЯ СИСТЕМИ $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$**

Досліджено ефективний ядерно-ядерний потенціал у рамках методу подвійної згортки, в якому додатково враховано внесок кінетичної енергії нуклонів. Одержано потенціали ядерно-ядерної взаємодії для системи $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ як з урахуванням, так і без урахування внутрішньої кінетичної енергії. Показано, що врахування внеску кінетичної енергії в потенціал дозволяє одночасно описати експериментальні перерізи підбар'єрного злиття та пружного розсіяння.

Ключові слова: ядро, потенціал взаємодії, густина розподілу нуклонів, переріз злиття, кінетична енергія, пружне розсіяння.

1. Вступ

Для обрахунку перерізів підбар'єрного злиття та пружного розсіяння, що є кінцевою метою даної роботи, нам потрібно перш за все обчислити потенціал ядерно-ядерної взаємодії [1 - 4]. Ядерно-ядерна взаємодія сферичних ядер складається з кулонівської взаємодії протонів, ядерної взаємодії нуклонів, що належать до взаємодіючих ядер, та відцентрової взаємодії. Вирази для кулонівської та відцентрової складових між'ядерної взаємодії вивчено достатньо добре.

Стосовно ядерної частини єдиної точки зору на даний час немає, тому для її опису запропоновано велику кількість різних підходів [1 - 28], які більш чи менш успішно описують наявні експериментальні дані. Поведінка ядерної складової потенціалу в рамках цих підходів при цьому може суттєво відрізнитися, особливо на малих відстанях між ядрами. Наприклад, для потенціалу Вудса - Саксона або одержаного у методі подвійної згортки [2 - 12] вона є притягальною в усьому просторі, тоді як у потенціалах «проксиміті» [15] або у підході густини енергії за використання густини енергії модифікованого методу Томаса - Фермі [13, 14, 17, 19, 20, 22 - 30] на малих відстанях спостерігається кор відштовхування. Таке відштовхування може бути пояснене як дією принципу Паулі [19, 20], так і внеском внутрішньої кінетичної енергії нуклонів.

Методи побудови потенціалу ядерно-ядерної взаємодії повинні буди достатньо точними, але, з іншого боку, і достатньо простими у практичному застосуванні. У даній роботі ми скористалися методом подвійної згортки [2 - 12], який активно застосовується для дослідження різних ядерних реакцій. Відзначимо, що стандартний метод

подвійної згортки не завжди забезпечує задовільний опис експериментальних даних, тому з'явилася достатньо велика кількість його пізніших модифікацій. Наприклад, для кращого опису підбар'єрного злиття до методу подвійної згортки вводиться феноменологічний відштовхуючий доданок [21], а для опису пружного розсіяння потенціал має спеціальний нормуючий множник N [4 - 7, 9 - 11]. Зазвичай його підбирають таким чином, аби отриманий у рамках методу потенціал був менш глибоким та приводив до якісного опису експериментальних даних.

Коли ядра наближаються один до одного, нуклонні густини починають суттєво перекиватися, у результаті чого за рахунок дії принципу Паулі значно змінюється внутрішня кінетична енергія ядер. У роботі [30] для системи $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ нами вже було побудовано потенціал ядерно-ядерної взаємодії, в якому враховано таку зміну внутрішньої кінетичної енергії та розраховано перерізи підбар'єрного злиття та пружного розсіяння, при цьому було отримано добре узгодження з експериментальними даними. У даній роботі, яка є продовженням роботи [30], ми розглянемо систему $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ і побудуємо для такої системи потенціал ядерно-ядерної взаємодії з урахуванням зміни внутрішньої кінетичної енергії. На основі знайденого потенціалу з урахуванням внутрішньої кінетичної енергії нуклонів розраховуємо перерізи підбар'єрного злиття, а також кутові розподіли пружного розсіяння з використанням оптичної моделі. Зауважимо, що в нашій роботі феноменологічний відштовхуючий множник замінюється внеском внутрішньої кінетичної енергії, а нормуючий множник N ми не використовуємо для підгонки результатів.

2. Ядерно-ядерний потенціал

Ядерно-ядерний потенціал може бути представлений у вигляді трьох частин – ядерної частини V_N , кулонівської V_{COUL} та відцентрової V_l . Усі вони залежать лише від відстані R між центрами мас ядер.

$$V(R) = V_N(R) + V_{COUL}(R) + V_l(R). \quad (1)$$

При цьому для кулонівської частини будемо використовувати стандартний вираз

$$V_{COUL}(R) = \begin{cases} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R}, & R \geq R_C, \\ \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_C} \left[\frac{3}{2} - \frac{R^2}{2R_C^2} \right], & R < R_C \end{cases}, \quad (2)$$

де R_C – радіус кулонівської взаємодії

$$R_C = r_C (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}),$$

Z_1 та Z_2 – число протонів у ядрах; e – заряд протона; A_1 та A_2 – загальна кількість нуклонів у першому та другому ядрі відповідно.

Відцентровий доданок $V_l(R)$ у виразі (1) має вигляд

$$V_l(R) = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2M[A_1 A_2 / (A_1 + A_2)] R^2}, \quad (3)$$

де l – значення орбітального кутового моменту.

Для ядерної частини потенціалу $V_N(R)$ у даній роботі, як і в роботі [30], будемо використовувати потенціал у рамках методу подвійної згортки [2 - 12], який широко застосовується для опису різних ядерних процесів. Цей потенціал будується на основі густини розподілу нуклонів у першому та другому ядрах $\rho_{1(2)}$, а також потенціалу міжнуклонної взаємодії, який ми надалі позначатимемо через v :

$$V_{DF}(R) = N G(E) \int d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \rho_1(\vec{r}_1) F(\rho_1(\vec{r}_1) + \rho_2(\vec{r}_2)) v(R + \vec{r}_2 - \vec{r}_1) \rho_2(\vec{r}_2). \quad (4)$$

Тут радіуси-вектори r_1 та r_2 задають положення пари нуклонів у системі координат, пов'язаній із центром мас відповідного ядра, а R є відстанню між центрами мас ядер. N є нормувальним множником, зазвичай він використовується для того, аби найкраще описати дані розсіяння. При цьому відзначимо, що густини розподілу нуклонів та потенціал міжнуклонної взаємодії можуть бути взяті в рамках різних підходів. Функції F та G описують залежність потенціалу від густини розподілу нуклонів та енергії зіткнення відповідно [5, 7, 12]:

$$G(E) = 1 - 0,002E, \quad (5)$$

$$F(\rho) = C(1 + \alpha \exp(-\beta\rho)), \quad (6)$$

де E – енергія зіткнення; ρ – густина розподілу нуклонів у ядрах; C , α та β – підгоночні параметри. У своїй роботі ми будемо використовувати сучасні нуклон-нуклонні сили DDM3Y [5, 7, 12].

Зауважимо, що у стандартному методі подвійної згортки (4) враховується лише нуклон-нуклонна взаємодія, у той час як внесок, що враховує зміну внутрішньої кінетичної енергії, відсутній. Саме тому для важких ядер стандартний метод подвійної згортки дає занадто глибокі потенціали ядерно-ядерної взаємодії [5 - 12], які можна скоригувати за допомогою вищезгаданого нормувального множника N . Зазвичай його значення лежать в інтервалі від 0,7 до 1,0 [5, 9 - 11].

На малих відстанях між ядрами, коли густини суттєво перебиваються, внутрішня кінетична енергія нуклонів суттєво змінюється, що поясню-

ється дією принципу Паулі. Для того щоб врахувати в ядерно-ядерному потенціалі (4) внесок V_T , пов'язаний зі зміною внутрішньої кінетичної енергії нуклонів, ми будемо використовувати, як і в роботі [30], наближення густини енергії.

Нагадаємо, що в рамках наближення густини енергії [13, 14, 16, 17, 19 - 20] потенціал взаємодії між ядрами є різницею енергій двоядерної системи на скінченій відстані E_{I2} та на нескінченності, де вона дорівнює сумі енергії зв'язку окремих ядер E_1 та E_2 :

$$V_N(R) = E_{I2}(R) - E_1 - E_2. \quad (7)$$

Для знаходження енергій зв'язку ми повинні знати густини розподілу нуклонів у ядрах та функціонал густини енергії ϵ . Тоді

$$E_{I2}(R) = \int d\vec{r} \epsilon[\rho_{1p}(\vec{r}) + \rho_{2p}(\vec{r}, R), \rho_{1n}(\vec{r}) + \rho_{2n}(\vec{r}, R)], \quad (8)$$

$$E_{1(2)}(R) = \int d\vec{r} \epsilon[\rho_{1(2)p}(\vec{r}), \rho_{1(2)n}(\vec{r})], \quad (9)$$

$$\epsilon[\rho_n(\vec{r}), \rho_p(\vec{r})] = \tau[\rho_n(\vec{r})] + \tau[\rho_p(\vec{r})] + V_{Sk}[\rho_n(\vec{r}), \rho_p(\vec{r})], \quad (10)$$

де $\rho_{1n(p)}$ – нейтронна (протонна) густина першого ядра; $\rho_{2n(p)}$ – нейтронна (протонна) густина другого ядра; R – відстань між центрами мас ядер, а вираз для густини енергії ϵ можна знайти у роботах [13, 14, 16, 17, 19, 20, 31 - 33]. Як видно з формули (10), густина енергії ϵ містить доданки, пов'язані як з кінетичною τ , так і з потенціальною V_{Sk} енергіями нуклонів. Використання сил

Скірма [34] надає нам змогу записати густину енергії ϵ в явному вигляді [16, 17, 19, 20, 31 - 33]. У рамках модифікованого методу Томаса - Фермі з точністю до членів другого порядку по \hbar густину кінетичної енергії можна записати у вигляді

$$\tau = \tau_{TF} + \tau_2, \quad (11)$$

при цьому сумарна кінетична енергія $\tau = \tau_n + \tau_p$ складається з кінетичної енергії протонів та нейтронів. Величина $\tau_{TFn(p)}$ є густиною кінетичної енергії нейтронів (протонів) у наближенні Томаса - Фермі, а $\tau_{2n(p)}$ – градієнтна поправка другого порядку по \hbar , вираз для якої наведено в [16 - 20, 30 - 32]. Внесок наближення Томаса - Фермі в кінетичну енергію є основним, але градієнтні доданки також можуть відігравати помітну роль, особливо поблизу поверхні ядра.

Таким чином, отримуємо, що потенціал взаємодії в наближенні густини енергії (7 - 10) складається з двох частин. Одна частина пов'язана з суто кінетичною енергією нуклонів в ядрах V_T , інша – з міжнуклонною взаємодією V_m :

$$V_N(R) = V_T(R) + V_m(R), \quad (12)$$

а саме

$$V_T(R) = \int d\vec{r} \tau[\rho_{1p}(\vec{r}) + \rho_{2p}(\vec{r}, R), \rho_{1n}(\vec{r}) + \rho_{2n}(\vec{r}, R)] - \int d\vec{r} \tau[\rho_{1p}(\vec{r}), \rho_{1n}(\vec{r})] - \int d\vec{r} \tau[\rho_{2p}(\vec{r}), \rho_{2n}(\vec{r})], \quad (13)$$

$$V_m(R) = \int d\vec{r} V_{Sk}[\rho_{1p}(\vec{r}) + \rho_{2p}(\vec{r}, R), \rho_{1n}(\vec{r}) + \rho_{2n}(\vec{r}, R)] - \int d\vec{r} V_{Sk}[\rho_{1p}(\vec{r}), \rho_{1n}(\vec{r})] - \int d\vec{r} V_{Sk}[\rho_{2p}(\vec{r}), \rho_{2n}(\vec{r})]. \quad (14)$$

Зауважимо, що кінетична енергія нуклонів відіграє важливу роль на малих відстанях між ядрами з огляду на те, що нуклони є ферміонами й для них виконується принцип Паулі. Кінетичний внесок у потенціал ядерно-ядерної взаємодії принципово аналогічний впливу електронів на потенціал міжмолекулярної взаємодії [35, 36]. Отже, за допомогою виразу (13) можна врахувати внесок кінетичної енергії в потенціал ядерно-ядерної взаємодії.

Таким чином, ми можемо побудувати потенціал ядерно-ядерної взаємодії в рамках методу подвійної згортки, в якому, на відміну від стандартного потенціалу подвійної згортки $V_{DF}(R)$ (див. формулу (4)), додатково враховується внесок кінетичної енергії нуклонів $V_T(R)$ (див. формулу (13)) [4, 26, 27, 28, 30]:

$$V_{DF-kin}(r) = V_T(R) + V_{DF}(R). \quad (15)$$

Нуклон-нуклонні сили стандартного методу подвійної згортки зазвичай не залежать від швидкості, тому при обрахунку внеску внутрішньої кінетичної енергії ефективна маса m^* [30, 31] збігається зі звичайною масою m . Однак це може бути не так, якщо ми використовуємо міжнуклонні сили, залежні від густини розподілу нуклонів, які потрібно враховувати при обрахунку кінетичного внеску. У своїй роботі ми використовуємо локальні потенціали взаємодії, оскільки ми розглядаємо процеси з енергіями в околі кулонівського бар'єра. У такому випадку швидкість руху окремих нуклонів в ядрах набагато вища за швидкість руху ядер у цілому, і таке наближення є цілком виправданим. Нелокальність взаємодії в основному викликана дією принципу Паулі, вплив якого суттєво зменшується із зростанням енергії зіткнення ядер.

Потенціал подвійної згортки (4) використовує «заморожені» густини розподілу нуклонів в ядрах [2, 3, 13, 14], такі самі густини ми повинні використовувати і при обчисленні внеску внутрішньої кінетичної енергії нуклонів у виразі (13). При цьому ми можемо скористатися як експериментальними розподілами нуклонних густин, так і одержаними в рамках різних теоретичних підходів, наприклад, методу Хартрі - Фока [36], оболонкової моделі або модифікованого методу Томаса - Фермі [30 - 32].

3. Результати

У роботі за допомогою одержаного потенціалу (15) було проведено розрахунки перерізів підбар'єрного злиття та пружного розсіяння для системи $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$. Перш за все нам потрібно було визначитися з густинами розподілу нуклонів у ядрах. Як уже згадувалося, у рамках використовуваного нами підходу для обчислення потенціалу можуть використовуватися розподіли нуклонних густин, одержані за допомогою різних методів. У нашому випадку найкращі результати для системи ядер $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ було отримано з розподілами нуклонних густин, одержаних у рамках методу Хартрі - Фока - БКШ [30, 37] із силами Скірма SkM* [38]. Зовнішній вигляд цих густин показано на рис. 1. Перевірка середньоквадратичних радіусів показує, що такі густини дають близький до експериментальних значень результат. У методі подвійної згортки не розрізняються нейтронні та протонні густини, тому ми також використовуємо сумарну нуклонну густину.

На рис. 2 порівнюються повні потенціали ядерно-ядерної взаємодії (такі, що містять ядерну та кулонівську частини), обраховані як з урахуванням, так і без урахування кінетичного внеску. Порівняння проводиться в околі кулонівсько-

го бар'єра. При розрахунках використовувалися нуклонні сили DDM3Y1 та потенціал Reid [5, 7, 12]. При цьому зауважимо, що нормувальний множник N у нас дорівнює одиниці, тобто ми не використовуємо його для корекції результатів. З

рисунок можемо зробити висновок, що на малих відстанях між ядрами потенціал, одержаний з урахуванням кінетичного внеску, демонструє значно слабше притягання, ніж стандартний потенціал методу подвійної згортки.

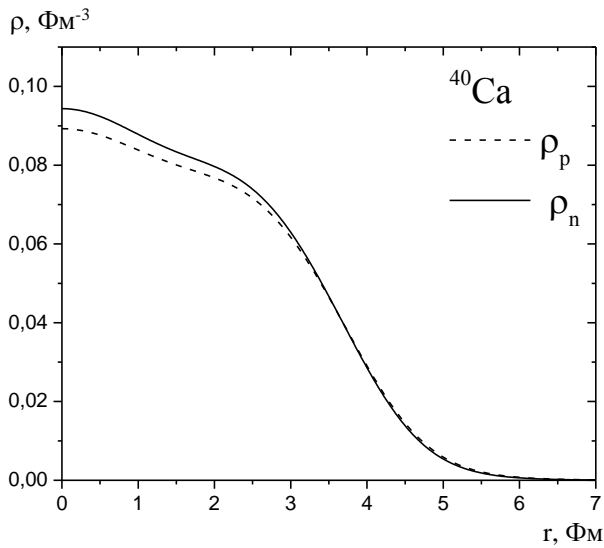


Рис. 1. Густина розподілу нуклонів для ядра ^{40}Ca .

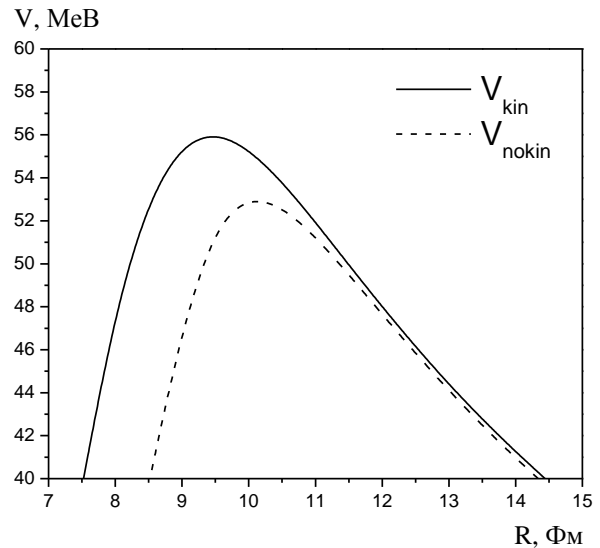


Рис. 2. Потенціали ядерно-ядерної взаємодії для системи $^{40}\text{Ca} + \text{Ca}$, одержані в рамках методу подвійної згортки із силами DDM3Y1 з урахуванням (V_{kin}) та без урахування (V_{nokin}) внеску кінетичної енергії.

Розрахунки перерізів ядерних реакцій зазвичай потребують параметризації одержаних потенціалів ядерно-ядерної взаємодії за допомогою потенціалу Вудса – Саксона

$$V_{\text{ws}}(R) = \frac{-V_0}{1 + \exp[(R - r_0(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}))/d_0]} \quad (16)$$

Нами було знайдено такі параметри для потенціалів як з урахуванням, так і без урахування

внутрішньої кінетичної енергії ядер (таблиця). На рис. 3 показано апроксимацію ядерної частини одержаного нами потенціалу потенціалом Вудса - Саксона в околі кулонівського бар'єра, оскільки саме ця область є найбільш важливою для опису пружного розсіяння та підбар'єрного злиття.

Випадок	V_0 , MeV	r_0 , Фм	d_0 , Фм
kin	93,64	1,0489	0,7565
nokin	801,61	0,7521	1,1103

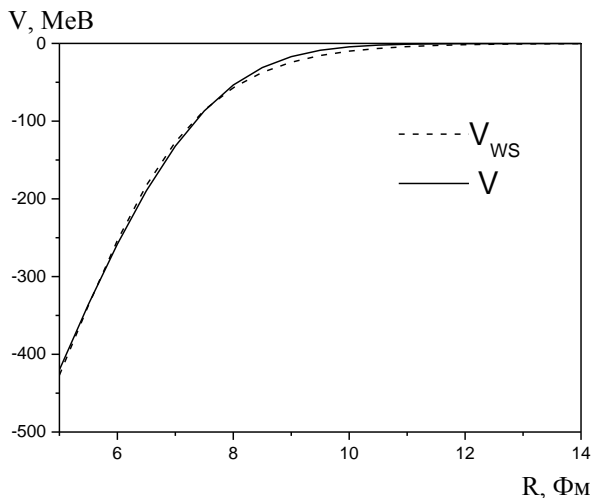


Рис. 3. Апроксимація ядерної частини одержаного нами потенціалу ядерно-ядерної взаємодії за допомогою потенціалу Вудса - Саксона.

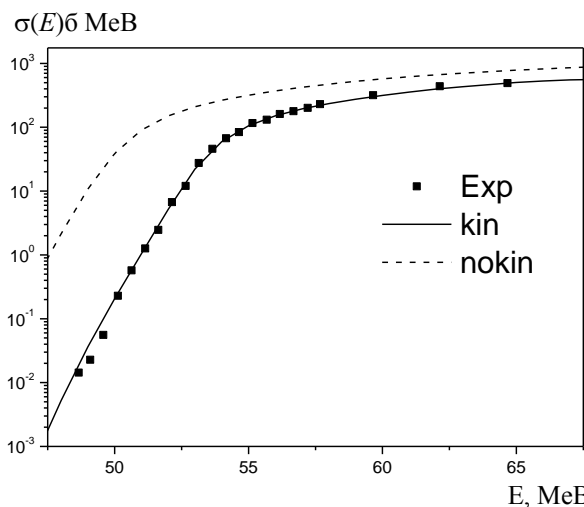


Рис. 4. Перерізи підбар'єрного злиття $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ як з урахуванням (kin), так і без урахування (nokin) внеску кінетичної енергії, а також експериментальні дані [42].

Для розрахунку перерізів підбар'єрного злиття на основі одержаних потенціалів ми використовували добре відому програму CCFULL [39], необхідні додаткові параметри було взято з таблиць [40, 41]. Ці параметри при розрахунку перерізу підбар'єрного злиття задають зв'язок із каналами низькорозташованих вібраційних станів, зокрема це параметри квадрупольної та октупольної деформацій. На рис. 4 показано одержані нами значення перерізів підбар'єрного злиття для системи $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ як з урахуванням, так і без урахування кінетичного внеску. Із рисунка видно, що отриманий переріз добре збігається з наявними експериментальними даними [42]. При розрахунках ми використовували значення параметра кулонівського радіуса 1,2 Фм.

На наступному етапі на основі одержаних потенціалів у рамках оптичної моделі було проведено розрахунок перерізу пружного розсіяння для системи $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ за енергії пучка $E_{\text{cm}} = 71,8$ МеВ [43], що близька до висоти бар'єра. При цьому до одержаного ядерного потенціалу було додано уявну частину, що містить у собі два доданки – об'ємний та поверхневий:

$$W(R) = \frac{W_w}{1 + \exp[R - r_w(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) / d_w]} - \frac{W_s \exp[R - r_s(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) / d_s]}{d_s \{1 + \exp[R - r_s(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) / d_s]\}^2}, \quad (17)$$

де W_w , r_w , d_w , W_s , r_s та d_s – відповідно сила, радіус і дифузність об'ємного (W) та поверхневого (S) доданків. Використана нами форма уявної частини ядерного потенціалу (17) є загально прийнятою при розгляді ядерних зіткнень [1, 4, 10, 11]. Використовуючи потенціал подвійної згортки з урахуванням кінетичного внеску було знайдено параметри для уявної частини ядерного потенціалу: $W_w = 25,33419$ МеВ, $r_w = 1,122596$ Фм, $d_w = 0,6840812$ Фм, $W_s = 12,38557$ МеВ, $r_s = 1,142297$ Фм та $d_s = 0,7908149$ Фм.

Результати наших розрахунків показано на рис. 5, де переріз пружного розсіяння зображено у вигляді відношення до резерфордівського перерізу. Для порівняння на рисунку наведено дані, отримані як з урахуванням, так і без урахування внутрішньої кінетичної енергії ядер. Експериментальні значення перерізу пружного розсіяння були взяті з роботи [43]. На рисунку видно, що значення перерізу, одержане з урахуванням кінетичного внеску у потенціалі ядерно-ядерної взаємодії, значно краще збігається з експериментальними даними.

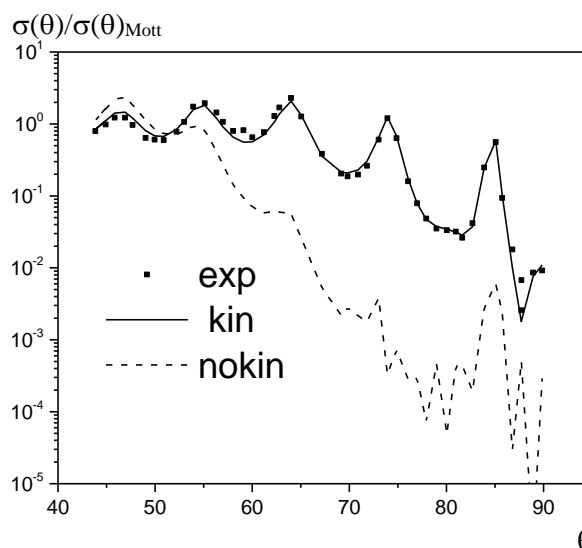


Рис. 5. Експериментальні дані по пружному розсіянню $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ для енергії пучка 71,8 МеВ (Exp) [43] і розрахунки в рамках оптичної моделі з використанням ядерно-ядерного потенціалу як з урахуванням (kin), так і без урахування внеску кінетичної енергії (nokin).

4. Висновки

Для розрахунків перерізів ядерних реакцій необхідно знати потенціальну енергію взаємодії між ядрами. Причому принципово важливими є як величина, так і радіальна залежність потенціалу взаємодії ядер між ними. У даній роботі досліджувався ефективний ядерно-ядерний потенціал у рамках методу подвійної згортки, в якому додатково враховано внесок кінетичної енергії нуклонів, що є дуже важливим на малих відстанях між ядрами. Даний внесок було розраховано, використовуючи модифікований метод Томаса - Фермі з урахуванням поправок порядку \hbar^2 . Одержаний потенціал ядерно-ядерної взаємодії з урахуванням та без урахування внеску кінетичної енергії апроксимували відповідним потенціалом Вудса - Саксона.

Проведено розрахунки перерізів підбар'єрного злиття та пружного розсіяння для реакції $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$, використовуючи потенціал Вудса - Саксона, отриманий за допомогою мікроскопічного ядерно-ядерного потенціалу з урахуванням внеску кінетичної енергії нуклонів. Показано, що знайдені перерізи добре узгоджуються з експериментальними даними.

Для порівняння проведено розрахунки перерізів підбар'єрного злиття та пружного розсіяння для звичайного потенціалу подвійної згортки. Знайдено, що в даному випадку отримані перерізи гірше описують експериментальні дані, зокрема, переріз злиття значно переоцінює величини перерізу в підбар'єрній області.

Отже, показано, що врахування внеску кінетичної енергії в потенціал ядерно-ядерної взаємодії приводить до кращого опису експеримен-

тальних перерізів підбар'єрного злиття та пружного розсіяння, причому обидві реакції описано одночасно за допомогою цього потенціалу.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ (REFERENCES)

1. R. Bass. *Nuclear Reactions With Heavy Ions* (Berlin: Springer-Verlag, 1980).
2. G.R. Satchler. *Direct Nuclear Reactions* (Oxford University, Oxford, 1983).
3. P. Frobrich, R. Lipperheide. *Theory of Nuclear Reactions* (Oxford: Clarendon Press, 1996).
4. В.Ю. Денисов, В.А. Плюйко. *Проблеми фізики атомного ядра і ядерних реакцій* (К.: Изд-полиграф. центр «Киевский университет», 2013); (V.Yu. Denisov, V.A. Plujko. *Problems of Nuclear Physics and Nuclear Reactions* (Kyiv: Publishing and Printing Center "Kyiv University", 2013)). (Rus)
5. Dao T. Khoa, W. von Oertzen, H.G. Bohlen. Double-folding model for heavy-ion optical potential: revised and applied to study ^{12}C and ^{16}O elastic scattering. *Phys. Rev. C* **49** (1994) 1652.
6. M.E. Brandan, G.R. Satchler. The interaction between light heavy-ions and what it tells us. *Phys. Rep.* **285** (1997) 143.
7. Dao T. Khoa, W. von Oertzen. A nuclear matter study using the density dependent M3Y interaction. *Phys. Lett. B* **304** (1993) 8.
8. V.B. Soubbotin et al. Pauli distorted double folded potential. *Phys. Rev. C* **64** (2001) 014601.
9. A.A. Ogloblin et al. Pronounced Airy structure in elastic $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ scattering at $E_{\text{lab}} = 132$ MeV. *Phys. Rev. C* **57** (1998) 1797.
10. A. Ogloblin et al. New measurement of the refractive, elastic $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ scattering at 132, 170, 200, 230, and 260 MeV incident energies. *Phys. Rev. C* **62** (2000) 044601.
11. Dao T. Khoa et al. Study of diffractive and refractive structure in the elastic $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ scattering at incident energies ranging from 124 to 1120 MeV. *Nucl. Phys. A* **672** (2000) 387.
12. T. Khoa Dao et al. Nuclear rainbow scattering and nucleus-nucleus potential. *J. Phys. G* **34** (2007) R111.
13. V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Potential of interaction between nuclei and nucleon-density distribution in nuclei. *Phys. Atom. Nucl.* **69** (2006) 1472.
14. K.A. Brueckner, J.R. Buchler, M.M. Kelly. New Theoretical Approach to Nuclear Heavy-Ion Scattering. *Phys. Rev. C* **173** (1969) 944.
15. J. Blocki et al. Proximity forces. *Ann. Phys. (N.Y.)* **105** (1977) 427.
16. V.Yu. Denisov. Interaction potential between heavy ions. *Phys. Lett. B* **526** (2002) 315.
17. V.Yu. Denisov, W. Norenberg, Entrance channel potentials in the synthesis of the heaviest nuclei. *Eur. Phys. J. A* **15** (2002) 375.
18. V.Yu. Denisov. Nucleus-nucleus potential with shell-correction contribution. *Phys. Rev. C* **91** (2015) 024603.
19. V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Effect of the Pauli exclusion principle on the potential of nucleus-nucleus interaction. *Phys. At. Nucl.* **73** (2010) 1142.
20. V.A. Nesterov. Effect of the Pauli exclusion principle and the polarization of nuclei on the potential of their interaction for the example of the $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ system. *Phys. At. Nucl.* **76** (2013) 577; V.O. Nesterov. Influence of the Pauli exclusion principle and the polarization of nuclei on the nuclear part of the interaction potential in the $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ system. *Nucl. Phys. A* **974** (2018) 124.
21. S. Misicu, H. Esbensen. Signature of shallow potentials in deep sub-barrier fusion reactions. *Phys. Rev. C* **75** (2007) 034606.
22. T. Izumoto, S. Krewald, A. Faessler. Nuclear Matter Approach to the Heavy-Ion Optical Potential. *Nucl. Phys. A* **341** (1980) 319.
23. S. Hossain et al. Shallow folding potential for $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ elastic scattering. *Phys. Lett. B* **636** (2006) 248.
24. V.Yu. Denisov, O.I. Davidovskaya. Elastic scattering of heavy nuclei and nucleus-nucleus potential with repulsive core. *Phys. At. Nucl.* **73** (2010) 404.
25. В.Ю. Денисов, О.І. Давидовська. Пружне розсіяння $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ і ядерно-ядерний потенціал із відштовхувальним кором. *УФЖ* **54(7)** (2009) 669; (V.Yu. Denisov, O.I. Davidovskaya. Elastic scattering of $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ and nucleus-nucleus potential with repulsive core. *Ukr. J. Phys.* **54(7)** (2009) 669). (Ukr)
26. V.Yu. Denisov, O.I. Davidovskaya, V.O. Nesterov. Nucleus-nucleus potential with repulsive core and elastic scattering. Part 1. Nucleus-nucleus interaction potential. *Nucl. Phys. At. Energy* **11(1)** (2010) 25.
27. V.Yu. Denisov, O.I. Davidovskaya, V.O. Nesterov. Nucleus-nucleus potential with repulsive core and elastic scattering. Part 2. The elastic scattering cross sections with and without core. *Nucl. Phys. At. Energy* **11(1)** (2010) 33.
28. V.Yu. Denisov, O.I. Davidovskaya. Elastic scattering of heavy ions and nucleus-nucleus potential with a repulsive core. *Bull. Russ. Acad. Sci.: Physics* **74** (2010) 572.
29. V.Yu. Denisov, O.I. Davidovskaya. Elastic $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ scattering and nucleus-nucleus potential with repulsive core. *Ukr. J. Phys.* **55** (2010) 861.
30. O.I. Davidovskaya, V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Effective nucleus-nucleus potential with the contribution of the kinetic energy of nucleons, and the cross-sections of elastic scattering and subbarrier fusion. *Ukr. J. Phys.* **62** (2017) 473.
31. M. Brack, C. Guet, H.B. Hakanson. Selfconsistent semiclassical description of average nuclear properties – a link between microscopic and macroscopic models. *Phys. Rep.* **123** (1985) 275.
32. M. Brack, R. K. Bhaduri. *Semiclassical Physics* (Addison-Wesley, 1997).
33. V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Binding energies of nuclei and their density distributions in a nonlocal extended Thomas - Fermi approximation. *Phys. At. Nucl.* **65** (2002) 814.

34. T.H.R. Skyrme. The effective nuclear potential. *Nucl. Phys.* **9** (1959) 615.
35. O.B. Firsov. Interaction energy of atoms for small nuclear separations. *JETP* **5** (1957) 1192.
36. И.Г. Каплан. *Введение в теорию межмолекулярных взаимодействий* (Москва: Наука, 1982); (I.G. Kaplan. *Introduction to the Theory of Intermolecular Interactions* (Moskva: Nauka, 1982)). (Rus)
37. P. Ring, P. Schuck. *The Nuclear Many-Body Problem* (New York: Springer-Verlag, 1980).
38. J. Bartel et al. Towards a better parametrisation of Skyrme-like effective forces: a critical study of the SkM force. *Nucl. Phys. A* **386** (1982) 79.
39. K. Hagino, N. Rowley, A.T. Kruppa. A program for coupled-channel calculations with all order couplings for heavy-ion fusion reactions. *Comput. Phys. Commun.* **123** (1999) 143.
40. B. Pritychenko et al. Tables of E2 transition probabilities from the first 2+ states in even-even nuclei. *At. Data Nucl. Data Tabl.* **107** (2016) 1.
41. T. Kibedi, R.H. Spear. Reduced electric-octupole transition probabilities, B(E3; 0 → 3)-an update. *At. Data Nucl. Data Tabl.* **80** (2002) 35.
42. G. Montagnoli et al. Fusion of $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ and other Ca + Ca systems near and below the barrier. *Phys. Rev. C* **85** (2012) 024607.
43. H. Doubre et al. Elastic scattering of ^{40}Ca by ^{40}Ca . *Phys. Rev. C* **15** (1977) 693.

О. И. Давидовская, В. Ю. Денисов*, В. А. Нестеров

Институт ядерных исследований НАН Украины, Киев, Украина

*Ответственный автор: denisov@kinr.kiev.ua

ЯДЕРНО-ЯДЕРНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ, СЕЧЕНИЯ УПРУГОГО РАССЕЙЯНИЯ И ПОДБАРЬЕРНОГО СЛИЯНИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$

Исследован эффективный ядерно-ядерный потенциал в рамках метода двойной свертки, в котором дополнительно учитывался вклад кинетической энергии нуклонов. Получены потенциалы ядерно-ядерного взаимодействия системы $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ как с учетом, так и без учета внутренней кинетической энергии. Показано, что учет вклада кинетической энергии в потенциал позволяет одновременно описать экспериментальные сечения подбарьерного слияния и упругого рассеяния.

Ключевые слова: ядро, потенциал взаимодействия, плотность распределения нуклонов, сечение слияния, кинетическая энергия, упругое рассеяние.

O. I. Davydovska, V. Yu. Denisov*, V. O. Nesterov

Institute for Nuclear Research, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

*Corresponding author: denisov@kinr.kiev.ua

NUCLEUS-NUCLEUS POTENTIAL, THE ELASTIC SCATTERING AND SUBBARRIER FUSION CROSS SECTIONS FOR THE SYSTEM $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$

Effective nucleus-nucleus potential is studied within the framework of the double folding approach, where the contribution of the kinetic energy of the nucleons is taken into account additionally. The potentials of nucleus-nucleus interaction for the system $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ with and without the internal kinetic energy of the nucleons are obtained. It is shown that the accounting of the contribution of kinetic energy to the potential allows to simultaneously describe the experimental cross sections of the subbarrier fusion and elastic scattering.

Keywords: nucleus, interaction potential, nucleon distribution density, fusion cross-section, kinetic energy, elastic scattering.

Надійшла 22.06.2018

Received 22.06.2018