

В. І. Абросімов\*

*Інститут ядерних досліджень НАН України, Київ, Україна*

\*Відповідальний автор: abrosim@kinr.kiev.ua

**ЗБУДЖЕННЯ ПАРНИХ КОЛИВАНЬ У НАДПЛИННИХ ЯДРАХ<sup>1</sup>**

Досліджено збудження монопольних парних коливань у надплинних ядрах у реакції передачі двох нейтронів у рамках кінетичної моделі на основі напівкласичної залежної від часу теорії Хартрі - Фока - Боголюбова. Використовуючи функцію відгуку аномальної (кореляційної) густини, отримано монопольну моду спарювання, яка дорівнює подвійній щільності спарювання, та амплітуду динамічної зміни щільності спарювання, що пов'язана з монопольними парними коливаннями. Показано, що парні кореляції дають когерентний внесок у спектроскопічний фактор для збудження монопольних парних коливань у реакції передачі двох нейтронів у надплинних ядрах. Когерентний ефект визначається розподілом нейтронних рівнів поблизу енергії Фермі, та не перевищує кількох відсотків спектроскопічного фактора для передачі двох нейтронів в основний стан. Отриманий результат узгоджується з експериментальними даними для відношення перерізу для збудження  $0^+$ -стану в  $(p, t)$ -реакції в енергетичній області монопольної парної моди до перерізу для збудження основного стану у надплинних ядрах.

*Ключові слова:* парні коливання, функція відгуку аномальної густини, кінетична модель, спектроскопічний фактор.

**1. Вступ**

Теоретичні дослідження колективних ефектів спарювання при збудженні атомних ядер були однією з важливих тем протягом багатьох років і для вивчення цієї проблеми було розроблено різні теоретичні підходи ([1, 2] і посилання в них). Проте є проблеми, що заслуговують на подальшу увагу, коли ефекти скінченого розміру системи стають важливими, зокрема, колективні парні збудження, які цілком пов'язані з парними кореляціями надплинного типу. Відомо, що реакція передачі двох нейтронів є ефективним інструментом пошуку колективних ефектів, пов'язаних з парними кореляціями в ядрах [3, 4]. Останні експериментальні дослідження реакції передачі двох нейтронів у надплинних ядрах (деформовані ядра рідкоземельної та актинідної області) показали багато нових збуджених станів у низькоенергетичній області, зокрема  $0^+$ -станів [5 - 7]. Представляє інтерес пошук колективних ефектів спарювання в цій експериментальній інформації, зокрема, парних вібрацій, цілком обумовлених динамічними флуктуаціями щільності спарювання.

У цій роботі розглядається збудження монопольних парних коливань у надплинних ядрах у реакції передачі двох нейтронів у рамках напівкласичного підходу, що спирається на кінетичне рівняння Власова зі спарюванням, яке походить із залежної від часу теорії Хартрі - Фока - Боголюбова [8, 9]. У цьому підході динамічні флук-

туації парного поля виводяться з відношення самоузгодження (рівняння щільності типу Бардіна - Купера - Шріффера (БКШ)), тоді як статичне парне поле апроксимується постійним феноменологічним параметром  $\Delta$ . У розділі 2 розглядається кінетична модель для колективних парних збуджень у надплинних ядрах, що пов'язані з самоузгодженими флуктуаціями поля спарювання. Монопольна функція відгуку парного поля, пов'язана з варіаціями аномальної (кореляційної) густини, визначається у простій моделі (розділ 3). У розділі 4, отримуємо відносний спектроскопічний фактор для збудження монопольних парних коливань у реакції передачі двох нейтронів у напівкласичному наближенні. Для чисельної оцінки інтенсивності збудження парних коливань у реакції передачі двох нейтронів у надплинних ядрах, пропонується модифікований спектроскопічний фактор, що порівнюється з відповідними експериментальними перерізами для збудження  $0^+$ -станів у  $(p, t)$ -реакції у надплинних ядрах рідкоземельної та актинідної області.

**2. Кінетична модель парних коливань**

Наш підхід базується на залежних від часу напівкласичних рівняннях Хартрі - Фока - Боголюбова (ЗЧХФБ) у лінійному наближенні. Ці динамічні рівняння є системою пов'язаних диференціальних рівнянь для варіацій нормальної і аномальної функцій розподілу у фазовому прос-

© В. І. Абросімов, 2022

<sup>1</sup> Доповідь за підсумками 2021 р. на XXIX Щорічній науковій конференції Інституту ядерних досліджень НАН України, Київ, 26 - 30 вересня 2022 р.

торі  $\delta\rho(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  і  $\delta\kappa(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  відносно рівноважного розподілу  $\rho_0(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  і  $\kappa_0(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ , які можна інтерпретувати як розширення звичайного лінеаризованого рівняння Власова для нормальних систем до надплинних систем (кінетичне рівняння Власова зі спарюванням). У напівкласичній теорії спарювання одночастинковий спектр власних частот скінченних надплинних систем довільної форми, зокрема сферичної, має щілину спарювання, оскільки квантові ефекти (оболонкові ефекти) не враховуються в цій теорії. Ця властивість використовується в нашій кінетичній моделі.

У кінетичній моделі колективних парних збуджень у скінченних надплинних фермі-системах ядро представляється як система нуклонів з парними кореляціями надплинного типу у сферичній порожнині, що характеризується параметрами (розмір, густина, енергетична щільність), типовими для важких надплинних ядер. Колективні парні збудження пов'язані з варіацією аномальної функції розподілу у фазовому просторі  $\delta\kappa(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ , яка визначається лінеаризованим динамічним рівнянням [8]:

$$i\hbar\partial_t\delta\kappa(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = 2(h_0 - \mu)\delta\kappa(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) - (2\rho_0 - 1)\delta\Delta(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) + 2\kappa_0\delta h(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) - 2\Delta\delta\rho_{ev}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t). \quad (1)$$

Варіація аномальної функції розподілу у фазовому просторі  $\delta\kappa(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  відносно рівноважного розподілу  $\kappa_0(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  є комплексною функцією:

$$\delta\kappa(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \delta\kappa_r(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) + i\delta\kappa_i(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t). \quad (2)$$

Нас буде цікавити дійсна частина варіації  $\delta\kappa_r(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ , що визначає зміну величини аномальної функції розподілу у фазовому просторі  $\kappa(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ , тоді як уявна частина  $\delta\kappa_i(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  пропорційна зміні фази  $\kappa(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ .

Динамічне рівняння (1) залежить від варіації парної нормальної функції розподілу у фазовому просторі  $\delta\rho_{ev}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  ( $\delta\rho_{ev}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \delta\rho_{ev}(\mathbf{r}, -\mathbf{p}, t)$ ), тому, щоб отримати замкнуту систему рівнянь, необхідне додаткове рівняння для  $\delta\rho_{ev}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ . Відомо, що рівняння ЗЧХФБ обмежені додатковою умовою нормування, що визначає обмеження принципу Паулі для розв'язків рівнянь ЗЧХФБ. У напівкласичному наближенні принцип Паулі забезпечує незалежну умову [9], яка в лінійному наближенні має вигляд

$$(2\rho_0 - 1)\delta\rho_{ev}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) + 2\kappa_0\delta\kappa_r(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = 0. \quad (3)$$

Будемо використовувати цю умову як додаткове динамічне рівняння.

Крім того, необхідне додаткове рівняння для динамічних варіацій парного поля  $\delta\Delta(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ . У рівнянні (1) припускаємо, що статичне поле спарювання є константою  $\Delta$ , проте варіації парного поля  $\delta\Delta(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  визначаються із співвідношень самоузгодження. Для цього вважаємо, що варіація парного поля  $\delta\Delta(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  пов'язана зі зміною аномальної функції розподілу у фазовому просторі  $\delta\kappa(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  рівнянням щільності типу БКШ [8]. Тоді можемо отримати таку умову самоузгодження:

$$\delta\Delta(\mathbf{r}, t) = \Delta \left[ \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3} \delta\kappa(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) \right] / \left[ \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3} \kappa_0(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \right]. \quad (4)$$

Тут припускаємо, що р-залежністю (залежність від імпульсу частинок) динамічної варіації парного поля можна знехтувати. Видно, що дійсна частина варіації аномального розподілу у фазовому просторі  $\delta\kappa_r(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  обумовлює зміну величини рівноважної щільності спарювання. Таким чином, отримуємо два додаткових рівняння для  $\delta\Delta_{r,i}(\mathbf{r}, t)$  та замкнуту систему динамічних рівнянь (1), (3) та (4).

Рівноважні розподіли у фазовому просторі  $\rho_0(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  і  $\kappa_0(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  у рівняннях (1), (3) та (4) визначаються так [10]

$$\rho_0(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{h_0(\mathbf{r}, \mathbf{p}) - \mu}{E(\mathbf{r}, \mathbf{p})} \right), \quad (5)$$

$$\kappa_0(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = -\frac{\Delta}{2E(\mathbf{r}, \mathbf{p})}, \quad (6)$$

де енергія квазічастинок

$$E(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \sqrt{(h_0(\mathbf{r}, \mathbf{p}) - \mu)^2 + \Delta^2}. \quad (7)$$

Хімічний потенціал  $\mu$  визначається числом частинок у системі.

У рівнянні (1) рівноважний одночастинковий гамільтоніан  $h_0(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  містить самоузгоджене середнє поле  $V_0(\mathbf{r})$ , проте в подальшому будемо апроксимувати статичне ядерне поле  $V_0(\mathbf{r})$  потенціалом сферичної прямокутної ями радіуса  $R$ . Цей вибір дає змогу враховувати ефекти скінченного розміру  $i$ , в той же час, отримати простоту однорідних систем: статичні та динамічні рівняння стають функціями лише енергії частинок  $\varepsilon = h_0(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ . Будемо розглядати наближення нульового порядку для нормального середнього поля, нехтуючи самоузгодженими варіаціями нормального поля ( $\delta h(\mathbf{r}, t) \approx 0$  у рівнянні (1)). Це наближення відповідає квантовому одночастинковому наближенню.

### 3. Монопольна функція відгуку парного поля

Щоб знайти колективні монопольні парні збудження, пов'язані з варіацією аномальної функції розподілу у фазовому просторі  $\delta\kappa(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ , що визначається динамічними рівняннями (1), (3) та (4), розглянемо монопольну функцію відгуку парного поля. Для цього припускаємо, що варіація дійсної частини парного поля спричиняється монопольним зовнішнім полем виду

$$U_{ext}(r, t) = \beta\delta(t)f(r), \quad (8)$$

$$-i\hbar\omega \delta\kappa_r(r, \varepsilon, \omega) = 2(\varepsilon - \mu) \left[ \delta\kappa_r(r, \varepsilon, \omega) + \frac{1}{2E(\varepsilon)} (\delta\Delta_r(r, \omega) + \delta U_{ext}(r, \omega)) \right] - 2\Delta\delta\rho_{ev}(r, \varepsilon, \omega), \quad (9)$$

$$i\hbar\omega \delta\kappa_r(r, \varepsilon, \omega) = 2(\varepsilon - \mu) \left[ \delta\kappa_r(r, \varepsilon, \omega) + \frac{\delta\Delta_r(r, \omega)}{2E(\varepsilon)} \right], \quad (10)$$

$$(\varepsilon - \mu)\delta\rho_{ev}(r, \varepsilon, \omega) + \Delta\delta\kappa_r(r, \varepsilon, \omega) = 0, \quad (11)$$

$$\int d\varepsilon g(\varepsilon) \left( \delta\kappa_{r,i}(r, \varepsilon, \omega) + \frac{\delta\Delta_{r,i}(r, \omega)}{2E(\varepsilon)} \right) = 0. \quad (12)$$

Тут  $g(\varepsilon) = (1/4\pi^2)(2m/\hbar^2)^{3/2}\varepsilon^{1/2}$  можна визначити, як відношення енергетичної густини рівнів пар нейтронів до об'єму системи (рівняння (18)).

У рівнянні (11) варіація дійсної частини поля спарювання має дві складові, а саме  $\delta\Delta'(r, t)$  через зміну аномальної густини у фазовому просторі, індукованої зовнішнім полем (рівняння (12)), і додаткову через зовнішнє поле  $U_{ext}(r, t)$ . Часове перетворення Фур'є аномальної густини у фазовому просторі  $\delta\kappa_{r,i}(r, \varepsilon, \omega)$  у рівняннях (9) - (12) визначаємо так:

$$\delta\kappa(r, \varepsilon, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i(\omega+i\eta)t} \delta\kappa(r, \varepsilon, t). \quad (13)$$

Оскільки  $\delta\kappa(r, \varepsilon, t)$  зникає при  $t < 0$ , ми припускаємо, що  $\omega$  має зникаюче малу уявну частину  $i\eta$ , щоб забезпечити збіжність інтеграла при  $t \rightarrow +\infty$ .

За допомогою системи зв'язаних рівнянь (9) - (12), можна знайти вираз для варіації аномальної густини  $\delta\kappa_r(r, \omega)$ , яка індукована монопольним зовнішнім полем (8), та визначити монопольну функцію відгуку парного поля як

$$\begin{aligned} R_{PV}(\omega) &= \frac{1}{\beta} \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} \int d\mathbf{r} f(r) \int d\mathbf{p} \delta\kappa_r(r, \varepsilon, \omega) = \\ &= \frac{1}{\beta} \int d\mathbf{r} f(r) \delta\kappa_r(r, \omega). \end{aligned} \quad (14)$$

де  $f(r) = \theta(r - R)$  описує радіальну залежність зовнішнього поля і  $\beta$  є малим параметром, що визначає силу зовнішнього поля. Зовнішнє поле (8) викликає додаткову варіацію дійсної частини парного поля  $\delta\Delta(\mathbf{r}, t)$  у рівнянні (1).

З урахуванням наведених у розділі 2 наближень можна отримати часове перетворення Фур'є системи зв'язаних рівнянь (1), (3) та (4) у такому вигляді:

У рамках нашої моделі можемо отримати аналітичний вираз для функції відгуку (14):

$$R_{PV}(\omega) = \frac{\alpha \tilde{R}_r^0(\omega)}{\alpha + \tilde{R}_r^0(\omega)}. \quad (15)$$

Тут

$$\tilde{R}_r^0(\omega) = \tilde{I}_3(\omega) - \frac{[\tilde{I}_2(\omega)]^2}{\tilde{I}_1(\omega)}, \quad \alpha = \int_0^{\varepsilon_c} d\varepsilon \tilde{g}(\varepsilon) \frac{1}{E(\varepsilon)}, \quad (16)$$

$$\tilde{I}_i(\omega) =$$

$$= \int_0^{\varepsilon_c} d\varepsilon \tilde{g}(\varepsilon) \frac{f_i(\varepsilon)}{E^2(\varepsilon)} \left[ \frac{1}{\hbar\omega - 2E(\varepsilon) + i\eta} - \frac{1}{\hbar\omega + 2E(\varepsilon) + i\eta} \right], \quad (17)$$

де  $f_1(\varepsilon) = 1$ ,  $f_2(\varepsilon) = \varepsilon - \mu$  і  $f_3(\varepsilon) = (\varepsilon - \mu)^2$ . У виразах (16), (17)  $\tilde{g}(\varepsilon)$  є енергетична густина рівнів пар нейтронів у рівноважному середньому полі, яке апроксимується у нашій моделі сферичним потенціалом прямокутної ями радіуса  $R$ , тому можна отримати

$$\tilde{g}(\varepsilon) = \frac{R^3}{3\pi} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \varepsilon^{1/2}. \quad (18)$$

Полюси функції відгуку (14) визначають колективні монопольні парні збудження.

Результати розрахунків силової функції, пов'язаної з монопольною функцією відгуку парного поля (14) як

$$S_{PV}(\hbar\omega) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} R_{PV}(\hbar\omega) / \alpha \quad (19)$$

показано на рис. 1 ( $E = \hbar\omega$ ). У розрахунках використано такі значення ядерних параметрів:  $r_0 = 1,2$  ФМ,  $\mu \approx \varepsilon_F = 33,42$  МеВ,  $m = 1,04$  МеВ ( $10^{-22}\text{с}^2/\text{ФМ}^2$ ),  $\Delta = 1$  МеВ. Монопольна силова

функція має резонансну структуру з гострим піком навколо подвійної щілини спарювання, що відображає монопольну колективну парну моду. Ширина цієї моди може бути пов'язана із затуванням Ландау, яке є єдиним джерелом дисипації у нашій моделі. На рис. 2 показана залежність

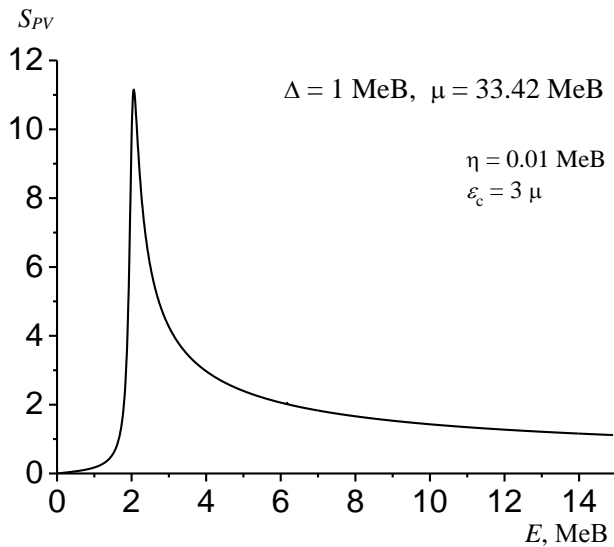


Рис. 1. Монопольна силова функція парного поля для скінченної системи корельованих нуклонів ( $A = 208$ ) з урахуванням залишкової взаємодії спарювання. Параметр обрізання енергії частинок  $\epsilon_c = 3\mu$ , див. (16), (17).

У наступному розділі функцію відгуку парного поля (15) використаємо для оцінки спектроскопічного фактора для реакції передачі двох нейтронів, що призводить до збудження монопольних парних коливань у надплинних ядрах.

#### 4. Спектроскопічний фактор для реакції передачі двох нейтронів

Колективні ефекти, пов'язані з парними кореляціями в ядрах, можна спостерігати в реакції передачі двох нейтронів. Щоб оцінити інтенсивність збудження парних коливань у цій реакції, розглянемо відносний спектроскопічний фактор  $S/S_0$ , де  $S$  – спектроскопічний фактор для передачі двох нейтронів, що призводить до збудження колективного стану, а  $S_0$  – спектроскопічний фактор для передачі двох нейтронів в основний стан дочірнього ядра.

У роботі [11] (див. рівняння (49) у [11]) було показано, що відносний спектроскопічний фактор для реакції передачі двох нейтронів є пропорційним зміні щілини спарювання в динамічній системі. Цей фізично наочний результат використовуємо для того, щоб оцінити інтенсивність збудження монопольних парних коливань у реакції передачі двох нейтронів. За аналогією з квантовою оцінкою припускаємо, що напівкласичний відносний спектроскопічний

силової функції від параметра  $\eta$ , що забезпечує збіжність при  $t \rightarrow +\infty$  (рівняння (13)). Видно, що вплив цього параметра на положення максимуму резонансу незначний, у той час як ширина резонансної структури визначається цим параметром, який є зникаюче малим.

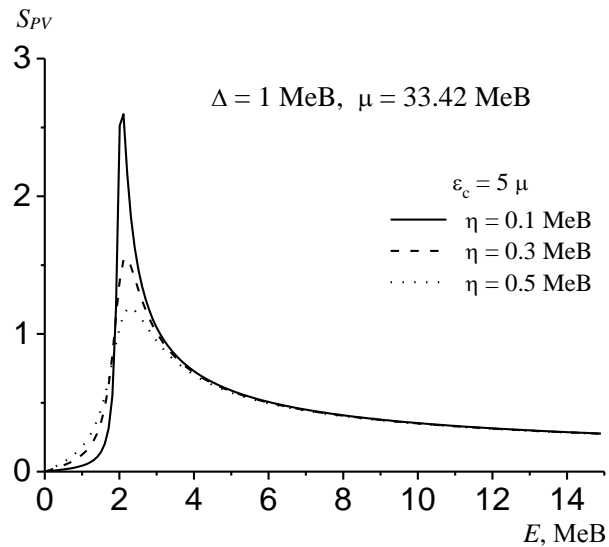


Рис. 2. Залежність монопольної силової функції парного поля від параметра  $\eta$ , що забезпечує збіжність при  $t \rightarrow +\infty$ , див. (13), та визначає затування Ландау.

фактор для двонейтронної передачі  $S_{PV}(p, t)/S_0(p, t)$  визначається квадратом амплітуди коливань щілини спарювання  $|\delta\Delta(\omega_{PV})|$ , пов'язаної з монопольними парними коливаннями як

$$\frac{S_{PV}(p, t)}{S_0(p, t)} \approx \frac{|\delta\Delta(\omega_{PV})|^2}{\Delta^2}. \quad (20)$$

Щоб оцінити амплітуду коливання щілини спарювання  $|\delta\Delta(\omega_{PV})|$ , використовуємо монопольну функцію відгуку парного поля (15), яку за допомогою (17) можна переписати у вигляді

$$R_{PV}(\omega) = [\alpha \tilde{R}_r^0(\omega)] / [B(\omega)\omega^2 - C(\omega)]. \quad (21)$$

де

$$B(\omega) = \frac{\hbar^2}{4} |\tilde{I}_1(\omega)|, \quad (22)$$

$$C(\omega) = \Delta^2 |\tilde{I}_1(\omega)| + \frac{[\tilde{I}_2(\omega)]^2}{|\tilde{I}_1(\omega)|}. \quad (23)$$

Монопольна функція парного поля у вигляді (21) означає, що амплітуда коливань парного поля  $|\delta\Delta(\omega)|$  при монопольних парних збудженнях задовольняє рівняння руху типу гармонічного осцилятора

$$\omega^2 B(\omega) |\delta\Delta(\omega)| - C(\omega) |\delta\Delta(\omega)| = 0. \quad (24)$$

Беручи до уваги вираз для енергії гармонійно-го осцилятора (24) та «квантовий зв'язок» між цією напівкласичною енергією і власною частотою парних коливань  $\omega_{PV}$ , отримуємо

$$\omega_{PV}^2 B(\omega_{PV}) |\delta\Delta(\omega_{PV})|^2 = \hbar\omega_{PV}. \quad (25)$$

Враховуючи у рівнянні (25) масовий параметр (22) та вираз (17) при  $i = 1$ , знайдемо вираз для квадрата амплітуди коливань щілини спарювання  $|\delta\Delta(\omega_{PV})|^2$ , пов'язаної з монопольними парними коливаннями з частотою  $\omega_{PV} \approx 2\Delta/\hbar$ ,

$$|\delta\Delta(\omega = 2\Delta/\hbar)|^2 = \left[ \Delta \int_0^\infty d\varepsilon \tilde{g}(\varepsilon) \frac{1}{2E(\varepsilon)(\varepsilon - \mu)^2} \right]^{-1}. \quad (26)$$

Нарешті, за допомогою (26) запишемо відносний спектроскопічний фактор для передачі двох нейтронів (20) в явному вигляді:

$$\frac{S_{PV}(p, t)}{S_0(p, t)} \approx \left[ \int_0^\infty d\varepsilon \tilde{g}(\varepsilon) \frac{\Delta^3}{2E(\varepsilon)(\varepsilon - \mu)^2} \right]^{-1}. \quad (27)$$

$$\frac{S_{PV}(p, t)}{S_0(p, t)} \approx \left[ \int_0^{\mu-d} d\varepsilon \tilde{g}(\varepsilon) \frac{\Delta^3}{2E(\varepsilon)(\varepsilon - \mu)^2} + \int_{\mu+d}^\infty d\varepsilon \tilde{g}(\varepsilon) \frac{\Delta^3}{2E(\varepsilon)(\varepsilon - \mu)^2} \right]^{-1} \approx \left[ \frac{\tilde{g}(\mu) \Delta^2}{d} \left( 1 - \frac{d}{\Delta} \right) \right]^{-1}. \quad (29)$$

Середній когерентний ефект у модифікованому напівкласичному спектроскопічному факторі (29) є пропорційним щілині у розподілі одночастинкових енергій поблизу енергії Фермі.

Результати розрахунків відносного спектроскопічного фактора (29) для низки надплинних ядер представлено у таблиці.

#### Результати розрахунків приведенного спектроскопічного фактора (29)

Ядра	$E_{0+}^{\text{exp}}$ , MeV	$2\Delta$ , MeV	$\sigma/\sigma_0^{\text{exp}}$	$S_{PV}/S_0$
$^{158}\text{Gd}$	1,957	1,91	0,03	0,06
$^{228}\text{Th}$	1,627	1,59	0,06	0,05
$^{232}\text{U}$	1,569	1,58	0,02	0,05

Крім того, у таблиці наведено експериментальні дані для енергії збудження  $0^+$ -станів для відповідних надплинних ядер в області  $2\Delta$  (подвійної щілини спарювання) та відношення  $\sigma/\sigma_0$  перерізу збудження цих  $0^+$ -станів у реакції  $(p, t)$  до перерізу збудження основного стану [5 - 7]. Експериментальні кутові розподіли тритонів у  $(p, t)$ -реакції з енергією збудження  $0^+$ -станів вказують на те, що при збудженні  $0^+$ -станів домінує прямий одноступінчатий процес передачі двох нейтронів [5]. Тому для якісних оцінок

Видно, що парні коливання дають когерентний внесок у напівкласичний спектроскопічний фактор (27), який визначається розподілом нейтронних рівнів поблизу енергії Фермі. Аналогічна когерентність, пов'язана з парними збудженнями в реакції двонейтронної передачі, була виявлена і в квантових підходах [12, 13].

Напівкласичний вираз (27) містить інтеграл по безперервному спектру одночастинкових енергій і має полюс другого порядку при одночастинковій енергії, яка дорівнює хімічному потенціалу. Тому для оцінки цієї величини потрібно точніше наближення для розподілу одночастинкових енергій поблизу енергії Фермі. Звичайно, деталі розподілу дискретних рівнів поблизу енергії Фермі мають квантову природу. Однак, щоб врахувати середній когерентний ефект у спектроскопічному факторі, використаємо такий припис: напівкласичний спектр має щілину  $d$  поблизу енергії Фермі, яка визначається як

$$|\varepsilon - \varepsilon_F| = d, \quad (28)$$

де  $d/\Delta \ll 1$ . Беручи до уваги наближення (28), можна отримати:

можливе порівняння відносних спектроскопічних факторів і відповідних експериментальних відносних перерізів  $(p, t)$ -реакції.

Для розрахунків відносного спектроскопічного фактора (29) було використано стандартний вираз для щілини спарювання у важких ядрах  $\Delta = 12/A^{1/2}$  MeV [14] та густину енергій парних нейтронних рівнів сферичного потенціалу прямокутної ями радіуса  $R = 1,2 A^{1/3}$  Фм (18). Параметр середньої щілини поблизу енергії Фермі повинен задовольняти умову  $d/\Delta \ll 1$ , а порядок його величини визначається величиною, що дорівнює зворотній густині рівнів  $1/\tilde{g}(\mu)$  (18). У наших розрахунках параметр середньої щілини поблизу енергії Фермі обраний таким, що дорівнює  $d/\Delta = 0,1$ , який узгоджується із зазначеними умовами. Чисельна оцінка відносного спектроскопічного фактора (29) показує, що інтенсивність збудження монопольних парних коливань у реакції передачі двох нейтронів у надплинних ядрах не перевищує кількох відсотків інтенсивності для передачі двох нейтронів в основний стан. Отриманий результат узгоджується з відповідними експериментальними відносними перерізами  $\sigma/\sigma_0$  (див. таблицю).

## 5. Висновки

У роботі досліджено збудження монопольних парних коливань у надплинних ядрах у реакції передачі двох нейтронів у рамках кінетичної моделі на основі рівняння Власова зі спарюванням з врахуванням динамічних флуктуацій поля спарювання, які визначаються умовою самоузгодження (рівняння щілини типу БКШ).

Було розглянуто монопольну функцію відгуку парного поля, пов'язану з варіацією аномальної функції розподілу у фазовому просторі, яка визначає колективні парні збудження. Знайдено, що монопольна силова функція парного поля має резонансну структуру з гострим піком навколо подвійної щілини спарювання, що відображає монопольну парну моду. Використовуючи функцію відгуку, отримано амплітуду динамічної зміни щілини спарювання, пов'язану з монопольними парними коливаннями, яка дала змогу дослідити збудження парних коливань у реакції передачі двох нейтронів.

Для вивчення збудження парних коливань у реакції передачі двох нейтронів було припущено, що напівкласичний відносний спектроскопічний фактор для двонейтронної передачі визначається квадратом амплітуди коливань щілини спарювання, пов'язаної з парними коливаннями. Знайдено, що напівкласичний відносний спектроскопічний фактор містить когерентний внесок, який

визначається розподілом нейтронних рівнів поблизу енергії Фермі. Цей когерентний ефект є аналогічним отриманому у відповідному квантовому спектроскопічному факторі.

Для чисельної оцінки когерентного ефекту у відносному спектроскопічному факторі було запропоновано розглянути модифікований спектроскопічний фактор, що враховує усереднений ефект, пов'язаний з дискретним розподілом рівнів поблизу енергії Фермі. Чисельна оцінка відносного спектроскопічного фактора показує, що ймовірність збудження монопольних парних коливань у реакції передачі двох нейтронів у надплинних ядрах становить усього декілька відсотків імовірності для передачі двох нейтронів в основний стан. Отриманий результат узгоджується з експериментальними даними для відношення перерізу для збудження  $0^+$ -стану в  $(p, t)$ -реакції в енергетичній області подвійної щілини спарювання до перерізу для збудження основного стану у надплинних ядрах рідкоземельної і актиніної областей.

Автор дякує проф. А. І. Левону за мотивацію цієї роботи та корисні дискусії. Робота виконана за часткової підтримки бюджетної програми «Підтримка розвитку пріоритетних напрямів наукових досліджень», проект НАН України № 0120U100434.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ / REFERENCES

1. D.M. Brink, R.A. Broglia. *Nuclear Superfluidity. Pairing in Finite Systems* (UK: Cambridge University Press, 2005) 378 p.
2. R.A. Broglia, V. Zelevinsky (Eds.). *Fifty Years of Nuclear BCS: Pairing in Finite Systems*. (Singapore: World Scientific Publishing Co., 2013) 692 p.
3. R.A. Broglia, O. Hansen, C. Riedel. Two-nucleon Transfer Reactions and the Pairing Model. *Adv. Nucl. Phys.* 6 (1973) 287.
4. W. von Oertzen, A. Vitturi. Pairing correlations of nucleons and multi-nucleon transfer between heavy nuclei. *Rep. Prog. Phys.* 64(10) (2001) 1247.
5. A.I. Levon et al. New data on  $0^+$  states in  $^{158}\text{Gd}$ . *Phys. Rev. C* 100 (2019) 034307.
6. A.I. Levon et al. Spectroscopy of  $^{232}\text{U}$  in the  $(p, t)$  reaction: more information on  $0^+$  excitations. *Phys. Rev. C* 92 (2015) 064319.
7. A.I. Levon et al.  $0^+$  states and collective bands in  $^{228}\text{Th}$  by the  $(p, t)$  reaction. *Phys. Rev. C* 88 (2013) 014310.
8. V.I. Abrosimov et al. Self-consistency and search for collective effects in semiclassical pairing theory. *Nucl. Phys. A* 864 (2011) 38.
9. V.I. Abrosimov et al. Kinetic equation for finite systems of fermions with pairing. *Nucl. Phys. A* 800 (2008) 1.
10. P. Ring, P. Schuck. *The Nuclear Many-Body Problem* (New York: Springer-Verlag, 1980) 735 p.
11. V.M. Strutinsky, V.I. Abrosimov. Excitation of quadrupole vibrations in two-nucleon transfer reactions. *Z. Phys. A* 289 (1978) 83.
12. D.R. Bes, R. Broglia. Pairing vibrations. *Nucl. Phys.* 80 (1966) 289.
13. R.Y. Cusson, K. Hara. Coupling of a quasi-particle to the pairing vibrations. *Z. Phys. A* 209 (1968) 428.
14. H. Olofsson, S. Åberg, P. Leboeuf. Semiclassical Theory of Bardeen-Cooper-Schrieffer Pairing-Gap Fluctuations. *Phys. Rev. Lett.* 100 (2008) 037005.

**V. I. Abrosimov\****Institute for Nuclear Research, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine*

\*Corresponding author: abrosim@kinr.kiev.ua

**EXCITATION OF PAIRING VIBRATIONS IN SUPERFLUID NUCLEI**

Excitation of monopole pairing vibrations in superfluid nuclei in the two-neutron transfer reaction is studied within a kinetic model based on the semiclassical time-dependent Hartree - Fock - Bogolyubov theory. Using the anomalous (correlated) density response function, the monopole pairing mode and the amplitude of the dynamic variation of the pairing gap associated with this mode are obtained. It is shown that the pairing correlations give a coherent contribution to the spectroscopic factor for the excitation of monopole pairing vibrations in the two-neutron transfer reaction in superfluid nuclei. The contribution is determined by the distribution of neutron levels near the Fermi energy and does not exceed a few percent of the spectroscopic factor for the transfer of two neutrons to the ground state. This estimate is in agreement with experimental data for the ratio of the cross-section for excitation of the  $0^+$ -state in the  $(p, t)$ -reaction in the energy region of the monopole pairing mode, which is equal to the double pairing gap, to the cross section for excitation of the ground state in superfluid nuclei.

*Keywords:* pairing vibrations, anomalous density response function, kinetic model, spectroscopic factor.

Надійшла/Received 31.10.2022