

Средневзвешенные параметры кинетики для использования в двухгрупповой диффузионной модели динамики реактора с топливом на основе смеси делящихся изотопов

Халимончук В.А.

Государственное предприятие «Государственный научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности», Киев, Украина

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9285-661X>

В модели кинетики реактора на основе описания транспорта нейтронов в двухгрупповом диффузионном приближении количество уравнений, описывающих изменение концентраций предшественников запаздывающих нейтронов, зависит не только от числа групп запаздывающих нейтронов, но и от числа делящихся изотопов, присутствующих в ядерном топливе. Поскольку каждый изотоп характеризуется 6-ю группами запаздывающих нейтронов, то общее число дифференциальных уравнений, описывающих концентрации предшественников запаздывающих нейтронов, равно произведению количества делящихся изотопов (M) на число групп запаздывающих нейтронов для каждого изотопа ($i=6$). Это является справедливым при условии, что постоянные распада концентраций предшественников запаздывающих нейтронов, образовавшихся от деления быстрыми или тепловыми нейтронами, можно принять одинаковыми. На самом деле имеет место различие, хотя и небольшое, в этих величинах для двух энергетических групп. Поэтому число соответствующих уравнений увеличивается еще в 2 раза.

В данной работе получено математическое выражение для средневзвешенной постоянной распада предшественников запаздывающих нейтронов от деления быстрыми и тепловыми нейтронами в размножающей среде с несколькими делящимися изотопами. Это вместе с общепринятой процедурой взвешивания долей запаздывающих нейтронов от деления быстрыми или тепловыми нейтронами в аналогичной размножающей среде позволяет в двухгрупповой диффузионной модели кинетики реактора ограничиться всего шестью уравнениями для концентраций предшественников запаздывающих нейтронов и, таким образом, упростить кинетическую модель реактора.

Ключевые слова: динамика реактора, параметры кинетики, запаздывающие нейтроны, доля запаздывающих нейтронов, смесь делящихся изотопов

© Халимончук В.А., 2019

Уравнения, описывающие пространственно-временное распределение поля нейтронов в двухгрупповом диффузионном приближении в размножающей среде, состоящей из нескольких делящихся изотопов, часто записывают в таком виде:

$$\begin{aligned} & \nabla D_1 \nabla \Phi_1 - \Sigma_{a,1} \cdot \Phi_1 - \Sigma_{1 \rightarrow 2} \cdot \Phi_1 + \\ & + \frac{1}{K_{eff}^0} \cdot \sum_{j=1}^M \sum_{g=1}^2 \left[(1 - \beta_{j,g}) \cdot v \Sigma_{f,g}^j \cdot \Phi_g \right] + \\ & + \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^M \lambda_i^j C_i^j = \frac{1}{V_1} \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} \end{aligned}$$

$$\nabla D_2 \nabla \Phi_2 - \Sigma_{a,2} \cdot \Phi_2 + \Sigma_{1 \rightarrow 2} \cdot \Phi_1 = \frac{1}{V_2} \frac{\partial \Phi_2}{\partial t}$$

$$\frac{dC_i^j}{dt} = \frac{1}{K_{eff}^0} \cdot \left[\beta_{j,1}^i v \Sigma_{f,1}^j \cdot \Phi_1 + \beta_{j,2}^i v \Sigma_{f,2}^j \cdot \Phi_2 \right] - \lambda_i^j C_i^j. \quad (1)$$

В этих уравнениях для простоты написания зависимости плотностей потоков нейтронов, сечений взаимодействия, долей запаздывающих нейтронов и концентраций их предшественников от координат и времени опущены. Принято, что мгновенные и запаздывающие нейтроны рождаются в одной (1-й) энергетической группе и большая эффективность запаздывающих нейтронов учитывается введением эффективных долей запаздывающих нейтронов. Индекс J относится к одному из делящихся изотопов (U^{235} , U^{238} , Pu^{239} , Pu^{241}) быстрыми или тепловыми нейтронами, M — число делящихся изотопов, а индекс i относится к группам запаздывающих нейтронов (всего 6 для каждого делящегося изотопа). Далее здесь:

K_{eff}^0 — эффективный коэффициент размножения нейтронов для начального стационарного состояния переходного процесса;

$\beta_{j,g}$ — общие эффективные доли запаздывающих нейтронов от деления изотопа j нейтронами энергетической группы g , определяемые выражениями:

$$\beta_{j,g} = \sum_{i=1}^6 \beta_{j,g}^i \quad (g = 1, 2);$$

C_i^j — концентрация предшественников запаздывающих нейтронов группы i от деления изотопа J ;

λ_i^j — постоянная распада предшественников запаздывающих нейтронов группы i от деления изотопа J ;

Φ_1 — плотность потока нейтронов в быстрой энергетической группе;

Φ_2 — плотность потока нейтронов в тепловой энергетической группе;

D_1 — коэффициент диффузии в быстрой энергетической группе;

D_2 — коэффициент диффузии в тепловой энергетической группе;

Σ_{a1} и Σ_{a2} — сечения поглощения нейтронов для быстрой и тепловой группы соответственно;

Σ_{12} — сечение рассеяния из быстрой в тепловую энергетическую группу;

$v \Sigma_{f,g}^j$ — сечения генерации нейтронов от деления изотопа J нейтронами энергетической группы g .

Известно, что доли запаздывающих нейтронов и постоянные распада предшественников запаздывающих нейтронов зависят как от делящегося изотопа, так и от энергии нейтрона, вызвавшего деление [1, 2]. В уравнении (1)

для предшественников запаздывающих нейтронов эта зависимость учитывается для долей запаздывающих нейтронов, однако для постоянного распада предшественников предполагается, что λ_i^j не зависит от того, каким образом получен предшественник запаздывающих нейтронов — от деления быстрыми или тепловыми нейтронами. Принимается, что λ_i^j соответствуют делению тепловыми нейтронами. Чтобы учесть эффект зависимости λ_i^j от деления быстрыми или тепловыми нейтронами, уравнения для предшественников запаздывающих нейтронов должны отдельно отражать факт их появления и распада в каждой энергетической группе. Поэтому в данном случае система уравнений (1), описывающая кинетику реактора, должна иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} & \nabla D_1 \nabla \Phi_1 - \Sigma_{a,1} \cdot \Phi_1 - \Sigma_{1 \rightarrow 2} \cdot \Phi_1 + \\ & + \frac{1}{K_{eff}^0} \cdot \sum_{j=1}^M \sum_{g=1}^2 \left[(1 - \beta_{j,g}) \cdot v \Sigma_{f,g}^j \cdot \Phi_g \right] + \\ & + \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^6 \sum_{g=1}^2 \lambda_{i,g}^j C_{i,g}^j = \frac{1}{V_1} \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} \\ \\ & \nabla D_2 \nabla \Phi_2 - \Sigma_{a,2} \cdot \Phi_2 + \Sigma_{1 \rightarrow 2} \cdot \Phi_1 = \frac{1}{V_2} \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} \\ \\ & \frac{dC_{i,g}^j}{dt} = \frac{1}{K_{eff}^0} \cdot \beta_{i,g}^j v \Sigma_{f,g}^j \cdot \Phi_g - \lambda_{i,g}^j C_{i,g}^j, \quad g = 1, 2. \end{aligned} \quad (2)$$

Как видно, в (2) учитывается различие в постоянных распада предшественников запаздывающих нейтронов, образовавшихся от деления быстрыми или тепловыми нейтронами и поэтому количество уравнений для предшественников запаздывающих нейтронов увеличивается в 2 раза по сравнению с (1).

Обычно в исследованиях динамики реактора в двух-групповом диффузионном приближении используется подход, заключающийся в рассмотрении лишь 6-ти групп запаздывающих нейтронов для смеси делящихся изотопов. В этом случае модель трехмерной кинетики записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} & \nabla D_1 \nabla \Phi_1 - \Sigma_{a,1} \cdot \Phi_1 - \Sigma_{1 \rightarrow 2} \cdot \Phi_1 + \\ & + \frac{1}{K_{eff}^0} \cdot \sum_{g=1}^2 (1 - \beta_g^{eff}) \cdot v \Sigma_{f,g} \cdot \Phi_g + \sum_{i=1}^6 \bar{\lambda}_i C_i = \frac{1}{V_1} \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} \\ \\ & \nabla D_2 \nabla \Phi_2 - \Sigma_{a,2} \cdot \Phi_2 + \Sigma_{1 \rightarrow 2} \cdot \Phi_1 = \frac{1}{V_2} \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} \\ \\ & \frac{dC_i}{dt} = \frac{1}{K_{eff}^0} \cdot \sum_{g=1}^2 \bar{\beta}_{i,g} v \Sigma_{f,g} (r, t) \Phi_g (r, t) - \bar{\lambda}_i C_i (r, t). \end{aligned} \quad (3)$$

Определение в (3) $\bar{\beta}_{i,g}$ является тривиальным и производится [1,2,3] с весом вклада парциального сечения генерации нейтронов от каждого делящегося изотопа j в энергетической группе g в виде:

$$\begin{aligned} \bar{\beta}_{i,g} &= \sum_{j=1}^M \beta_{i,g}^j \frac{(v \Sigma_{f,g}^j)^i}{v \Sigma_{f,g}^j}, \\ a \beta_g^{eff} &= \sum_{i=1}^6 \bar{\beta}_{i,g}. \end{aligned} \quad (4)$$

Не тривиальным является определение $\bar{\lambda}_i$, поскольку концентрация предшественников запаздывающих нейтронов в данном случае представляет собой сумму вкладов от деления нескольких изотопов быстрыми и тепловыми нейтронами, для которых λ_i различны.

Рассмотрим топливо, состоящее из одного делящегося изотопа j , и запишем уравнения для концентрации предшественников нейтронов от деления только в быстрой и отдельно в тепловой области энергий:

$$\begin{aligned} \frac{dC_{i,1}^j}{dt} &= \frac{1}{K_{eff}} \beta_{i,1}^j v \Sigma_{f,1}^j \Phi_1 - \lambda_{i,1}^j C_{i,1}^j \\ \frac{dC_{i,2}^j}{dt} &= \frac{1}{K_{eff}} \beta_{i,2}^j v \Sigma_{f,2}^j \Phi_2 - \lambda_{i,2}^j C_{i,2}^j. \end{aligned} \quad (5)$$

Если уравнения (5) сложить, то получится уравнение для концентрации предшественников запаздывающих нейтронов от деления одного изотопа J быстрыми и тепловыми нейтронами:

$$\frac{dC_i^j}{dt} = \frac{1}{K_{eff}} \left[\beta_{i,1}^j v \Sigma_{f,1}^j \Phi_1 + \beta_{i,2}^j v \Sigma_{f,2}^j \Phi_2 \right] - \lambda_{i,1}^j C_{i,1}^j - \lambda_{i,2}^j C_{i,2}^j. \quad (6)$$

Последний член уравнения (6) можно записать в виде:

$$\bar{\lambda}_i^j \left[C_{i,1}^j + C_{i,2}^j \right] = \lambda_{i,1}^j C_{i,1}^j + \lambda_{i,2}^j C_{i,2}^j,$$

откуда, исходя из сохранения скорости распада предшественников запаздывающих нейтронов, можно определить средневзвешенное значение постоянной распада i -й группы предшественников запаздывающих нейтронов от деления быстрыми и тепловыми нейтронами изотопа j :

$$\bar{\lambda}_i^j = \frac{\lambda_{i,1}^j C_{i,1}^j + \lambda_{i,2}^j C_{i,2}^j}{C_{i,1}^j + C_{i,2}^j} = \frac{\lambda_{i,1}^j C_{i,1}^j + \lambda_{i,2}^j C_{i,2}^j}{C_i^j}. \quad (7)$$

Определив из уравнений (5), записанных для стационарного состояния, $C_{i,1}^j$ и $C_{i,2}^j$ и подставив их в (7), выражение для значения постоянной распада i -й группы предшественников запаздывающих нейтронов от деления быстрыми и тепловыми нейтронами изотопа j принимает вид:

$$\bar{\lambda}_i^j = \frac{\left[\beta_{i,1}^j v \Sigma_{f,1}^j \Phi_1 + \beta_{i,2}^j v \Sigma_{f,2}^j \Phi_2 \right] \cdot \lambda_{i,1}^j \lambda_{i,2}^j}{\beta_{i,1}^j v \Sigma_{f,1}^j \Phi_1 \lambda_{i,2}^j + \beta_{i,2}^j v \Sigma_{f,2}^j \Phi_2 \lambda_{i,1}^j}. \quad (8)$$

Уравнения (6), записанные в виде:

$$\frac{dC_i^j}{dt} = \frac{1}{K_{eff}} \cdot \sum_{g=1}^2 \beta_{i,g}^j v \Sigma_{f,g}^j \Phi_g - \bar{\lambda}_i^j C_i^j, \quad (9)$$

после произведенного суммирования по всем делящимся изотопам j , можно записать так:

$$\frac{d \sum_{j=1}^M C_i^j}{dt} = \frac{1}{K_{eff}} \sum_{j=1}^M \sum_{g=1}^2 \beta_{i,g}^j v \Sigma_{f,g}^j \Phi_g - \sum_{j=1}^M \bar{\lambda}_i^j C_i^j \quad (10)$$

или

$$\frac{dC_i}{dt} = \frac{1}{K_{eff}} \sum_{j=1}^M \sum_{g=1}^2 \beta_{i,g}^j v \Sigma_{f,g}^j \Phi_g - \sum_{j=1}^M \bar{\lambda}_i^j C_i^j, \quad (11)$$

где C_i = концентрация предшественников запаздывающих нейтронов группы i от деления всех изотопов быстрыми и тепловыми нейтронами, а C_i^j — концентрация предшественников группы i от деления изотопа j быстрыми и тепловыми нейтронами.

Формулу (11) после изменения порядка суммирования можно представить в виде:

$$\frac{dC_i}{dt} = \frac{1}{K_{eff}} \sum_{g=1}^2 \Phi_g \sum_{j=1}^M \beta_{i,g}^j v \Sigma_{f,g}^j - \sum_{j=1}^M \bar{\lambda}_i^j C_i^j \quad (12)$$

или

$$\frac{dC_i}{dt} = \frac{1}{K_{eff}} \sum_{g=1}^2 \Phi_g v \Sigma_{f,g} \sum_{j=1}^M \frac{\beta_{i,g}^j v \Sigma_{f,g}^j}{v \Sigma_{f,g}} - \sum_{j=1}^M \bar{\lambda}_i^j C_i^j. \quad (13)$$

С учетом (4) формула (13) принимает вид:

$$\frac{dC_i}{dt} = \frac{1}{K_{eff}} \sum_{g=1}^2 \Phi_g v \Sigma_{f,g} \bar{\beta}_{i,g} - \sum_{j=1}^M \bar{\lambda}_i^j C_i^j \quad (14)$$

или

$$\frac{dC_i}{dt} = \frac{1}{K_{eff}} \sum_{g=1}^2 \Phi_g v \Sigma_{f,g} \bar{\beta}_{i,g} - \bar{\lambda}_i \cdot C_i, \quad (15)$$

где постоянная распада $\bar{\lambda}_i$ из условия сохранения скорости распада предшественников запаздывающих нейтронов должна определяться следующим образом:

$$\bar{\lambda}_i = \frac{\sum_{j=1}^M \bar{\lambda}_i^j C_i^j}{\sum_{j=1}^M C_i^j} = \frac{\sum_{j=1}^M \bar{\lambda}_i^j C_i^j}{C_i}. \quad (16)$$

Из уравнения (14) для стационарного состояния можно определить:

$$\sum_{j=1}^M \bar{\lambda}_i^j C_i^j = \frac{1}{K_{eff}} \sum_{g=1}^2 \Phi_g v \Sigma_{f,g} \bar{\beta}_{i,g}, \quad (17)$$

а из уравнения (9), записанного для стационарного состояния, определить:

$$C_i^j = \frac{1}{K_{eff} \cdot \bar{\lambda}_i^j} \cdot \sum_{g=1}^2 \beta_{i,g}^j v \Sigma_{f,g}^j \Phi_g \quad (18)$$

и тогда

$$\sum_{j=1}^M C_i^j = \frac{1}{K_{eff}} \sum_{j=1}^M \frac{\sum_{g=1}^2 \beta_{i,g}^j v \Sigma_{f,g}^j \Phi_g}{\bar{\lambda}_i^j}. \quad (19)$$

Подставляя (17) и (19) в (16) окончательно получаем:

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_i &= \frac{\sum_{j=1}^M \bar{\lambda}_i^j C_i^j}{\sum_{j=1}^M C_i^j} = \frac{\frac{1}{K_{eff}} \sum_{g=1}^2 \Phi_g v \Sigma_{f,g} \bar{\beta}_{i,g}}{\frac{1}{K_{eff}} \sum_{j=1}^M \frac{\sum_{g=1}^2 \beta_{i,g}^j v \Sigma_{f,g}^j \Phi_g}{\bar{\lambda}_i^j}} = \\ &= \frac{\sum_{g=1}^2 v \Sigma_{f,g} \bar{\beta}_{i,g} \Phi_g}{\sum_{j=1}^M \frac{1}{\bar{\lambda}_i^j} \sum_{g=1}^2 \beta_{i,g}^j v \Sigma_{f,g}^j \Phi_g} \end{aligned} \quad (20)$$

или с использованием (8):

$$\bar{\lambda}_i = \frac{\sum_{g=1}^2 \Phi_g v \Sigma_{f,g} \bar{\beta}_{i,g}}{\sum_{j=1}^M \frac{\beta_{i,1}^j v \Sigma_{f,1}^j \Phi_1 \lambda_{i,2}^j + \beta_{i,2}^j v \Sigma_{f,2}^j \Phi_2 \lambda_{i,1}^j}{\lambda_{i,1}^j \lambda_{i,2}^j}}. \quad (21)$$

Величины $\bar{\lambda}_i$ и $\bar{\beta}_{i,g}$, входящие в уравнения (3), могут быть определены из расчета ячейки одним из спектральных кодов, например [4].

Выводы

Таким образом, полученное математическое выражение (21) для средневзвешенной постоянной распада предшественников запаздывающих нейтронов группы i от деления быстрыми и тепловыми нейтронами в разнотопной среде с несколькими делящимися изотопами $\bar{\lambda}_i$, вместе с (4) для $\bar{\beta}_{i,g}$ в смеси делящихся изотопов от деления быстрыми или тепловыми нейтронами обеспечивают применение кинетической модели (3) с шестью группами запаздывающих нейтронов для анализа динамики тепловых реакторов без каких-либо дополнительных упрощений.

Список использованной литературы

1. Хетрик Д. Динамика ядерных реакторов. М.: Атомиздат, 1975. с. 400
2. Кипин Дж. Р. Физические основы кинетики ядерных реакторов. Москва: Атомиздат, 1967.
3. Халимончук В. А. Динамика ядерного реактора с распределенными параметрами в исследованиях переходных и аварийных режимов эксплуатации ВВЭР и РБМК Серия — Безопасность атомных станций. Киев: "Основа", 2008. 226 с.
4. HELIOS methods. Studsvik® Scandpower, Version 1.10, April 2008. 192p.

References

1. Hetrick, D. L. (1975), Dynamics of Nuclear Reactors [Dinamika yadernykh reaktorov]. Moscow: Atomizdat. 400p.
2. Keepin, G. R. (1967). Physics of Nuclear Kinetics. Moscow: Atomizdat.
3. Khalimonchuk, V. A. (2008). Dynamics of a Nuclear Reactor with Distributed Parameters in Studies of Transient and Emergency Operation of VVER and RBMK. Nuclear Safety Series [Dinamika yadernogo reaktora s raspredelennymi parametrami v issledovaniyakh perekhodnykh i avariynykh rezhymov ekspluatatsii VVER i RBMK. Seriya Bezopasnost atomnykh stantsii], Osнова, Kiev, 226 p.
4. HELIOS Methods. Studsvik® Scandpower, Version 1.10, April 2008. 192 p.

Середньозважені параметри кінетики для використання в двогруповій дифузійній моделі динаміки реактора з паливом на основі суміші подільних ізотопів

Халімончук В.А.

Державне підприємство «Державний науково-технічний центр з ядерної та радіаційної безпеки», м. Київ, Україна

У моделі кінетики реактора на основі опису транспорту нейтронів в двогруповому дифузійному наближенні кількість рівнянь, що описують зміну концентрації попередників запізнілих нейтронів, залежить не тільки від числа груп запізнілих нейтронів, але і від числа подільних ізотопів, присутніх в ядерному паливі. Оскільки кожен ізотоп характеризується 6-ма групами запізнілих нейтронів, то загальне число диференціальних рівнянь, що описують концентрації попередників запізнілих нейтронів, дорівнює добутку числа подільних ізотопів (M) на число груп запізнілих нейтронів для кожного ізотопу ($i = 6$). Це є справедливим за умови, що постійні розпаду концентрації попередників запізнілих нейтронів, які утворилися від ділення швидкими чи тепловими нейтронами, можна прийняти однаковими. Насправді має місце, хоча і невелика, відмінність в цих величинах для двох енергетичних груп. Тому число відповідних рівнянь збільшується ще в 2 рази.

У даній роботі отримано математичний вираз для середньозваженої постійної розпаду попередників запізнілих нейтронів від ділення швидкими і тепловими нейтронами в розмножуючому середовищі з декількома подільними ізотопами. Це разом з загальнопринятною процедурою зважування часток запізнілих нейтронів від ділення швидкими або тепловими нейтронами в аналогічному розмножуючому середовищі дозволяє в двогруповій дифузійній моделі кінетики реактора обмежитися всього шістьма рівняннями для концентрацій попередників запізнілих нейтронів i , таким чином, спростити кінетичну модель реактора.

Ключові слова: динаміка реактора, параметри кінетики, запізнілі нейтрони, доля запізнілих нейтронів, суміш подільних ізотопів

Mid-Weighed Kinetic Parameters for Use in the Two-Group Diffusion Model of Reactor Dynamics with Fuel Based on a Mixture of Fission Isotopes

Khalimonchuk V.A.

State Enterprise "State Scientific and Technical Center for Nuclear and Radiation Safety", Kyiv, Ukraine

In the model of reactor kinetics based on the description of neutron transport in the two-group diffusion approximation, the number of equations describing the change in the concentration of delayed neutron precursors depends not only on the number of groups of delayed neutrons,

but also on the number of fissile isotopes present in nuclear fuel. Since each isotope is characterized by six groups of delayed neutrons, the total number of differential equations describing concentrations of delayed neutron precursors is equal to the product of the number of fissile isotopes (M) and the number of groups of delayed neutrons for each isotope ($i = 6$). This is true provided that the decay constant of the concentrations of delayed neutron precursors that were formed from the division by fast or thermal neutrons can be taken in the same way. In fact, there is a difference, though small, in these values for the two energy groups. Therefore, the number of the corresponding equations is twice as high.

In this paper, a mathematical expression is obtained for the weighted average decay constant of delayed neutron predecessors from fission by fast and thermal neutrons in a multiplying medium with several fissile isotopes. This, together with the conventional procedure of weighing the fraction of delayed neutrons from fission by fast or thermal neutrons in a similar multiplying medium, allows the two-group diffusion model of the reactor kinetics to be limited to only six equations for the concentrations of delayed neutron precursors and thus the kinetic model of the reactor to be simplified.

Key words: reactor dynamics, kinetics parameters, delayed neutrons, fraction of delayed neutrons, mixture of fissile isotopes

Отримано 14.01.19