Коливання теплоізоляційних тришарових циліндричних труб під час експлуатаційних навантажень

- Луговий Петро Захарович, професор, доктор технічних наук Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України, м. Київ, Україна ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8065-9187
- Шугайло Олексій Петрович, канд. техн. наук Державне підприємство «Державний науково-технічний центр з ядерної та радіаційної безпеки» м. Київ, Україна ORCID: https://orcid.org/0000-0003-0997-7830
- Орленко Сергій Петрович Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України, м. Київ, Україна ORCID: https://orcid.org/0000-0002-7857-9601
- Дємєнков Володимир Миколайович Державне підприємство «Державний науково-технічний центр з ядерної та радіаційної безпеки» м. Київ, Україна ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2000-0783

Обладнання й трубопроводи є основними елементами AEC, які забезпечують перенесення і трансформацію теплової енергії в електричну. До основних типів таких елементів належать безпосередньо трубопроводи умовним діаметром від Ду 10 до Ду 1200, до яких також входить різноманіття фасонних деталей, таких як згини, конусні переходи, трійники, відводи тощо. Загальна протяжність усіх трубопроводів AEC складає сотні кілометрів. Зазначені елементи можуть бути об'єднані однією загальною ознакою – всі вони є оболонковими конструкціями, які знайшли широке застосування в повсякденній діяльності. У цій роботі розглянуті питання щодо коливань тришарових циліндричних труб під час експлуатаційних навантажень. Виведені рівняння руху тришарової циліндричної оболонки з легким заповнювачем, армованим ребрами жорсткості, в разі нестаціонарного навантаження. Під час аналізу елементів пружної структури використана модель теорії оболонок і стрижнів Тимошенка. Чисельні результати коливань тришарової пружної структури отримані за допомогою методу скінчених елементів. Досліджено вплив фізико-механічних параметрів шарів оболонки на її напружено-деформований стан під час вісесиметричного внутрішнього імпульсного навантаження.

Ключові слова: коливання, нестаціонарне навантаження, армуючі ребра, теплоізоляційний заповнювач, тришарова циліндрична оболонка.

© Луговий П. 3., Шугайло О-й П., Орленко С. П., Дємєнков В. М., 2020

Вступ

Відомо, що конструкційна концепція AEC полягає в широкому застосуванні оболонкових конструкцій і оболонкових елементів. Використання оболонкових конструкцій різного масштабу під час дії експлуатаційних навантажень дозволяє вирішити проблему матеріаломісткості зі збереженням необхідної конструктивної міцності й достатньої легкості. Яскравий приклад використання теорії оболонок для дослідження механічної поведінки великогабаритних об'єктів АЕС – дослідження захисної оболонки реакторних установок ВВЕР-1000, наведені в роботах [1], [2], а також дослідження та обґрунтування міцності та працездатності [3] – [5]



обладнання і трубопроводів першого контуру АЕС, що виконуються, зокрема, для обґрунтування можливості довгострокової експлуатації АЕС. Упродовж всієї історії існування техніки спостерігається постійний природній інтерес до досліджень, спрямованих на зменшення матеріалоємності конструкцій з одночасним покращенням їх функціональних характеристик і підвищенням їх надійності. Необхідність одночасного виконання цілої низки часом суперечливих вимог призводить до ідеї розроблення багатошарових конструкцій, у яких кожен шар виконує визначену функцію. Водночас шари можуть відрізнятися як за товщиною, так і за фізико-механічними властивостями, тобто конструкція може бути істотно неоднорідною. Досить поширене застосування в техніці знайшли тришарові конструкції у вигляді оболонок різної геометрії. Застосування таких конструкцій у конструюванні та виготовленні обладнання і трубопроводів на енергоблоках АЕС потребує відповідних практичних і теоретичних досліджень. Використання заповнювача з легких матеріалів дозволяє за невеликого збільшення ваги конструкції істотно підвищити її згинальну жорсткість і покращити її теплоізоляційну властивість. Цьому також сприяють армуючі елементи теплоізоляційного шару, які досить істотно підвищують міцність тришарової структури.

Підходи до розрахунку тришарових циліндричних труб із теплоізоляційним заповнювачем з ребрами жорсткості

Задача руху тришарової циліндричної труби (оболонки) з легким теплоізоляційним заповнювачем, армованим дискретними ребрами жорсткості, під час весиметричного експлуатаційного навантаження розглянута з використанням «дискретно-структурного» підходу. Для шаруватих оболонок із легким армованим теплоізоляційним заповнювачем потрібне більш акуратне двовимірне моделювання порівняно з багатошаровими оболонками з однаковими геометричними параметрами [6]. Зважаючи на це зауваження, були використані відповідні гіпотези Тимошенка для стрижнів і оболонок [7].

Тришарова циліндрична оболонка з теплоізоляційним заповнювачем, армованим дискретними ребрами, є пружною структурою, яка складається з внутрішнього (індекс 1), зовнішнього (індекс 2) несучих шарів, теплоізоляційного заповнювача (індекс *t*) і набору дискретних ребер (індекс *j*), що жорстко з'єднані з указаними несучими шарами. Оболонка має постійну загальну товщину *h* з гладкою серединною поверхнею в ортогональній криволінійній системі координат *x*, *z*. Координатна лінія *x* на серединній поверхні оболонки за умови *z*=0 співпадає з осьовою лінією; координатна



Рисунок 1 – Фрагмент тришарової циліндричної оболонки

лінія *z* є прямою, яка ортогональна до серединної поверхні. Будемо вважати величину *z* додатною, якщо точка знаходиться зі сторони опуклості серединної поверхні (Рисунок 1).

Неоднорідність дискретного ребристого заповнювача зумовлена наявністю теплоізоляційного матеріалу в порожнинах між ребрами і несучими шарами. Вид деформованого стану внутрішнього та зовнішнього несучих шарів може бути визначений через компоненти узагальненого вектора переміщень $\overline{U}_1 = (u_1^1, u_2^1, \varphi_1^1)^T$ і $\overline{U}_2 = (u_1^2, u_2^2, \varphi_1^2)^T$. Поля переміщень для теплоізоляційного ребристого заповнювача визначаються узагальненим вектором переміщення – $\overline{U}_t = (u_{1t}, u_{2t}, \varphi_{1t})^T$ відповідно до моделі, запропонованої у [8]. Деформований стан армуючого ребра, направленого вздовж колової координати, будемо визначати узагальненим вектором переміщення $\overline{U}_{J} = (u_{1}^{j}, u_{2}^{j}, \varphi_{1}^{j})^{\prime}$. Зважаючи на припущення жорсткого з'єднання армуючих ребер з циліндричними несучими шарами, записуються умови контакту центрів ваги ребер з несучими шарами.

$$u_{1}^{j} = u_{1}^{ji}(x_{j}) \mp rac{H_{j}}{2} \varphi_{1}^{ji}(x_{j}),$$
 при тому (1a)

$$u_2^j = u_2^{ji}(x_j),$$
 (16)

 $\varphi_1^j = \varphi_1^{ji}(x_j), \quad i = 1,2$ (номер шару оболонки), (1в)

де x_j – координатна лінія проєктування центрів ваги поперечного перетину *j*-го армуючого дискретного ребра заповнювача на відповідну серединну поверхню несучого шару;

$$h_{j}^{i}=$$
0,5 $h_{i}+rac{H_{j}}{2},h_{i}(i=1,2)$ — товщини циліндрич-

них несучих шарів;



ДЕРЖАВНЕ ПІДПРИЄМСТВО ДЕРЖАВНИЙ НАУКОВО-ТЕХНІЧНИЙ ЦЕНТР З ЯДЕРНОЇ ТА РАДІАЦІЙНОЇ БЕРПЕИИ $\frac{H_j}{2}$ – відстань від вісі ј – го ребра до поверхонь гладких оболонок; товщина теплоізоляційного заповнювача $h_t = H_i$.

На основі теорії деформації зсуву в оболонках [7] переміщення u_1^i і u_2^i у несучих шарах у напрямку x (поздовжній), z (товщина) та t (час) у разі малих лінійних переміщень виражаються через такі залежності:

$$u_1^i(x,z,t) = u_{01}^i(x,t) + z_i \varphi_1^i(x,t),$$
 (2a)

$$u_{2}^{i}(x,z,t) = u_{02}^{i}(x,t)$$
 $i = 1,2,$ (26)

де z_i – вертикальна координата кожного несучого шару і відміряється вгору від серединної поверхні кожного несучого шару; φ_1^i кут повороту нормалі до серединної поверхні несучих шарів.

$$\varepsilon_{xx}^{i} = \varepsilon_{0xx}^{i} + z_{i}k_{xx}^{i}, \quad \varepsilon_{yy}^{i} = \frac{u_{02}^{i}}{R}, \quad i = 1,2$$
(3)

 $\gamma_{xz}^{i} = 2\varepsilon_{xz}^{i}$,

де

$$\varepsilon_{0xx}^{i} = \frac{\partial u_{02}^{i}}{\partial x} + \frac{u_{02}^{i}}{R}, \\ \varepsilon_{0xz}^{i} = \frac{\partial u_{02}^{i}}{\partial x} + \varphi_{1}^{i} - \frac{u_{01}^{i}}{R}, \\ k_{xx}^{i} = \frac{\partial \varphi_{1}^{i}}{\partial x}, \\ i = 1, 2.$$

$$(4)$$

Тут позначено: ε_{0xx}^{i} ; ε_{0xz}^{i} – компоненти деформацій серединних поверхонь несучих шарів, R – радіус кривизни оболонки.

Поля переміщень для товстого теплоізоляційного заповнювача, засновані на моделі [8]:

$$\begin{cases} u_{1t}(x,z,t) = \left(1 + \frac{z}{R}\right) u_{10t}(x,t) + z_t u_1^t(x,t) \\ u_{2t}(x,z,t) = u_{20t}(x,t) \end{cases}$$
(5)

Кінематичні залежності для теплоізоляційного заповнювача для шаруватих оболонок на основі малих деформацій прийняті у вигляді:

$$\varepsilon_{xx}^{t} = \frac{1}{\left(1 + z_{t} / R_{t}\right)} \left(\frac{\partial u_{1}^{t}}{\partial x} - \frac{u_{2}^{t}}{R_{t}}\right)$$
(6a)

$$\varepsilon_{22}^{t} = \frac{1}{1 + \frac{Z_t}{R_t} R_t} \frac{u_2^t}{R_t}$$
(66)

$$\gamma_{xz}^{t} = 2\varepsilon_{xz}^{t} = \frac{1}{(1+z/R_{t})} \left(\frac{\partial u_{2t}}{\partial x} - \frac{u_{2t}}{R_{t}} \right) + \frac{\partial u_{1t}}{\partial z}, \quad (6B)$$

де $u_{tt'}$ u_{2t} – компоненти узагальненого вектора переміщень теплоізоляційного заповнювача; $E_{t'}$ ρ_t – фізико-механічні параметри заповнювача; R_t – визначений радіус заповнювача, h_t – товщина заповнювача.

Умови сумісності, які передбачають ідеальне з'єднання між заповнювачем і несучими шарами без відриву і проковзування, наведені в такому вигляді [9]:

$$\begin{cases} u_{tt}(z = z_{tt}) = u_{10t}^{i} + \frac{1}{2}(-1)^{k} h \varphi_{1}^{t} \\ u_{2t}(z = z_{tt}) = u_{20t} \end{cases} \begin{bmatrix} \exists n & i = \rightarrow \left(k = 1; z_{t1} = \frac{h_{2}}{2}\right) \\ \exists n & i = \rightarrow \left(k = 0; z_{2} = -\frac{h_{2}}{2}\right) \end{bmatrix}$$
(7)

де φ_1^t кут повороту нормалі до серединної поверхні теплоізоляційного заповнювача.

Для дискретного заповнювача маємо:

$$T_{11j} = \int_{F_j} \sigma_{11j} dF_j; Q_{13j} = \int_{F_j} \sigma_{13j} dF_j;$$

$$M_{11j} = \int_{F_i} z_j \sigma_{11j} dF_j,$$
 (8)

де *F*_i – площа поперечного перетину ребра.

Рівняння руху для несучих шарів і ребристого теплоізоляційного заповнювача виводяться відповідно до варіаційного принципу стаціонарності Гамільтона-Остроградського, згідно з яким:

$$\delta \int_{t_2}^{t_1} (K-\Pi=A) dt = 0, \qquad (9)$$

де П – повна потенціальна енергія пружної системи; К – повна кінетична енергія пружної системи; А – робота зовнішніх сил, *t*, і *t*₂ – фіксовані моменти часу.

Під час виводу рівнянь коливань тришарових оболонок із легким заповнювачем незалежному варіюванню підлягають: компоненти переміщень несучих шарів і заповнювача з теплоізолюючого матеріалу, а також підкріплюючих ребер жорсткості.

Після стандартних перетворень у варіаційному рівнянні (9), з урахуванням співвідношень (1) – (8), отримаємо систему рівнянь руху для тришарової циліндричної оболонки з теплоізоляційним ребристим заповнювачем під час симетричного імпульсного навантаження:



$$\begin{split} \mathcal{N}_{xx,x}^{t} &+ \frac{Q_{xx}^{t}}{R_{1}} - \frac{4}{h_{t}^{2}} \mathcal{M}_{xx}^{t} = \rho_{t} h_{t} \frac{\partial^{2} u_{1}^{t}}{\partial t^{2}}, \\ \mathcal{N}_{xx,x}^{2} &+ \frac{Q_{xx}^{2}}{R_{2}} + \frac{4}{h_{t}^{2}} \mathcal{M}_{xx}^{t} = \rho_{t} h_{2} \frac{\partial^{2} u_{1}^{2}}{\partial t^{2}}, \\ Q_{xx,x}^{1} &- \left[\frac{N_{xx}^{1}}{R_{1}} \right] - \frac{1}{R_{t} h_{t}} \mathcal{M}_{xx}^{t} + \frac{1}{h_{t}} \mathcal{M}_{xx,x}^{t} - \\ &- \left(1 + \frac{h_{1}}{2R_{1}} \right) (x,t) = \rho_{t} h_{1} \frac{\partial^{2} u_{2}^{1}}{\partial t^{2}}, \\ Q_{xx,x}^{2} &- \left(\frac{N_{xx}^{2}}{R_{2}} \right) + \frac{1}{R_{t} h_{t}} \mathcal{M}_{txx}^{t} - \frac{1}{h_{t}} \mathcal{M}_{xx,x}^{t} = \rho_{t} h_{2} \frac{\partial^{2} u_{2}^{2}}{\partial t^{2}}, \\ \mathcal{M}_{xx,x}^{1} &- Q_{xx}^{1} - \frac{2h_{1}}{h_{t}^{2}} \mathcal{M}_{xx}^{t} = \rho_{1} \frac{h_{1}^{3}}{12} \frac{\partial^{2} \varphi_{1}^{1}}{\partial t^{2}}, \\ \mathcal{M}_{xx,x}^{2} &- Q_{xx}^{2} - \frac{2h_{1}}{h_{t}^{2}} \mathcal{M}_{xx}^{t} = \rho_{1} \frac{h_{1}^{3}}{12} \frac{\partial^{2} \varphi_{1}^{2}}{\partial t^{2}}, \\ \mathcal{M}_{xx,x}^{1} &- Q_{xx}^{2} - \frac{2h_{1}}{h_{t}^{2}} \mathcal{M}_{xx}^{t} = \rho_{1} \frac{h_{1}^{3}}{12} \frac{\partial^{2} \varphi_{1}^{2}}{\partial t^{2}}, \\ \mathcal{M}_{xx,x}^{1} &- Q_{xx}^{2} - \frac{2h_{1}}{h_{t}^{2}} \mathcal{M}_{xx}^{t} = \rho_{1} \frac{h_{1}^{3}}{12} \frac{\partial^{2} \omega_{1}^{4}}{\partial t^{2}}, \\ \mathcal{M}_{xx,x}^{1} &- N_{xx}^{1} + \frac{1}{R_{t}} \mathcal{M}_{xx}^{1} = \rho_{t} \frac{h_{1}^{3}}{12} \frac{\partial^{2} \omega_{1}^{4}}{\partial t^{2}}, \\ \mathcal{M}_{xx,x}^{1} &- \mathcal{N}_{xx}^{1} + \frac{1}{R_{t}} \mathcal{M}_{xx}^{1} = \rho_{t} h_{t} \frac{\partial^{2} w_{0}^{1}}{\partial t^{2}}, \\ \mathcal{M}_{xx,x}^{1} &- \frac{1}{R_{t}} \mathcal{N}_{xx}^{1} = \rho_{t} h_{t} \frac{\partial^{2} w_{0}^{1}}{\partial t^{2}}, \\ \mathcal{M}_{xx}^{2} &= \rho_{j} F_{j} \frac{\partial^{2} u_{1}^{j}}{\partial t^{2}}, \\ \mathcal{M}_{xx}^{2} &= \rho_{j} F_{j} \frac{\partial^{2} u_{1}^{j}}{\partial t^{2}}, \\ \mathcal{M}_{xx}^{2} &= \rho_{j} f_{j} \frac{\partial^{2} u_{2}^{j}}{\partial t^{2}}, \\ \mathcal{M}_{xx}^{2} &= \rho_{j} f_{x} \frac{\partial^{2} u_{1}^{j}}{\partial t^{2}}, \\ \mathcal{M}_{xx}^{2} &= \rho_{j} f_{y} \frac{\partial^{2} u_{j}^{j}}{\partial t^{2}}, \\ \mathcal$$

де I_{kr}^{j} – момент інерції ребра; P(x,t) – розподілене вісесиметричне імпульсне внутрішнє навантаження; N_{xx}^{i} , Q_{xz}^{i} , M_{xx}^{i} – зусилля та моменти,з якими несучі шари діють на армуючі елементи.

Зусилля та моменти для заповнювача можна визначити так:

$$N_{xx}^{t} = \int_{-h_{i}/2}^{h_{i}/2} \sigma_{xx}^{t} dz_{i};$$

$$M_{xx}^{t} = \int_{-h_{i}/2}^{h_{i}/2} z_{i} \sigma_{xx}^{t} dz_{i}; Q_{xz}^{t} = k_{s} \int_{-h_{i}/2}^{h_{i}/2} \sigma_{xz}^{t} dz_{i},$$
(11)

Узагальнений закон Гука запишемо у вигляді:

$$N_{xx}^{t} = E^{i} \left(\varepsilon_{xx}^{t} + \nu^{i} \varepsilon_{yy}^{t} \right); N_{yy}^{t} = E^{i} \left(\varepsilon_{yy}^{t} + \nu^{i} \varepsilon_{xx}^{t} \right);$$

$$Q_{xz}^{t} = G_{xz}^{t} \varepsilon_{xz}^{t}; \quad M_{xx}^{t} = D_{xx}^{t} K_{xx}^{t}, \quad i = 1, 2,$$
(12)

де

$$\varepsilon_{xx}^{t} = \frac{\partial u_{1}^{t}}{\partial x}; \varepsilon_{yy}^{t} = \frac{u_{2}^{t}}{R}; \varepsilon_{xz}^{t} = \varphi_{1}^{i}; k_{xx}^{t} = \frac{\partial \varphi_{1}^{i}}{\partial x}.$$
 (13)

Зауважимо, що однією зі складностей задач коливань неоднорідних пружних структур із урахуванням дискретності ребер, армуючих теплоізолюючий заповнювач, є наявність розривних коефіцієнтів у трьох останніх рівняннях коливань (10). Зважаючи на це, будуються чисельні алгоритми в гладкій області та «склеюються» на лініях розривів з урахуванням кінематичних умов спряження. Підхід, наведений у цій роботі, є розвитком відомих чисельних алгоритмів для розв'язання задач теорії неоднорідних оболонок із урахуванням дискретності підкріплюючих ребер [10].

Під час дослідження коливань тришарової циліндричної оболонки з урахуванням теплоізоляційного ребристого заповнювача в разі жорсткого защемлення країв граничні умови визначались:

за умови *x* = 0, *x* = *L* (*L* – довжина несучих шарів оболонки) у вигляді:

$$u_1i(0,t) = 0; u_2^i(0,t) = 0; i = 1,2;$$

 $u_1i(L,t) = 0; u_2^i(L,t) = 0; i = 1,2;$ (14)

Нульові початкові умови при t = 0 покладалися:

$$u_{1}i(x,0) = \frac{\partial u_{1}^{i}}{\partial t}(x,0) = 0; i = 1,2;$$

$$u_{2}i(x,0) = \frac{\partial u_{2}^{i}}{\partial t}(x,0) = 0; i = 1,2;$$
(15)

Розглянемо тришарову циліндричну оболонку з ребристим теплоізолюючим заповнювачем.

Задача коливань тришарової циліндричної оболонки згідно з указаними теоріями розглядалася за таких геометричних та фізикомеханічних параметрів:

$$\frac{L}{h_1} = 40; \ h_1 = h_2 = 0,01 \text{ m}; \ \frac{R_1}{h_1} = 10; \ \frac{H_j}{h_1} = 2; \ F_j = H_j h_j;$$



ДЕРЖАВНЕ ПІДПРИЄМСТВО ДЕРЖАВНИЙ НАУКОВО-ТЕХНІЧНИЙ ЦЕНТР З ЯДЕРНОЇ ТА РАДІАЦІЙНОЇ СЕЗОБИМ
$$\begin{split} E_1^1 = E_1^2 = E_j = 7 \cdot 10^{10} \text{ Πa$; $$} \nu_1^1 = \nu_1^2 = \nu_j = 0,3$; \\ \rho_1 = \rho_2 = \rho_j = 2,7 \cdot 10^3 \text{ κr/m}^3; E_1^1 / E_1^t = 50$; \end{split}$$

 $E_1^1 / E_1^{t} = 500;$ щільність $\rho^t = 25$ кг/м³ коефіцієнт Пуасона $\nu^t = 0,33$.

На оболонку діє симетричне внутрішнє імпульсне навантаження у вигляді:

 $P_{3} = A \frac{\pi t}{T} \sin \left[\eta(t) - \eta(t-T) \right],$

що моделює стрибок тиску у відповідному трубопроводі; де _А – амплітуда навантаження; _Т – тривалість навантаження. У розрахунках визначалося A=10⁶ Па; T=50·10⁻⁶ с. Підкріплюючі елементи розташовані в точках

 $x_{i} = [11 + (k-1) \cdot 15] \cdot \Delta x; k = 1 \div 5; \Delta x = L / 80.$

Поставлені задачі розв'язані методом скінчених елементів.

Розглянемо два випадки динамічної поведінки тришарової циліндричної оболонки з теплоізоляційним ребристим заповнювачем під час нестаціонарного навантаження з урахуванням параметрів, які наведені вище. Отримані чисельні результати дозволяють характеризувати напружено-деформований стан тришарової пружної структури циліндричного типу в будь-який момент часу на досліджуваному часовому інтервалі відповідно до вищевказаних постановок. Розрахунки проводилися в інтервалі часу $0 \le t \le 407$.

Перший випадок. 1 – внутрішній несучий шар, t – теплоізолюючий заповнювач, j – армуючі ребра, 2 – зовнішній несучий шар; $h_1 = h_2 = 0,01$ м, модуль пружності $E_{1,2} = 7 \cdot 10^{10}$ Па, щільність $\rho_{1,2} = 2,7 \cdot 10^3$ кг/м³; коефіцієнт Пуасона $\nu_{1,2} = 0,3$; $h_t = 0,02$ м, для h_t відношення модулів пружності $E_1^1 / E_1^t = 50$, щільність $\rho_t = 25$ кг/м³, коефіцієнт Пуасона $\nu_t = 0,33$; для армуючих ребер $h_j = 0,02$ м, модуль пружності $E_j = 7 \cdot 10^{10}$ Па, щільність $\rho_j = 2,7 \cdot 10^3$ кг/м³; коефіцієнт Пуасона $\nu_t = 0,33$; для армуючих ребер $h_j = 0,02$ м, модуль пружності $E_j = 7 \cdot 10^{10}$ Па, щільність $\rho_j = 2,7 \cdot 10^3$ кг/м³; коефіцієнт Пуасона $\nu_t = 0,3$.

Отже, маємо симетричну тришарову оболонку з теплоізолюючим заповнювачем, армованим ребрами жорсткості, яка навантажена внутрішнім імпульсним тиском.

Отримані чисельні результати дозволяють характеризувати коливання тришарової пружної структури циліндричного типу в будь-який момент часу на досліджуваному часовому інтервалі відповідно до вищевказаних постановок. Розрахунки проводилися в $0 \leq t \leq 40T$. Зокрема, інтервалі часу на Рисунку 2 наведені порівняльні графіки максимальних прогинів коливальних процесів у серединних поверхнях несучих шарів U_2^1 і u_2^2 від просторової координати *х* в моменти часу t = 5,957 (у цей момент величини u_2^1 і u_2^2 досягають максимального значення в інтервалі розрахунку по часу t). Відношення модулів пружності $E_1^1 / E_1^t = 50$.

Крива з індексом 1 відповідає u_2^1 (внутрішній шар), із індексом 2 – u_2^2 (зовнішній шар). Врахування дискретності розміщення армуючих ребер зображене на Рисунку 2 – це точки з'єднання кривих із індексом 1 і 2. Перша власна частота цієї тришарової структури складає 1848,3 Гц.



Рисунок 2 – Порівняльні графіки максимальних прогинів коливальних процесів у серединних поверхнях несучих шарів u_2^1 і u_2^2 від просторової координати x у моменти часу t = 5,95Т. Відношення модулів пружності $E_1^1 / E_1^t = 50$.

Другий випадок. 1 – внутрішній несучий шар, t – теплоізолюючий заповнювач, j – армуючі ребра, 2 – зовнішній несучий шар; $h_1 = h_2 = 0,01$ м, модуль пружності $E_{1,2} = 7 \cdot 10^{10}$ Па, щільність $\rho_{1,2} = 2,7 \cdot 10^3$ кг/м³; коефіцієнт Пуасона $\nu_{1,2} = 0,3$; $h_t = 0,02$ м, для h_t відношення модулів пружності $E_1^1/E_1^t = 500$, щільність $\rho_t = 25$ кг/м³, коефіцієнт Пуасона $\nu_t = 0,33$; для армуючих ребер $h_j = 0,02$ м, модуль пружності $E_j = 7 \cdot 10^{10}$ Па, щільність $\rho_j = 2,7 \cdot 10^3$ кг/м³; коефіцієнт Пуасона $\nu_t = 0,3$.

На Рисунку 3 наведені порівняльні графіки максимальних прогинів коливальних процесів у серединних поверхнях несучих шарів u_2^1 і u_2^2



Рисунок 3 – Порівняльні графіки максимальних прогинів коливальних процесів у серединних поверхнях несучих шарів u_2^1 і u_2^2 від координати *х* у моменти часу *t* = 3,50*T*

від просторової координати *x* в моменти часу t = 3,507 (у цей момент величини u_2^1 і u_2^2 досягають максимального значення в інтервалі розрахунку по часу t). Врахування дискретності розміщення армуючих ребер відображено візуально на Рисунку 3 – це точки з'єднання кривих з індексом 1 і 2. Перша власна частота цієї тришарової структури складає 1336,5 Гц. Відношення модулів пружності $E_1^1/E_1^1 = 500$.

Порівняно з першим випадком можна зробити висновок, що у разі зменшення жорсткості теплоізолюючого заповнювача максимальні нормальні прогини зовнішнього несучого шару u_2^2 збільшилися на 15 %, а максимальні нормальні прогини внутрішнього несучого шару u_2^1 зменшилися на 55 %. Водночас перша власна частота конструкції зменшилася на 38 %. Коливальні процеси мають досить виражений хвильовий характер. Для визначення впливу теплоізолюючого заповнювача на характер коливань тришарової структури під час нестаціонарного експлуатаційного навантаження були проведені розрахунки коливальних процесів тришарової циліндричної оболонки лише з дискретним заповнювачем.

На Рисунку 4 наведені порівняльні графіки максимальних прогинів коливальних процесів у серединних поверхнях несучих шарів u_2^1 і u_2^2 від просторової координати x у моменти часу t = 3,25T (у цей момент величини u_2^1 і u_2^2 досягають максимального значення в інтервалі розрахунку по часу t). Врахування дискретності розміщення армуючих ребер візуально відображено на Рисунку 4 – це точки з'єднання кривих із індексом 1 і 2. Отримані результати добре узгоджуються з результатами, наведеними в роботі [10]. Перша власна частота цієї тришарової структури складає 2010 Гц.

З огляду на аналіз чисельних результатів можна зробити висновок, що теплоізолюючий заповнювач значно впливає на характер коливань тришарової структури. Порівняно з першим випадком триша-



Рисунок 4 – Порівняльні графіки максимальних прогинів коливальних процесів у серединних поверхнях несучих шарів u_2^1 і u_2^2 просторової координати х у моменти часу t = 3,25

рової циліндричної оболонки з теплоізолюючим заповнювачем максимальні нормальні прогини зовнішнього несучого шару u_2^2 зменшилися на 73 %, а максимальні нормальні прогини внутрішнього несучого шару u_2^1 збільшилися на 26 %. Порівняно з другим випадком – максимальні нормальні прогини зовнішнього несучого шару u_2^2 зменшилися на 12 %, а максимальні нормальні прогини внутрішнього несучого шару u_2^1 збільшилися на 9 %. Істотно змінюється перша власна частота цієї тришарової структури: для першого випадку вона складає 9 %, а для другого випадку – 50 %.

Висновки

Для шаруватих оболонок із легким армованим теплоізоляційним заповнювачем потрібне більш акуратне двовимірне моделювання порівняно з багатошаровими оболонками з однаковими геометричними параметрами. Зважаючи на це виведена розв'язувальна система рівнянь для дослідження динаміки тришарових циліндричних оболонок з теплоізолюючим заповнювачем армованим жорсткими ребрами. Аналіз отриманих чисельних результатів дозволив якісно та кількісно визначити значний вплив теплоізолюючого заповнювача на характер коливань і власні частоти тришарових структур за вісесиметричного імпульсного навантаження. Це має принципове значення для розрахунку на конструктивну міцність досліджених об'єктів.

Список використаної літератури

1. Луговой П. З., Крицкий В. Б, Крицкая Н. И. Напряженно деформированное состояние и колебания защитной оболочки при нестационарных загрузках. *Прикладная механика*. 2016. Т. 52, № 6. С. 93 – 103.

2. Луговой П. З., Крицкий В. Б, Крицкая Н. И. Анализ динамического поведения и напряженно-деформированного состояния защитной оболочки реакторного отделения АЭС при нестационарных воздействиях. *Ядерна та радіаційна без-пека*. 2016. № 3. С. 38 – 47. doi: 10.32918/nrs.2016.3(71).08.

3. Харченко В.В., Чирков А.Ю., Кобельский С.В., Кравченко В.И. Методы расчетного анализа в задачах прочности элементов оборудования реакторных установок ВВЭР. Киев: Институт проблем прочности им. Г.С. Писаренка НАН Украины. 2018. 293 с.

4. Луговой П. З., Шугайло А. П., Круглий Я. Д., Колупаев А. М. Влияние слоя шлама на напряженно-деформированное состояние теплообменных труб парогенератора. *Прикладная механика*. 2019. Т. 55. № 1. С. 99 – 108.

5. Луговой П.З., Скосаренко Ю.В., Орленко С.П., Шугайло А.П. Применение метода сплайн-коллокации для решения задач статики и динамики многослойных цилиндрических оболочек с конструктивными и



технологическими особенностями. *Прикладная механика*. 2019. Т. 55. № 5. С. 78 – 88.

6. Carrera E., Ciuffreda A. A unified formulation to assess theories of multilayered plates for various bending problems. *Composite Structures*. 2005. V. 69. № 3. P. 271 – 293. doi:10.1016/j. compstruct.2004.07.003.

7. Timoshenko S. P., Woinowsky-Krieger S. Theory of Plates and Shells / Second Edition/ New York, Toronto, London: McGraw-Hill Book Company INC, 1959. 636 p.

8. Frostig, Y. and Thomsen, O.T.. Higher-order free vibration of sandwich panels with a flexible core. *International Journal of Solids and Structures*. 2004. V. 41. P. 1697 – 1724.

9. Kheirikhah M. M., Khalili S. M. R. and Malekzadeh Fard K. Biaxial buckling analysis of soft-core composite sandwich plates using improved high-order theory/*European Journal of Mechanics A/Solids*. 2011. V. 31. P. 54 – 66.

10. Головко К. Г., Луговой П. З., Мейш В. Ф. Динамика неоднородных оболочек при нестационарных нагрузках. К. : Издательско-полиграфический центр «Киевский университет», 2012. 541 с.

References

1. Lugovoi, P., Kritskii, V., Kritskaia, N. (2016). Stress strain state and oscillations of the shell under non-stationary loads. *Applied Mechanics*. 52(6), 93-103.

2. Lugovoi, P., Kritskii, V., Kritskaia, N. (2016). Analysis of the dynamic behavior and stress strain state of NPP containment under non-stationary impacts. *Nuclear and Radiation Safety*. 3(71), 38-47. doi: 10.32918/nrs.2016.3(71).08.

3. Kharchencko, V., Chirkov, A., Kobelskii, S., Kravchenko, V. (2018). Computer methods for strength analysis of VVER equipment components. G. Pisarenko Institute for Problems of Strength of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv. 293.

4. Lugovoi, P., Shugailo, O., Kruglii, Ya., Kolupaiev, A. (2019). Impact of sludge layer on stress strain state of steam generator heat exchange pipes. *Applied Mechanics*. 55(1), 99-108.

5. Lugovoi, P., Skosarenko, Yu., Orlenko, S., Shugailo, O. (2019). Use of spline collocation method to solve problems of statics and dynamics of multilayer cylindrical shells with structural and technological peculiarities. *Applied Mechanics*. 55(5), 78-88.

6. Carrera, E., Ciuffreda, A. (2005). A unified formulation to assess theories of multilayered plates for various bending problems. *Composite Structures*. 69(3), 271-293. doi: 10.1016/j. compstruct.2004.07.003.

7. Timoshenko, S., Woinowsky-Krieger, S. (1959). Theory of plates and shells. New York, Toronto, London, McGraw-Hill Book Company INC. 636.

8. Frostig, Y., Thomsen, O. (2004). Higher-order free vibration of sandwich panels with a flexible core. *International Journal of Solids and Structures*. 41, 1697-1724.

9. Kheirikhah, M., Khalili, S., Malekzadeh Fard, K. (2011). Biaxial buckling analysis of soft-core composite sandwich plates using improved high-order theory. *European Journal of Mechanics A/Solids*. 31, 54-66. 10. Golovko, K., Lugovoi, P., Meish, V. (2012). Dynamics of inhomogeneous shells under non-stationary loads. Kyiv University, Kyiv. 541.

Oscillation of Thermal Insulation Three-Layer Cylindrical Pipes under Operating Loads

Lugovoi P.¹, Shugailo O-i², Orlenko V.¹, Diemienkov V.²

¹S. P. Timoshenko Institute of Mechanics of National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine ²State enterprise «State Scientific and Technical Center for Nuclear and Radiation safety», Kyiv, Ukraine

Equipment and pipes are the main components of a nuclear power plant (NPP) that ensure transfer of heat energy into electric one. The pipes with nominal diameter from DN10 to DN1200 are the main types of pipes that also include different fragments such as bends, cones, tees, branches, etc. Common length of all NPP pipes is hundreds of kilometers. All these components can be combined by one common feature: they are shell structures that found wide application in daily activities. The use of such components in the design and manufacture of equipment and pipelines of NPP power units requires appropriate practical and theoretical studies. The use of filler made of light materials allows for a small increase in the weight of the structure to significantly increase its bending stiffness and improve its thermal insulation properties. The oscillations of three-layer cylindrical pipes are considered in this paper. The equations of motion of a three-layer cylindrical shell with lightweight filler reinforced by stiffening ribs with non-stationary loading have been provided through these efforts. The model of Timoshenko's theory of shells and rods have been used in this study under analysis of components with flexible structures. Numerical results of oscillations of the three-layer elastic structure were obtained using the finite element method. The impact of the physical and mechanical parameters of the shell layers is investigated on its stress strain state under an axisymmetric internal impulse loading.

Keywords: three-layer cylindrical shell, insulation filler, supporting ribs, non-stationary loading, oscillations, analysis of numerical results.

Отримано 29.04.2020.

