УДК 621.317

А. В. Соколовская, Л. Н. Щербак, г. Киев

ЗАДАЧА ИЗМЕРЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК СТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ

Abstract. The task of measurement of characteristics of stationary processes justified as a problem of phased application of a measure physical quantities during the formation the measurement data and then using the probability measure for the statistical estimation of unknown characteristics.

Keywords: measurement process, stationary process, ergodic process, measure a physical quantity, the probability measure.

Введение. Результаты данной научно-технической проблематики опубликованы в значительном количестве работ. Однако в большинстве из них не нашли отражения вопросы измерений, так, для характеристик случайных процессов не указаны точности их определения. Наиболее полно рассмотрены задачи определения характеристик случайной величины как наиболее простой модели в классе случайных функцій [1,…,5].

Характеристики более сложных случайных функций, таких как случайные процессы, векторные случайные процессы, случайные поля, исследованы недостаточно. Поэтому разработка информационного обеспечения (модели, алгоритмы вычислений и их реализация в программном обеспечении) при создании измерительных технологий определения характеристик случайных функций и их реализации в средствах измерений (информационно-измерительных системах (ИИС)) является актуальной и важной научно-технической проблемой [4,5].

Постановка задания. Обосновать постановку задачи измерения характеристик стационарных процессов в рамках корреляционной теории.

Стационарные процессы. В рамках корреляционной теории стационарный случайный процесс $\xi(\omega,t)$, $\omega\in\Omega$, $t\in(-\infty,\infty)$, синонимами названия которого - *стационарный в широком смысле*, или *гильбертовый стационарный*, или *стационарный второго порядка*, или *слабостационарный*, задан, если определены:

а) двумерная функция распределения

$$F(x_1,x_2;t_1,t_2)\equiv F(x_1,x_2;t_2-t_1)=F(x_1,x_2,\tau),$$

$x_1,x_2\in R,\ \mathrm{t}_1,t_2,\tau\in(-\infty,\infty)$;

б) или двумерная плотность вероятностей $p(x_1,x_2,\tau)$;

в) или двумерная характеристическая функция $f(u_1,u_2,\tau)$, $u_1,u_2\in R$.

Для стационарно связанных стационарных процессов $\xi_1(\omega,t)$ и $\xi_2(\omega,t)$, кроме указанных для каждого из них выше законов распределения дополнительно заданы взаимные (совместные) двумерная функция распределения $F_{12}(x_1,x_2,\tau)$, или $p_{12}(x_1,x_2,\tau)$, или $f_{12}(u_1,u_2,\tau)$.

Приведенная выше информация о стационарных процессах $\xi_1(\omega,t)$ и $\xi_2(\omega,t)$ можно представить двумерным векторным стационарным процессом

$$\Xi_2(\omega,t)=(\xi_1(\omega,t),\xi_2(\omega,t)),\omega\in\Omega,t\in R\,, \tag{1}$$

который задан соответствующими выше законами распределения. Моментные функции векторного процесса (1) определяются согласно:

математическое ожидание

$$\mathbf{M}\Xi_2(\omega,t)=({}_1a_1,{}_2a_1)\,, \tag{2}$$

корреляционная матрица

$$\begin{Vmatrix} R_{11}(\tau) & R_{12}(\tau) \\ R_{21}(\tau) & R_{22}(\tau) \end{Vmatrix}, \tag{3}$$

матрица спектральной плотности мощности

$$\begin{Vmatrix} S_{11}(f) & S_{12}(f) \\ S_{21}(f) & S_{22}(f) \end{Vmatrix}. \tag{4}$$

При исследовании стационарных процессов также используется функция когерентности

$$v^2(f)=\frac{|S_{12}(f)|^2}{S_{11}(f)S_{22}(f)},v^2(f)\in[0,1]. \tag{5}$$

как нормированная совместная функция четвертого порядка статистической взаимосвязи двух стационарно связанных стационарных процессов $\xi_1(\omega,t)$ и $\xi_2(\omega,t)$ в частотной области.

Белый шум. Для задач определения характеристик стационарных процессов белый шум используется:

а) при теоретических исследованиях в качестве обобщенной производной случайного процесса с независимыми приращениями и безгранично делимыми законами распределения (частные случаи, гауссовский, пуассоновский, гамма-распределение и др.);

б) при компьютерных измерительных экспериментах процесса измерения в качестве реализации дискретного белого шума как эталонного цифрового сигнала.

Отметим, что программное обеспечение формирования при компьютерных экспериментах реализаций так называемого дискретного белого шума включено в качестве базового в известнаы программные среды

Matlab, Mathcad и др., которые используются при статистическом оценивании характеристик стационарных процессов.

Эргодические процессы. В классе стационарных случайных процессов эргодические процессы являются конструктивной моделью для статистической обработки данных измерений путем использования статистического метода усреднения во времени. При этом достаточные и необходимые условия эргодичности процесса определяются отдельно для математического ожидания, корреляционной функции и одномерной функции распределения, а именно:

а) относительно математического ожидания a_1

$$\lim_{c\to\infty} \frac{2}{c}\int_0^c R(\tau)\left(1-\frac{\tau}{c}\right)d\tau = 0, \tag{6}$$

где $R(\tau)$ - автокорреляционная функция процесса $\xi(\omega,t)$;

б) относительно автокорреляционной функции $R(\tau)$

$$\lim_{c\to\infty} \frac{2}{c}\int_0^c R(s,\tau)\left(1-\frac{s}{c}\right)ds = 0, \forall\,\tau, \tag{7}$$

где автокорреляционная функция $R(s,\tau)$ является моментом четвертого порядка относительно процесса $\xi(\omega,t)$, так как сформированный случайный процесс второго порядка

$$\zeta(\omega,\tau,t) = [\xi(\omega,t) - a_1][\xi(\omega,t+\tau) - a_1] \tag{8}$$

имеет следующие характеристики

$$\mathbf{M}\zeta(\omega,\tau,t) = R(\tau) \tag{9}$$

и

$$R(s,\tau) = \mathbf{M}[(\zeta(\omega,\tau,t) - R(\tau))(\zeta(\omega,\tau,t+s) - R(s))]; \tag{10}$$

в) относительно одномерной функции распределения $F(x,t) \equiv F(x)$

$$\lim_{c\to\infty} \frac{2}{c}\int_0^c (F(x_1,x_2,\tau) - F(x_1)F(x_2))\left(1-\frac{\tau}{c}\right)d\tau = 0, \tag{11}$$

где $F(x_1,x_2,\tau)$ - двумерная функция распределения процесса $\xi(\omega,t)$.

Отметим, что все указанные условия эргодичности процесса $\xi(\omega,t)$ относительно своих характеристик выражаются через другие характеристики того же процесса, но на порядок больше. Так, для эргодичности математического ожидания процесса $\xi(\omega,t)$ требуются знания его корреляционной функции $R(\tau)$, для одномерной функции распределения $F(x)$ - знания двумерной функции распределения $F(x_1,x_2,\tau)$.

Исходные данные для постановки задачи. Рассмотрим характерные особенности определения статистических характеристик эргодического процесса по данным измерения – временного ряда как реализации исследуемого процесса. Решение такой задачи неоднозначно и определяется объемом, содержанием данных измерений и априорно известными характеристиками модели объекта исследований.

При проведении операций с данными измерений, в большинстве случаев – измерительными сигналами, используются две меры – мера исследуемой физической величины и вероятностная мера при получении статистических оценок характеристик и обосновании модели (рис. 1).

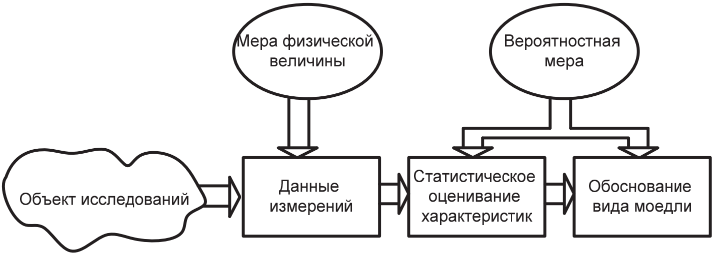

Рис. 1. Структура взаимосвязи указанных объектов при построении модели по данным измерений

При рассмотрении модели случайного процесса отметим следующее. Случайный процесс $\{\xi(\omega,t),\omega\in\Omega,t\in T\}$ является функцией двух аргументов ω и t, первым из которых $\omega\in\Omega$ является неупорядоченным аргументом на пространстве элементарных событий Ω. Такая неупорядоченность и характеризует случайность, стохастичность и, по сути, непрогнозируемость динамики процесса $\xi(\omega,t)$ во времени.

При решении задач статистического оценивания характеристик случайных процессов наибольший интерес представляет исследование динамики и характерных особенностей пространства Ω во времени, поскольку при этом используется только вероятность (вероятностная мера) качества их оценивания. Если простарнство Ω не зависит от времени, т.е. остается неизменным во времени, то имеем стационарный случай, а во всех остальных случаях – нестационарный. Известно также, что исходное (первичное) пространство Ω изменяется при различного рода преобразованиях измерительных сигналов в электронных трактах ИИС. Этот факт необходимо учитывать при статистическом оценивании характеристик случайных процессов, а именно различие пространств элементарных событий при формировании:

а) аналоговых (непрерывных) измерительных сигналов как множество реализаций соответствующих случайных процессов для рассматриваемого случая

$$\Omega_1 \Rightarrow \{x_i(t), i \in Z, t \in T\},$$

где Ω_1 является бесконечным непрерывным множеством и отображает случайность механизма формирования реализаций;

б) дискретизации по времени аналоговых сигналов $\{x_i(t)\}$

$$\Omega_2 \Rightarrow \{x_i(t_j), i, j \in Z, t_j \in T\},$$

где множество Ω_2 в общем случае не является эквивалентным множеству Ω_1. Дискретизация по времени производится не идеальными преобразователями, а реальными техническими устройствами, которые вносят свою специфическую случайность в $x_i(t_j)$ как отклик на выходе технического устройства при входном воздействии $x_i(t)$. При этом множество Ω_2 также является бесконечным непрерывным множеством;

в) квантовании по уровню сигналов $\{x_i(t_j)\}$

$$\Omega_3 \Rightarrow \{y_i(t_j), i = \overline{1,d}, j \in Z, t_j \in T\},$$

где пространство Ω_3, в отличие от Ω_1 и Ω_2, является конечным дискретным числовым множеством.

Математической моделью непрерывной реализации $x(t)$, как аналогового измерительного сигнала, является стационарный процесс $\xi(\omega, t), \omega \in \Omega_1, t \in (-\infty, \infty)$. Множества значений областей определения и значений процесса $\xi(\omega, t)$ бесконечны и имеют мощности континуума.

Рассмотрим реализации процесса $x_1(t_j)$, которые получается как результат дискретизации по времени аналогового сигнала $x_1(t)$. Математическая модель – стационарная последовательность непрерывных случайных величин вида

$$\xi(\omega, t_1), \xi(\omega, t_2), \ldots, \xi(\omega, t_j), \ldots, \omega \in \Omega_2, j \in Z$$

Множества значений областей определения и значения стационарной последовательности непрерывных случайных величин $\{\xi(\omega, t_j)\}$ также бесконечно, однако имеют различную мощность, а именно область определения – счетное (дискретное) множество, а область значений – множество (непрерывное) мощности континуума.

При квантовании по уровню значений процесса $\xi(\omega, t_j)$ имеем случайный процесс $\{\zeta(\omega, t_j), \omega \in \Omega_3, j \in Z\}$ с дискретным временем и дискретными значениями, который имеет конечное множество уровней квантования, бесконечное счетное множество элементов t_j и конечное дискретное числовое множество значений $\zeta(\omega, t_j) \in Q$.

Реализации процесса $\zeta(\omega, t_j)$ как цифровые временные ряды заданы на равномерной временной решетке с постоянным шагом $\Delta t = h$

$$0, h, 2h, ..., (n-1)h \qquad (12)$$

где $[0, T = (n-1)h]$ - временной интервал измерения ряда $y_i(t_j)$.

Исследуемый цифровой временной ряд $y_i(t_j)$ имеет вид

$$y_i(j\Delta t) = y_i(jh) = y_i(t_j), i = \overline{1, m}, j = \overline{0, n-1}, t_j \in T, \qquad (13)$$

как i-тая реализацая процесса $\zeta(\omega, t_j)$ на конечном интервале времени T.

Задача статистического оценивания характеристик стационарных процессов. *Случайная выборка объема n как конечномерная последовательность дискретных случайных величин*

$$\zeta(\omega, t_1), \zeta(\omega, t_2), ..., \zeta(\omega, t_n) = \left\{\zeta(\omega, t_j), \omega \in \Omega_3, j = \overline{1, n}\right\} \qquad (14)$$

из генеральной совокупности бесконечной последовательности дискретных случайных величин

$$\left\{\zeta(\omega, t_j), \omega \in \Omega_3, j \in \mathrm{Z}\right\}$$

является математической моделью цифрового временного ряда,заданного на равномерной временной решетке (12) в виде (13), т.е.

$$y(jh) = y(t_j), j = \overline{0, n-1}. \qquad (15)$$

Исследуемые характеристики стационарного процесса определяются соответствующими статистиками

$$\mathbf{T}_k(\zeta(\omega, t_1), ..., \zeta(\omega, t_n)), k = 1, 2, ..., g \qquad (16)$$

как однозначно определенными функциями для каждой k-той характеристики.

Тогда статистическая оценка k-той характеристики случайной последовательности (14) определяется согласно

$$\mathbf{T}_k(y(0), ..., y(t_{n-1})), \qquad (17)$$

где $y(0), ..., y(t_{n-1})$ *- временной ряд данных измерений в цифровом виде (13) как реализация (14).*

Отметим характерные особенности решения сформулированной задачи:

- при формировании первичных исходных данных измерений в виде измерительных сигналов используется мера физической величины, а для получения результата статистического оценивания характеристики процесса – вероятностная мера;

- для получения результата решения задачи статистического оценивания временных и спектральных характеристик стационарных процессов применимы как аналоговые (непрерывные), так и цифровые методы обработки данных измерений;

- при использовании статистического метода усреднения данных измерений первичными измерительными преобразователями средств измерений (ИИС) по времени необходима проверка справедливости эргодической гипотезы.

Выводы. Задача измерения характеристик стационарных процессов обоснована как задача поэтапного применения меры физических величин при формировании данных измерений и последующего использования вероятностной меры для статистического оценивания искомых характеристик.

1. *Бендат Дж., Пирсол А.* Прикладной анализ случайных данных: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 540 с., ил.
2. *Виленкин С. Я.* Статистическая обработка результатов исследования случайных функций. - М.: Энергия, 1979. – 320 с.
3. *Куликов Е.И.* Методы измерения случайных процессов. – М.: Радио и связь, 1986. – 272 с., ил.
4. Российская метрологическая энциклопедия / Ю.В. Тарбеев [и др.]. – С.-Пб.: Метрологическая академия, 2001. – 840 с.
5. *Рубичев Н.А.* Измерительные информационные системы: учебное пособие. – М.: Дрофа, 2010. – 334 с.

Поступила 19.02.2014р.

УДК 543.51:549.282

П. И. Диденко, г. Киев

ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ КВАРЦА

Abstract. Identification of structural fragments, which originate during sputtering of quartz, provides information on the nature of reactivity of quartz surface. Role of surface structural fragments, responsible for activity of quartz aerosol particles, is probably played by “dangling-bonds”. Toxicity of quartz aerosols may be caused not only by volume properties but surface ones as well.

Введение

Исследование структурных особенностей кварца приобретает актуальность в связи с экологическими проблемами [1–5]. Действие кварцевых аэрозолей на человека приводит к силикозу. Для кварца в составе золы-выноса при сгорании угля актуальным является модификация