

УДК 539.3

**ТЕРМОПРУЖНИЙ АНАЛІЗ ТЕПЛООБМІНУ ШАРУВАТИХ
КОМПОЗИТНИХ ПОЛОГИХ ОБОЛОНОК***У. В. ЖИДИК**Національний університет "Львівська політехніка"*

Для дослідження термопружного стану прямокутної в плані пологої ортотропної шаруватої композитної сферичної оболонки використано двовимірну математичну модель зсувної теорії пружності зі шістьма степенями свободи та двовимірні рівняння теплопровідності за лінійного розподілу температури за товщиною. Методами інтегральних перетворень Лапласа та Фур'є побудовано замкнутий аналітичний розв'язок нестационарної задачі теплопровідності та квазістатичної задачі термопружності для оболонки зі шарнірно опертими краями. Визначено прогини і напруження в оболонках залежно від анізотропних властивостей матеріалу, розташування шарів, часу та коефіцієнта тепловіддачі.

Ключові слова: *термопружний аналіз, шаруваті пологі оболонки, температурне навантаження.*

To study the thermoelastic state of a rectangular in plan shallow orthotropic layered composite and a sandwich spherical shell, a two-dimensional mathematical model of the shear theory of elasticity with six degrees of freedom and two-dimensional heat conduction equations with a linear temperature distribution over the thickness were used. Using the methods of Fourier and Laplace integral transforms, a closed analytical solution of the unsteady heat conduction problem and the quasi-static thermoelasticity problem for a hinged shell were constructed. The temperature field, displacements and stresses in the shells were calculated depending on the anisotropic properties of the material, the layering structure, the time parameter and the heat transfer coefficient.

Keywords: *thermoelastic analysis, layered hollow shells, temperature load.*

Вступ. Тонкостінні елементи шаруватих конструкцій часто використовують у багатьох галузях сучасної техніки, зокрема, в аерокосмічній та будівельній індустрії, щоб підвищити їх міцність та жорсткість, а також захистити від низької високотемпературних впливів. Тому важливо розрахувати в них температурні напруження.

Тонкостінні елементи конструкцій зі сучасних неоднорідних матеріалів вивчали багато вчених [1–3]. Зокрема, розроблені [3, 4] математичні моделі та побудовані [4, 5] аналітичні розв'язки задач термопружності неоднорідних оболонок з урахуванням анізотропних властивостей та поперечних зсувних і нормальних деформацій. Тривимірні рівняння термопружності використали [6–8] для дослідження реакції товстостінних оболонок на температурні і силові навантаження. Визначали [9] розподіл температури та напружень у порожнистому циліндрі, беручи до уваги залежність властивостей матеріалу від температури. Числові методи використовували для дослідження температурної тривкості тонкостінних циліндричних оболонок [10] та реакції сандвіч-панелі з функціонально градієнтним середнім шаром на термічний удар [11]. Вивчали [12] напружено-деформований стан пологої оболонки шаруватої структури за дії гідротермомеханічного

навантаження. Детальніший огляд різних моделей і методів дослідження тонко-стінних елементів конструкцій з неоднорідних матеріалів наведено в працях [13–15].

Нижче на основі двовимірних рівнянь термопружності уточненої теорії оболонок та рівнянь теплопровідності досліджено термопружний стан прямокутної в плані пологої тришарової ортотропної сферичної оболонки за нагріву зовнішнім середовищем шляхом конвективного теплообміну.

Формулювання задачі та основні рівняння. Розглянемо прямокутну в плані з розмірами $a \times b$ пологу оболонку сталої товщини $2h$, складену з N ідеально скріплених між собою тонких однорідних ортотропних шарів, які мають різні товщину h_k і властивості q_k ($k=1,2,\dots,N$). Фізико-механічні характеристики

оболонки подамо так [2]: $q(z) = q_1 + \sum_{k=1}^{N-1} (q_{k+1} - q_k) S_+(z - z_k)$, де $S_+(x)$ – асиметрична одинична функція, $z_k = -h + \sum_{s=1}^k h_s$ – координата межі поділу шарів. Точки

оболонки належать до ортогональної системи координат x, y, z , початок яких знаходиться в середній поверхні ($z=0$). Для неї приймемо, що коефіцієнти першої квадратичної форми дорівнюють одиниці, головні кривини сталі, а лінії цих кривин збігаються з координатними. В заданій системі координат оболонка займає область $[0, a] \times [0, b] \times [-h, h]$.

Нехай у початковий момент часу температура оболонки дорівнює нулю. З моменту, коли $\tau > 0$, вона нагрівається середовищем, температура якого на поверхні $z = +h$ становить $t_z^+(x, y, \tau) = t_c^+(x, y) t^+(\tau)$, а на поверхні $z = -h$ – $t_z^-(x, y, \tau) = t_c^-(x, y) t^+(\tau)$. Між середовищем і цими поверхнями відбувається конвективний теплообмін з коефіцієнтами тепловіддачі, відповідно, α^+ і α^- . Для дослідження термопружного стану оболонки використаємо диференціальні рівняння термопружності неоднорідних анізотропних оболонок [3] зі шістьма степенями свободи і теплопровідності за лінійної залежності температури від поперечної координати.

Рівняння термопружності. Для пологих оболонок рівняння рівноваги в узагальнених переміщеннях $u_1, u_2, w, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ запишемо в операторній формі:

$$\sum_p^6 L_{sp} y_p = b_s \quad (s, p = 1, 2, \dots, 6), \quad (1)$$

де $y_1 = u_1, y_2 = u_2, y_3 = w, y_{3+i} = \gamma_i$ ($i=1, 2, 3$); u_1, u_2, w – переміщення середньої поверхні; γ_1, γ_2 – кути повороту нормалі; γ_3 – нормальна деформація. Диференціальні оператори L_{sp} ($L_{sp} = L_{ps}$) і вільні члени b_s мають вигляд

$$\begin{aligned} L_{11} &= A_{11} \partial_{11}^2 + A_{66} \partial_{22}^2, \quad L_{12} = (A_{12} + A_{66}) \partial_{12}^2, \quad L_{13} = (A_{11} k_1 + A_{12} k_2) \partial_1, \\ L_{14} &= B_{11} \partial_{11}^2 + B_{66} \partial_{22}^2, \quad L_{15} = (B_{12} + B_{66}) \partial_{12}^2, \quad L_{16} = A_{13} \partial_1, \quad L_{26} = A_{23} \partial_2, \\ L_{22} &= A_{66} \partial_{11}^2 + A_{22} \partial_{22}^2, \quad L_{23} = (A_{12} k_1 + A_{22} k_2) \partial_2, \quad L_{24} = (B_{12} + B_{66}) \partial_{12}^2, \\ L_{25} &= B_{66} \partial_{11}^2 + B_{22} \partial_{22}^2, \quad L_{34} = (B_{11} k_1 + B_{12} k_2 - k' A_{55}) \partial_1, \\ L_{33} &= -[k' A_{55} \partial_{11}^2 + k' A_{44} \partial_{22}^2 - k_1^2 A_{11} - k_2^2 A_{22} - 2k_1 k_2 A_{12}], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_{35} &= (B_{12}k_1 + B_{22}k_2 - k'A_{44})\partial_2, \quad L_{36} = -\left[k'B_{55}\partial_{11}^2 + k'B_{44}\partial_{22}^2 - k_1A_{13} - k_2A_{23}\right], \\
L_{44} &= D_{11}\partial_{11}^2 + D_{66}\partial_{22}^2 - k'A_{55}, \quad L_{45} = (D_{12} + D_{66})\partial_{12}^2, \quad L_{46} = (B_{13} - k'B_{55})\partial_1, \\
L_{55} &= D_{66}\partial_{11}^2 + D_{22}\partial_{22}^2 - k'A_{44}, \quad L_{56} = (B_{23} - k'B_{44})\partial_2, \\
L_{66} &= -\left[k'D_{55}\partial_{11}^2 + k'D_{44}\partial_{22}^2 - A_{33}\right], \\
b_1 &= A_{11}^t\partial_1T_1 + B_{11}^t\partial_1T_2 / h, \quad b_2 = A_{22}^t\partial_2T_1 + B_{22}^t\partial_2T_2 / h, \\
b_3 &= (k_1A_{11}^t + k_2A_{22}^t)T_1 + (k_1B_{11}^t + k_2B_{22}^t)T_2 / h, \quad b_4 = B_{11}^t\partial_1T_1 + D_{11}^t\partial_1T_2 / h, \\
b_5 &= B_{22}^t\partial_2T_1 + D_{22}^t\partial_2T_2 / h, \quad b_6 = A_{33}^tT_1 + B_{33}^tT_2 / h.
\end{aligned}$$

$$\text{Тут} \quad \{A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}\} = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} c_{ij}^{(k)} \{1, z, z^2\} dz; \quad \{A_{ii}^t, B_{ii}^t, D_{ii}^t\} = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \beta_{ii}^{t(k)} \{1, z, z^2\} dz;$$

$\beta_{ii}^{t(k)} = \sum_{j=1}^3 c_{ij}^{(k)} \alpha_{jj}^{t(k)}$, ($i=1,2,3$); $c_{ij}^{(k)}$ – коефіцієнти пружності [16], $\alpha_{ii}^{t(k)}$ – коефіцієнти лінійного теплового розширення і h_k – товщина k -го шару;

$$T_n = \frac{2n-1}{2h^n} \int_{-h}^h tz^{n-1} dz \quad (n=1,2); \quad t(x,y,z,\tau) \text{ – приріст температури; } k' \text{ – коефіцієнт}$$

зсуву [5]; k_1, k_2 – головні кривини; $\partial_1 = \partial/\partial x$; $\partial_2 = \partial/\partial y$.

За відомими узагальненими переміщеннями напруження визначаємо за формулами Дюгамеля–Неймана [16].

Рівняння теплопровідності. Інтегральні характеристики температури T_1, T_2 у вільних членах системи (1) визначимо з відповідних рівнянь теплопровідності за граничних умов, заданих на поверхнях та краях оболонки. За лінійної залежності температури від поперечної координати та конвективного теплообміну на поверхнях оболонки $z = \pm h$ ці рівняння запишемо так [3]:

$$\begin{aligned}
\Delta_{(1)}T_1 - \varepsilon_1^t T_1 + \Delta_{(2)}T_2 + \left(\frac{2k_0A_{33}^\lambda}{h} - \varepsilon_2^t\right)T_2 - A^c \frac{\partial T_1}{\partial \tau} - B^c \frac{\partial T_2}{\partial \tau} &= -f_1, \\
\Delta_{(2)}T_1 - \varepsilon_2^t T_1 + \Delta_{(3)}T_2 + \left(\frac{2k_0B_{33}^\lambda}{h} - \frac{A_{33}^\lambda}{h^2} - \varepsilon_1^t\right)T_2 - B^c \frac{\partial T_1}{\partial \tau} - D^c \frac{\partial T_2}{\partial \tau} &= -f_2, \quad (2)
\end{aligned}$$

де

$$\{A_{ii}^\lambda, B_{ii}^\lambda, D_{ii}^\lambda\} = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \lambda_{ii}^{(k)} \{1, z/h, (z/h)^2\} dz, \quad (i=1,2,3);$$

$$\{A^c, B^c, D^c\} = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} c_v^{(k)} \{1, z/h, (z/h)^2\} dz;$$

$$\Delta_{(1)} = A_{11}^\lambda \partial_{11}^2 + A_{22}^\lambda \partial_{22}^2; \quad \Delta_{(2)} = B_{11}^\lambda \partial_{11}^2 + B_{22}^\lambda \partial_{22}^2; \quad \Delta_{(3)} = D_{11}^\lambda \partial_{11}^2 + D_{22}^\lambda \partial_{22}^2;$$

$$f_n = t_1^z \varepsilon_n^t + t_2^z \varepsilon_{3-n}^t = f_n^z(x,y) f^t(\tau); \quad \varepsilon_n^t = (\alpha^+ - (-1)^n \alpha^-);$$

$$t_n^z = \frac{1}{2} \left(t_z^+ - (-1)^n t_z^- \right), \quad (n=1,2); \quad k_0 = \frac{k_1 + k_2}{2};$$

$\lambda_{ii}^{(k)}$, $c_v^{(k)}$ – відповідно, коефіцієнти теплопровідності та об'ємної питомої теплоємності k -го шару.

Для однозначності розв'язку систем (1) і (2) необхідно задати відповідні граничні умови для механічних і температурних функцій, а також початкові умови для температури:

$$\text{для } x=0, a: \quad u_2 = w = \gamma_2 = 0, \quad N_{11} = M_{11} = 0, \quad (3)$$

$$T_1 = T_2 = 0; \quad (4)$$

$$\text{для } y=0, b: \quad u_1 = w = \gamma_1 = 0, \quad N_{22} = M_{22} = 0, \quad (5)$$

$$T_1 = T_2 = 0; \quad (6)$$

$$\text{для } \tau=0: \quad T_1 = T_2 = 0. \quad (7)$$

Тут N_{ii} і M_{ii} – нормальні зусилля і згинні моменти, відповідно [3].

Метод розв'язування. Розв'язок системи рівнянь теплопровідності (2) за умов (4), (6) і (7) знаходимо шляхом інтегрального перетворення Лапласа за часом і скінченного перетворення Фур'є за координатами. Тоді одержимо:

$$T_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{i \neq j=1}^2 \frac{Z_j(\tau') \left[(C_3 p_j - g_4) F_{1nm} - (C_2 p_j - g_2) F_{2nm} \right]}{C^* (p_j - p_i)} \sin \frac{\pi n}{a} x \sin \frac{\pi m}{b} y,$$

$$T_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{i \neq j=1}^2 \frac{Z_j(\tau') \left[(C_1 p_j - g_1) F_{2nm} - (C_2 p_j - g_3) F_{1nm} \right]}{C^* (p_j - p_i)} \sin \frac{\pi n}{a} x \sin \frac{\pi m}{b} y, \quad (8)$$

де

$$F_{jmn} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b f_j^z(x, y) \sin \frac{\pi n}{a} x \sin \frac{\pi m}{b} y dx dy; \quad Z_j(\tau') = \int_0^{\tau'} f^t(v) e^{-p_j(\tau'-v)} dv \quad (j=1,2);$$

$$g_1 = \Lambda_{11}^{(1)} \mu_n^2 + \Lambda_{22}^{(1)} \mu_m^2 + \text{Bi}_1; \quad g_2 = \Lambda_{11}^{(2)} \mu_n^2 + \Lambda_{22}^{(2)} \mu_m^2 - \delta_0 \Lambda_{33}^{(1)} + \text{Bi}_2;$$

$$\mu_n = \frac{\pi n h}{a}; \quad \mu_m = \frac{\pi m h}{b}; \quad g_3 = \Lambda_{11}^{(2)} \mu_n^2 + \Lambda_{22}^{(2)} \mu_m^2 + \text{Bi}_2;$$

$$g_4 = \Lambda_{11}^{(3)} \mu_n^2 + \Lambda_{22}^{(3)} \mu_m^2 + \Lambda_{33}^{(1)} - \delta_0 \Lambda_{33}^{(2)} + \text{Bi}_1; \quad \delta_0 = 2k_0 h; \quad \text{Bi}_j = \frac{\varepsilon_j^t h}{2\lambda_0} \quad (j=1,2);$$

$$\{ \Lambda_{ii}^{(1)}, \Lambda_{ii}^{(2)}, \Lambda_{ii}^{(3)} \} = \frac{1}{2h\lambda_0} \{ A_{ii}^\lambda, B_{ii}^\lambda, D_{ii}^\lambda \} \quad (i=1,2,3);$$

$$\{ C_1, C_2, C_3 \} = \frac{1}{2hc_v^0} \{ A^c, B^c, D^c \}; \quad C^* = C_1 C_3 - (C_2)^2;$$

$\tau' = \frac{\lambda_0}{c_v^0 h^2} \tau$; λ_0 і c_v^0 – деякі характерні коефіцієнти теплопровідності і теплоємності;

Bi – безрозмірний коефіцієнт тепловіддачі; $-p_1$ і $-p_2$ – корені квадратного рів-

няння $C^* p^2 + [C_1 g_4 + C_3 g_1 - C_2 (g_3 + g_2)] p + g_1 g_4 - g_2 g_3 = 0$, які, як випливає з числового аналізу, є дійсними.

Розв'язок системи рівнянь рівноваги (1), який задовольняє граничні умови (3) і (5) за відомого температурного поля (8), знаходимо також методом скінченного перетворення Фур'є.

Аналіз результатів. Числові дослідження виконували для тришарової сферичної оболонки з товщинами, відповідно, h_1 , h_2 і h_3 . На її поверхнях $z = \pm h$ задали такі функції розподілу температури середовищ:

$$t_c^+(x, y) = t^* [S_-(x - (x_0 - a_0)) - S_+(x - (x_0 + a_0))] [S_-(y) - S_+(y - b)],$$

$$t_c^-(x, y) = 0, \quad t^+(\tau) = e^{-\beta^* \tau},$$

де $S_{\pm}(x)$ – асиметричні одиничні функції [2]; $2a_0$ – ширина смуги нагріву; x_0 – координата її середини; $t^*, \beta^* = \text{const}$.

Вважали, що коефіцієнти теплообміну через поверхні $z = \pm h$ рівні між собою: $\alpha^+ = \alpha^- = \alpha_z$. Розглядали тришарові оболонки регулярної ($h_1 = h_2 = h_3$) типу ($0^\circ / 90^\circ / 0^\circ$) і нерегулярної ($h_1 = h_3; h_2 = 4h_1$) типу ($0^\circ / \text{core} / 0^\circ$), ($90^\circ / \text{core} / 90^\circ$), ($0^\circ / \text{core} / 90^\circ$) структур. Матеріалом оболонок першого типу був композит з такими фізико-механічними властивостями [4]: $\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23} = 0,25$; $G_{23}/E_2 = 0,2$; $G_{12}/E_2 = G_{13}/E_2 = 0,5$; $E_1/E_2 = 2 + 25$; $E_3 = E_2$; $\alpha_{22}^t/\alpha_{11}^t = 5 + 20$; $\alpha_{33}^t = \alpha_{22}^t$; $\lambda_{11}/\lambda_{22} = 2$; $\lambda_{33} = \lambda_{22}$. Властивості матеріалу оболонок другого типу такі: для лицевих шарів – $E_1 = 172,4 \text{ GPa}$; $E_2 = E_3 = 6,89 \text{ GPa}$; $\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23} = 0,25$; $G_{12} = G_{13} = 3,45 \text{ GPa}$; $G_{23} = 1,378 \text{ GPa}$; $\lambda_{11} = 3 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$; $\lambda_{33} = \lambda_{22} = 1 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$; $\alpha_{11}^t = \alpha_{33}^t = 0,1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$; $\alpha_{22}^t = 2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$; для середнього шару (core) – $E_3 = 3,45 \text{ GPa}$; $E_1 = E_2 = 0,276 \text{ GPa}$; $\nu_{12} = \nu_{31} = \nu_{32} = 0,25$; $G_{23} = G_{13} = 0,414 \text{ GPa}$; $G_{12} = 0,1104 \text{ GPa}$; $\alpha_{11}^t = \alpha_{33}^t = 0,1 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$; $\alpha_{22}^t = 0,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$; $\lambda_{11} = \lambda_{22} = 1 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$; $\lambda_{33} = 2 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$.

Значення інших параметрів такі: $a/b = 1$; $hk_1 = hk_2 = 0,05$; $a_0/a = 0,25$; $E_0 = 1 \text{ GPa}$; $\alpha_0^t = 10^{-6} \text{ K}^{-1}$; $k' = 5/6$; $x_0 = a/2$.

Обчислювали безрозмірні прогини $w' = \frac{10w}{h\alpha_0^t t^*}$ для $x = 0,5a$; $y = 0,5b$; $z = 0$ і

нормальні напруження $\sigma'_j = \frac{\sigma_{jj}}{E_0 \alpha_0^t t^*}$ ($j = 1, 2$) для $x = 0,5a$; $y = 0,5b$; $z = h$.

Для композитних оболонок регулярної структури ($0^\circ / 90^\circ / 0^\circ$) проілюстровано (рис. 1) зміну прогинів w' і нормальних напружень σ'_1 , σ'_2 залежно від відношення модулів пружності E_1/E_2 за різних відношень коефіцієнтів лінійного теплового розширення $\alpha_2^t/\alpha_1^t = 5; 10; 15$ і 20 при $Bi = h\alpha_z/\lambda_0 = 1$; $\tau' = 0,4$; $\beta^* = 1$. Прогини w' (рис. 1a) і напруження σ'_2 (рис. 1c) зі збільшенням відношення E_1/E_2 монотонно зменшуються, а напруження σ'_1 (рис. 1b) досягають макси-

муму за певного його значення. Зі зміною відношення α_2^t/α_1^t напруження σ_2' залишаються стискальними, а напруження σ_1' змінюють знак.

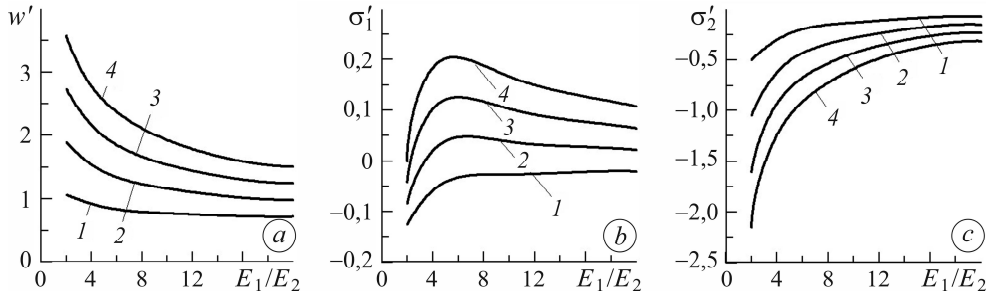


Рис. 1. Вплив анізотропії матеріалу (E_1/E_2) на безрозмірні прогин w' (a)

та нормальні σ_1' (b) і σ_2' (c) напруження в тришаровій ($0^\circ/90^\circ/0^\circ$)

композитній оболонці: 1 – $\alpha_1^t/\alpha_2^t = 5$; 2 – 10; 3 – 15; 4 – 20.

Fig. 1. Effect of material anisotropy (E_1/E_2) on the dimensionless deflection w' (a)

and normal σ_1' (b) and σ_2' (c) stresses in a three layered ($0^\circ/90^\circ/0^\circ$) composite shell:

1 – $\alpha_1^t/\alpha_2^t = 5$; 2 – 10; 3 – 15; 4 – 20.

Зміну напружень у тришаровій оболонці нерегулярної структури ($0^\circ/\text{core}/0^\circ$) залежно від безрозмірного часу τ' для $\beta^* = 0,1; 0,5; 1$ і 2 демонструє рис. 2. Якщо $\tau' < 0,4$, графіки мають екстремуми. З плином часу напруження зменшуються і прямують до сталого значення, причому швидше для більших значень β^* .

Рис. 2. Залежність безрозмірних нормальних напружень σ_1' (a) і σ_2' (b) від безрозмірного часу τ' для тришарової оболонки ($0^\circ/\text{core}/0^\circ$):

1 – $\beta^* = 0,1$; 2 – 0,5;
3 – 1; 4 – 2.

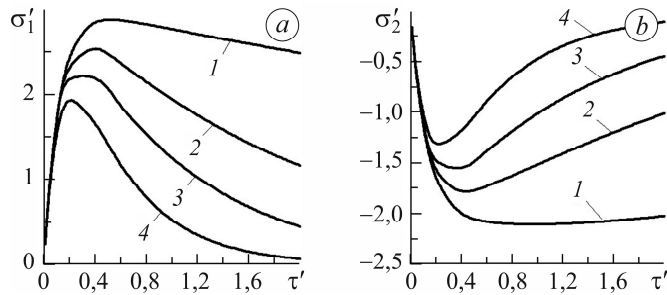


Fig. 2. Dependence of dimensionless normal stresses σ_1' (a) and σ_2' (b) on dimensionless

time τ' for sandwich shells ($0^\circ/\text{core}/0^\circ$): 1 – $\beta^* = 0,1$; 2 – 0,5; 3 – 1; 4 – 2.

Зміну напруження σ_2' залежно від безрозмірної поперечної координати $z' = z/h$ для $\tau' = 0,4$; $\beta^* = 1$; $Vi = 1$ і трьох типів сандвіч-оболонки ($0^\circ/\text{core}/90^\circ$), ($0^\circ/\text{core}/0^\circ$) і ($90^\circ/\text{core}/90^\circ$) ілюструє рис. 3. Напруження в шарах лінійні і на лінії поділу терплять розрив. Найбільшого розриву зазнають оболонки несиметричної структури ($0^\circ/\text{core}/90^\circ$). У симетричних напруження в лицевих шарах

мають протилежні знаки, а в несиметричній – однакові, причому найвищі стискальні напруження виявили у верхньому шарі.

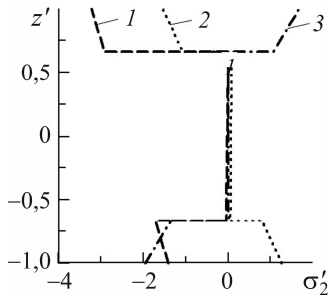


Рис. 3. Залежність безрозмірного нормального напруження σ'_2 від радіальної координати z' :
1–3 – оболонки типів $(0^\circ/\text{core}/90^\circ)$, $(0^\circ/\text{core}/0^\circ)$
і $(90^\circ/\text{core}/90^\circ)$, відповідно.

Fig. 3. Dependence of dimensionless normal stresses σ'_2 on dimensionless radial coordinate z' :
1–3 – shells of types $(0^\circ/\text{core}/90^\circ)$, $(0^\circ/\text{core}/0^\circ)$
and $(90^\circ/\text{core}/90^\circ)$, respectively.

Вплив коефіцієнта тепловіддачі Bi на прогини w' сандвіч-оболонки досліджуваних типів ілюструє рис. 4. Для обчислень брали: $\tau' = 0,4$; $\beta^* = 1$. Для оболонок несиметричної структури прогини більші і з ростом тепловіддачі зростають інтенсивніше.

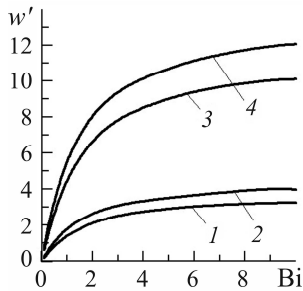


Рис. 4. Залежність безрозмірного прогину w' від коефіцієнта тепловіддачі Bi :
1–4 – оболонки типів $(90^\circ/\text{core}/90^\circ)$; $(0^\circ/\text{core}/0^\circ)$;
 $(90^\circ/\text{core}/0^\circ)$ і $(0^\circ/\text{core}/90^\circ)$, відповідно.

Fig. 4. Dependence of dimensionless deflection w' on the Biot number Bi : 1–4 – shells of types $(90^\circ/\text{core}/90^\circ)$; $(0^\circ/\text{core}/0^\circ)$; $(90^\circ/\text{core}/0^\circ)$ and $(0^\circ/\text{core}/90^\circ)$, respectively.

ВИСНОВКИ

З використанням двовимірних рівнянь теплопровідності та термопружності уточнено зсувної теорії першого порядку розвинуто методику дослідження температурних полів і напружено-деформованого стану в кусково-однорідних ортотропних пологих сферичних оболонках зі шарнірно опертими краями. Вивчено прямокутні в плані композитні оболонки регулярної і сандвіч-оболонки нерегулярної структури, які нагріваються зовнішнім середовищем шляхом конвективного теплообміну. Виявлено вплив анізотропії матеріалу, порядку розміщення шарів, коефіцієнта тепловіддачі та безрозмірного часу на прогини та напруження в оболонках. Встановлено, що переміщення і напруження в сандвіч-оболонках несиметричної структури значно більші, ніж в аналогічних симетричній.

1. *Encyclopedia of Thermal Stresses* / Ed. R. Hetnarski. – Dordrecht: Springer, 2014. – 6726 p.
2. Коляно Ю. М. Методи теплопровідності та термопружності неоднорідних тіл. – К.: Наук. думка, 1992. – 280 с.
3. Моделювання термопружних процесів в неоднорідних анізотропних оболонках з початковими деформаціями / Р. М. Кушнір, М. М. Николишин, У. В. Жидик, В. М. Флячок // Мат. методи і фіз.-мех. поля. – 2010. – 53, № 2. – С. 122–136.

4. *Shinde B. M. and Sayyad A. S.* Thermoelastic analysis of laminated composite and sandwich shells considering the effects of transverse shear and normal deformations // *J. Thermal Stresses*. – 2020. – **43**, № 10. – P. 1234–1257.
5. *Kushnir R. M., Zhydyk U. V., and Flyachok V. M.* Thermoelastic state of a heterogeneous orthotropic cylindrical shell with an open profile under transient heating // *Materials Science*. – 2023. – **59**, № 2. – P. 170–179.
6. *Three-dimensional* thermoelastic analysis of orthotropic laminated cylindrical shells subjected to uniformly localized thermal boundary conditions / L. Yang, S. Du, F. He, and Z. Zhang // *J. Thermal Stresses*. – 2023. – **46**, № 11. – P. 1227–1247.
7. *Harmatiy G. Yu. and Kalynyak B. M.* Influence of thermal sensitivity of materials on the thermal stressed state of a three-layer hollow cylinder under the conditions of convective heat exchange // *Materials Science*. – 2022. – **58**, № 3. – P. 385–394.
8. *Tokovyy Y. V., Chyzh A. I., and Ma C. C.* Thermal analysis of radially-inhomogeneous hollow cylinders vs cylindrical shells // *Proc. of the sixth ACMFMS*. – Taiwan, 2018. – P. 216–219.
9. *Thermoelastic* interaction in functionally graded thick hollow cylinder with temperature-dependent properties / Y. Z. Wang, D. Liu, Q. Wang, and J. Z. Zhou // *J. Thermal Stresses*. – 2018. – **41**, № 4. – P. 399–417.
10. *Stability* of thin cylindrical shells under coupled thermoelastic assumption / H. Eliasi, G. H. Payganeh, M. Shahgholi, and M. R. Eslami // *J. Thermal Stresses*. – 2023. – **46**, № 10. – P. 1003–1021.
11. *Pandey S. and Pradyumna S.* Transient stress analysis of sandwich plate and shell panels with functionally graded material core under thermal shock // *J. Thermal Stresses*. – 2018. – **41**, № 5. – P. 543–567.
12. *Sayyad A. M. and Kant T.* Hygro-thermo-mechanical analysis of sandwich shallow shells considering the effects of transverse normal strain // *J. Thermal Stresses*. – 2023. – **46**, № 7. – P. 639–671.
13. *Dewangan H. C., Panda S. K., and Sharma N.* A review of linear and nonlinear structural responses of laminated flat/curved panels with and without cutout under thermo-mechanical loading // *Compos. Struct.* – 2023. – **303**. – P. 116–340.
14. *Thai H. T. and Kim S. E.* A review of theories for the modeling and analysis of functionally graded plates and shells // *Compos. Struct.* – 2015. – **128**. – P. 70–86.
15. *Swaminathan K. and Sangeetha D. M.* Thermal analysis of FGM plates – A critical review of various modeling techniques and solution methods // *Compos. Struct.* – 2017. – **160**. – P. 43–60.
16. *Hetnarski R. B. and Eslami M. R.* *Thermal Stresses – Advanced Theory and Applications*. – New York: Springer, 2009. – 560 p.

Одержано 24.09.2024