

П.П.Гонтаровський, Н.В.Сметанкіна,
Н.Г.Гармаш, І.І.Мележик, Т.В.Протасова

ОЦІНКА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПОЛЕГШЕНОЇ
ОБИЧАЙКИ ПАЛИВНОГО БАКА ВАФЕЛЬНОЇ КОНСТРУКЦІЇ
РАКЕТИ-НОСІЯ

*Інститут проблем машинобудування ім. А.М.Підгорного НАН України,
вул. Пожарського, 2/10, 61046, Харків, Україна; e-mail: garm.nataly@gmail.com*

Abstract. A new lightweight model of the waffle design fuel tank shell of a launch vehicle, which is one of the most critical and expensive components of rocket and space technology, is proposed. A study of its stress-strain state is carried out. The obtained results of computational studies can be used to assess the stress-strain state of structural members of rocket and space technology to improve its reliable and safe operation.

Key words: fuel tank, stress-strain state, plastic strain, strength, finite element method.

Вступ.

На сучасному етапі розвитку ракетно-космічної техніки актуальним завданням є удосконалення конструкційних елементів та підвищення їх надійності і безпеки експлуатації [1, 2, 12]. При цьому дуже важливим є також зменшення витрат при виготовленні нових моделей та скорочення строків їх впровадження. Проведення експериментального моделювання процесів досить трудомістке [22] і потребує спеціального обладнання, тому особливого значення набуває заміна випробувань проєктованих зразків їх розрахунковими дослідженнями [13, 18]. Паливні баки ракет-носіїв – одні з найбільш відповідальних і дорогих вузлів ракетно-космічної техніки [4, 8], для яких важливим чинником є зменшення ваги. Багатоступеневі твердопаливні ракети дозволяють проводити доставку важливих вантажів на орбіту за рахунок скидання відпрацьованих ступеней, як непотрібного баласту. При тривалому зберіганні відбувається деформація твердого палива, що може призвести до порушень характеристик роботи ракети-носія. Тому в сучасних космічних ракетах використовуються двигуни, які працюють на рідкому паливі з окиснювачем, що знаходяться у паливних баках. На орбіту може бути доставлено тим більше корисного вантажу, чим легшими будуть паливні баки, тому вони виготовляються із легких алюмінієвих сплавів і представляють собою тонкостінні конструкції, які підкріплені великою кількістю стрингерів і шпангоутів. Місця різкого перепаду товщини стінок являються концентраторами напружень і деформацій, тому коректно оцінювати їх напружено-деформований стан (НДС) можливо лише у тривимірній постановці [7, 8].

Широкого використання набули паливні баки вафельної конструкції (на рис. 1 наведено загальний вигляд бака). Слід відмітити, що вони далекі від оптимальних за вагою. На сучасному етапі розвитку техніки розповсюдження набувають матеріали з новими функціональними властивостями [19, 20], при цьому в аерокосмічній галузі широко застосовуються різноманітні композиційні матеріали, які дозволяють поряд із високою міцністю отримати конструкції малої ваги із різними додатковими можливостями [17, 21]. Запропоновані композитні конструкції для стінок баків [7], однак на цей час для них не розроблені технології виготовлення і вони не пройшли апробацію в експлуатації.

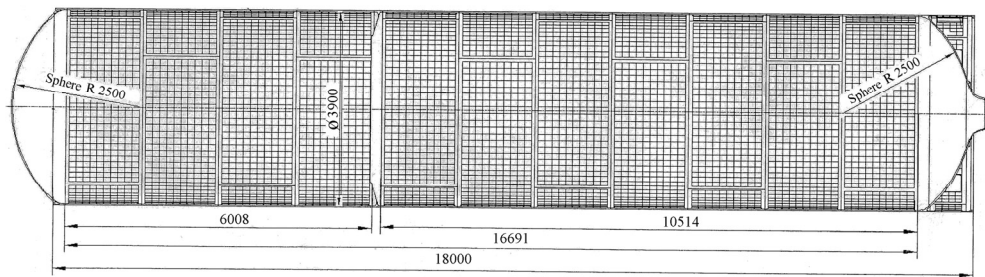


Рис. 1

Для визначення НДС паливних баків ракет-носіїв, оскільки вони досить тонкостінні, використовувалися оболонкові розрахункові схеми. При цьому паливні баки вафельної конструкції не являються строго осесиметричними, оскільки мають потовщення і зварні шви в осьовому напрямку. При розрахунках методом скінченних елементів (МСЕ) лише однієї обичайки вафельної конструкції у тривимірній постановці необхідна дискретизація на декілька десятків тисяч елементів [7, 8].

Тому використання тривимірної розрахункової схеми для всього бака з урахуванням концентраторів напружень проблематичне навіть для комп'ютерів великої потужності. Крім того, необхідно враховувати пружно-пластичні деформації матеріалу бака, що потребує використання ітераційних процесів розв'язання задач теорії пластичності.

Для зменшення обчислювальних затрат для баків вафельної конструкції використовувалися розрахункові схеми з усередненням жорсткісних властивостей стрінгерів і шпангоутів [7]. Розрахунки показали, що відхилення від осесиметричної розрахункової схеми не вносять суттєвих помилок в отримані результати. Тому використання циклічно-симетричної тривимірної розрахункової моделі цілком виправдане, особливо враховуючи той факт, що це дозволяє в десятки тисяч разів зменшити обчислювальні затрати [8].

1. Постановка задачі.

Моделювання кінетики термонапруженого стану в елементах аерокосмічних конструкцій у тривимірній постановці зі складними властивостями матеріалу, з урахуванням пластичних деформацій потребує врахування конструктивних особливостей та реальних умов навантаження [9, 10]. Для цього застосовуються різні математичні методи [14, 15]. У даній роботі використовується розроблена на основі методу скінченних елементів [24] спеціальна розрахункова методика та програмний комплекс, які дозволяють розглядати конструкції різного рівня складності [6, 11, 16] з урахуванням реальних умов навантаження [5].

Початково-крайова нестационарна задача термомеханіки розв'язується методом кроків за часом. На кожному з цих кроків можливі ітерації для визначення параметрів лінеаризованих задач. Система рівнянь методу скінченних елементів розв'язується методом квадратного кореня з урахуванням змінної ширини стрічки, при цьому коефіцієнти системи рівнянь визначаються за допомогою двохвузлових квадратур Гаусса.

Для розв'язання задачі механіки використовується варіант інкрементальної теорії модифікованого підходу Лагранжа із використанням модифікованих тензорів напружень Кірхгофа і тензорів деформацій Гріна [23].

Лінеаризоване рівняння фізичного закону

$$\Delta^* \sigma_{ij} = C_{ijkl} \Delta^* \varepsilon_{ij} + \Delta^* \sigma_{ij}^0$$

представляє собою тензор приросту деформацій у вигляді суми пружної, температурної та пластичної компонент

$$\Delta^* \varepsilon_{ij} = \Delta \varepsilon_{ij}^e + \Delta \varepsilon_{ij}^T + \Delta \varepsilon_{ij}^p.$$

Приріст пружних деформацій визначається за законом Гука

$$\Delta \varepsilon_{ij}^e = A_{ijkl}(T^{(n+1)}) \Delta^* \sigma_{kl} + \Delta A_{ijkl}^* \sigma_{kl},$$

де A_{ijkl} – тензор пружної податливості матеріалу при температурі в кінці $n+1$ кроку за часом

$$\Delta A_{ijkl} = A_{ijkl}(T^{(n+1)}) - A_{ijkl}(T^{(n)}).$$

Приріст компонент температурних деформацій:

$$\Delta \varepsilon_{ii}^T = \alpha_i (T^{(n+1)}) \cdot T^{(n+1)} - \alpha_i (T^{(n)}) \cdot T^{(n)}; \quad \Delta \varepsilon_{ij}^T = 0, \quad i \neq j.$$

Приріст компонент пластичної деформації залежить від теорії, яка використовується. Для ізотропного матеріалу з ізотропним зміцненням при активному навантаженні компоненти приросту пластичної деформації обчислюються за співвідношеннями [3]

$$\Delta \varepsilon_{ij}^p = \left(\frac{3}{2\sigma_i} \right)^2 \left(\frac{1}{E_k} - \frac{1}{E} \right) \cdot S_{ij} \left(S_{km} \Delta \sigma_{km} + \frac{2(\sigma_i - \sigma_T)}{3} \right),$$

де σ_i і σ_T – інтенсивність напружень і границя текучості на початку кроку; E , E_k – модуль Юнга та дотичний модуль, які визначаються по діаграмі деформування матеріалу в кінці кроку за часом; S_{ij} – девіатор напружень. Використання модифікованих тензорів деформацій і напружень дозволяє використовувати традиційні теорії пластичності, оскільки умови нестискання матеріалу будуть наближено виконані.

Програмний комплекс «CUB» реалізовано в оболонці Visual C++ у вигляді двох модулів, перший з яких здійснює ввід вхідної інформації, обчислює координати скінченних елементів, визначає структуру матриці системи методу скінченних елементів та інші допоміжні величини, необхідні для розв’язання задачі. Передбачено контроль вхідної інформації для виявлення помилок та перевірки її достовірності. Другий модуль здійснює розв’язання початково-крайової задачі.

Головна увага при розробці програмного комплексу приділялась зниженню трудомісткості задання вхідної інформації та простоті аналізу одержаних результатів розрахунків. У зв’язку з цим, для широкого класу конструкцій розроблена спеціальна система задання вхідних даних, яка базується на топологічно регулярній декомпозиції тіла на макроелементи у вигляді довільних шестигранників, геометрія яких та навантаження на них можуть задаватися у різних системах координат (декартових, циліндричних, сферичних, тороїдальних та тороеліптичних), довільно орієнтованих відносно глобальної декартової. Шестигранники у цих системах координат можуть бути як паралелепіпедами, так і мати довільну геометрію з ребрами прямолинійної чи параболічної форми. Допускаються також макроелементи, для яких геометрія підобласті не задається, а визначається у процесі побудови скінченноелементної розрахункової моделі за двома гранями уже заданих шестигранників шляхом з’єднання їх вершин прямолинійними ребрами. Для дослідження НДС паливних баків ракет-носіїв програмне забезпечення було удосконалено і модернізовано [7].

Циліндричний корпус бака (рис. 1) виготовлено із вафельних обичайок висотою 1502 мм, які в місцях зварних швів мають товщину стінок 10 мм. Обичайка виготовляється із листа алюмінієвого сплаву АМг6НПП товщиною 25,5 мм шляхом фрезерування, залишаючи із внутрішньої сторони стрінгери і шпангоути товщиною 6 мм і глибиною 22,5 мм, з періодом 137 мм в осьовому і коловому напрямках. Товщина циліндричної оболонки залишається рівною 3 мм. Геометрія обичайки розглядається в циліндричних координатах $r\theta z$. Меридіональний переріз розрахункової моделі при $\theta = 0$ і $\theta = 2,04545^\circ$ зображено на рис. 2, а, б. На рис. 2, в показано фрагменти обичайки з дискретизацією на скінченні елементи у збільшеному вигляді. Питома вага алюмінієвого сплаву складає 2,65 г/см³, а вага однієї обичайки, яка має 88 стрінгерів, дорівнює близько 260,5 кг. Тривимірний напружено-деформований стан обичайки коректно оцінювати за допомогою методу скінченних елементів.

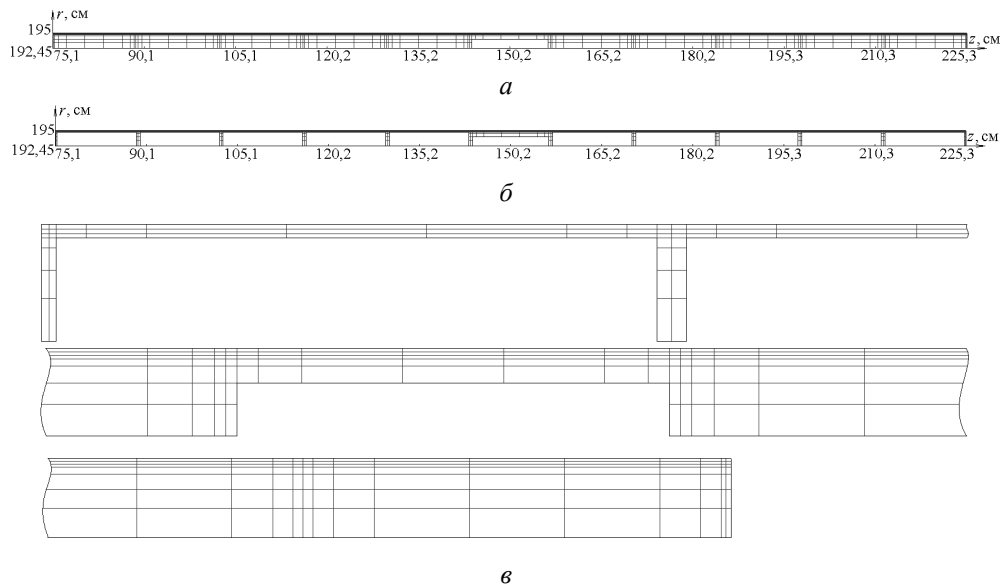


Рис. 2

Найпростішою тривимірною розрахунковою схемою обичайки паливного бака вафельної конструкції є ідеальна циклічно періодична в коловому напрямку модель, половина періоду якої складає $2,04545^\circ$ [4].

На обох меридіональних перерізах розрахункової моделі мають місце граничні умови симетрії $u_\theta = 0$, $\tau_{z\theta} = \tau_{r\theta} = 0$. В осьовому напрямку розрахункова схема включає дві половинки сусідніх обичайок $75,1 < z < 225,3$ см. На осьовому перерізі обичайки $z = 75,1$ см прикладені напруження $\sigma_z = 32,425$ МПа, що передаються від тиску на верхнє днище, а на перерізі $z = 225,3$ см задано переміщення $u_z = 0$, $\tau_{zr} = \tau_{z\theta} = 0$. Обичайка навантажується внутрішнім тиском від 0,4 до 0,8 МПа кроками 4; 5; 6; 6,5; 7; 7,2; 7,4; 7,8; 8 МПа. Крім того, внутрішня поверхня $0 < z < 225,3$ см навантажена тиском води, що моделює гідравлічні випробування бака.

Властивості матеріалу обичайки: модуль пружності $E = 7 \cdot 10^4$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,3$. Діаграму деформування матеріалу приведено в табл. 1.

Таблиця 1

ε_i^p	0	0,0011	0,002	0,00471	0,0124	0,06679
σ_i , МПа	220	260	280	300	320	400

При розв'язанні задачі використовується теорія пластичності в приростах деформації з ізотропним зміцненням [3]. На кожному кроці для збіжності результатів виконуються по 4 ітерації.

У радіальному напрямку маємо три підобласті з координатами: $r_1 = 192,45$ см; $r_2 = 194$ см; $r_3 = 194,7$ см; $r_4 = 195$ см. Координати двох підобластей в коловому напрямку $\theta_1 = 0$; $\theta_2 = 0,09475^\circ$; $\theta_3 = 2,04545^\circ$. Координати підобластей в осьовому напрямку мають наступні значення: $z_i = 75,1$; 75,42; 88,48; 89,12; 102,18; 115,88; 116,52; 129,58; 130,22; 143,28; 143,92; 156,48; 157,12; 170,18; 170,82; 183,88; 184,52; 197,58; 198,22; 211,28; 211,92; 224,98; 225,3 см.

Дискретизація підобластей в перерізі $z = \text{const}$ зображена на рис. 3, а.

При тиску 0,5 МПа в баку мають місце лише пружні деформації. При тиску 0,6 МПа з'являються незначні пластичні деформації, їх рівень складає 0,18%. При тиску 0,8 МПа

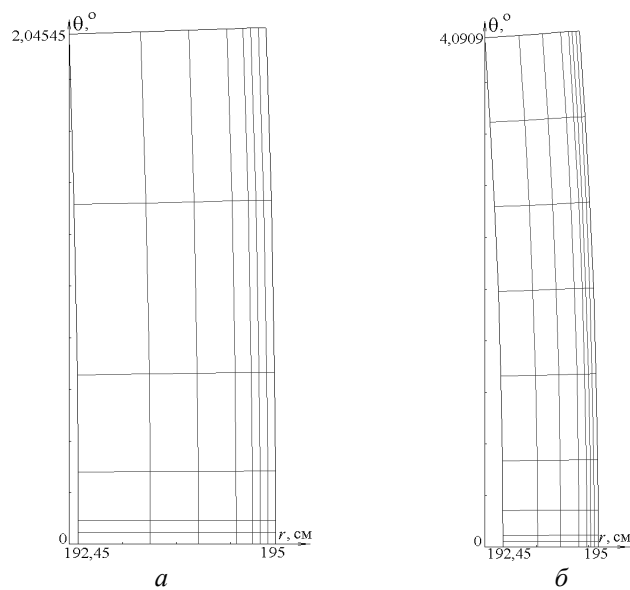


Рис. 3

максимальні пластичні деформації досягають 2,32%. Результати розрахунку НДС в центрах скінченних елементів з номерами n_z , n_θ , n_r вздовж координатних осей $z\theta r$ з урахуванням тиску води приведено в табл. 2.

У чисельнику наведено дані, що відповідають тиску 0,6 МПа, а в знаменнику – тиску 0,8 МПа.

Таблиця 2

n_z	n_θ	n_r	σ_θ , МПа	σ_z , МПа	σ_i , МПа	ε_i^p , %	ε_i , %
1	1	7	$\frac{256}{352}$	$\frac{197}{256}$	$\frac{232}{320}$	$\frac{0,03}{1,076}$	$\frac{0,316}{1,47}$
1	6	7	$\frac{294}{401}$	$\frac{201}{246}$	$\frac{261}{353}$	$\frac{0,131}{2,286}$	$\frac{0,454}{2,72}$
3	3	5	$\frac{292}{425}$	$\frac{173}{265}$	$\frac{246}{338}$	$\frac{0,079}{1,553}$	$\frac{0,384}{1,971}$
3	6	5	$\frac{295}{422}$	$\frac{188}{265}$	$\frac{256}{351}$	$\frac{0,115}{2,169}$	$\frac{0,433}{2,603}$
6	3	5	$\frac{312}{433}$	$\frac{181}{257}$	$\frac{262}{343}$	$\frac{0,134}{1,749}$	$\frac{0,458}{2,174}$
6	6	5	$\frac{297}{397}$	$\frac{184}{239}$	$\frac{261}{348}$	$\frac{0,132}{2,039}$	$\frac{0,456}{2,470}$
50	1	7	$\frac{150}{202}$	$\frac{43}{21}$	$\frac{135}{194}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0,167}{0,241}$
50	3	3	$\frac{183}{278}$	$\frac{78}{137}$	$\frac{160}{241}$	$\frac{0}{0,06}$	$\frac{0,198}{0,356}$
50	6	3	$\frac{181}{283}$	$\frac{61}{90}$	$\frac{159}{248}$	$\frac{0}{0,086}$	$\frac{0,197}{0,373}$
50	6	7	$\frac{183}{263}$	$\frac{34}{13}$	$\frac{168}{257}$	$\frac{0}{0,118}$	$\frac{0,208}{0,436}$
96	3	5	$\frac{330}{435}$	$\frac{181}{262}$	$\frac{274}{345}$	$\frac{0,178}{1,915}$	$\frac{0,517}{2,343}$
96	6	5	$\frac{315}{405}$	$\frac{169}{236}$	$\frac{274}{352}$	$\frac{0,178}{2,258}$	$\frac{0,518}{2,694}$
99	3	5	$\frac{329}{429}$	$\frac{178}{285}$	$\frac{272}{313}$	$\frac{0,172}{1,781}$	$\frac{0,509}{2,203}$
99	6	5	$\frac{321}{425}$	$\frac{179}{242}$	$\frac{274}{353}$	$\frac{0,179}{2,316}$	$\frac{0,518}{2,754}$
101	1	6	$\frac{304}{372}$	$\frac{108}{201}$	$\frac{266}{328}$	$\frac{0,15}{1,284}$	$\frac{0,478}{1,683}$
101	6	6	$\frac{314}{404}$	$\frac{155}{213}$	$\frac{271}{353}$	$\frac{0,167}{2,288}$	$\frac{0,502}{2,725}$

Стінки бака вафельної конструкції мають приблизно однакову міцність в коловому і осьовому напрямках. Однак з табл. 2 видно, що колові напруження і деформації значно вищі за осьові. Щоб зменшити вагу бака, запропонована нова полегшена конструкція, у якій кількість стрінгерів зменшено у два рази. Це дозволить зменшити вагу обичайки бака приблизно на 8,4% (на 21,9 кг). Замість 260,5 кг вона стане важити 238,6 кг.

У розрахунковій схемі кут $\theta = 2,04545^\circ$ міняємо на $\theta = 4,0909^\circ$ і додаємо в коловому напрямку ще 3 скінченні елементи. Дискретизація на скінченні елементи в осьовому перерізі нової розрахункової моделі зображена на рис. 3, б. Результати розрахунку полегшеної обичайки бака в центрах скінченних елементів при тиску 0,6 і 0,8 МПа приведені в табл. 3.

Таблиця 3

n_z	n_θ	n_r	σ_θ , МПа	σ_z , МПа	σ_i , МПа	ε_i^p , %	ε_i , %
1	1	7	<u>250</u>	<u>198</u>	<u>228</u>	<u>0,017</u>	<u>0,299</u>
			349	255	318	1,027	1,418
1	9	7	<u>295</u>	<u>201</u>	<u>262</u>	<u>0,135</u>	<u>0,459</u>
			403	241	357	2,488	2,926
3	3	5	<u>288</u>	<u>172</u>	<u>244</u>	<u>0,070</u>	<u>0,372</u>
			421	262	338	1,537	1,955
3	9	5	<u>297</u>	<u>191</u>	<u>259</u>	<u>0,123</u>	<u>0,443</u>
			428	273	355	2,432	2,87
6	3	5	<u>314</u>	<u>183</u>	<u>263</u>	<u>0,140</u>	<u>0,465</u>
			435	260	345	1,872	2,299
6	9	5	<u>299</u>	<u>190</u>	<u>264</u>	<u>0,142</u>	<u>0,468</u>
			402	254	354	2,334	2,772
50	1	7	<u>140</u>	<u>50</u>	<u>124</u>	<u>0</u>	<u>0,154</u>
			178	35	166	0	0,206
50	3	3	<u>180</u>	<u>89</u>	<u>157</u>	<u>0</u>	<u>0,194</u>
			277	163	241	0,060	0,358
50	9	3	<u>174</u>	<u>48</u>	<u>157</u>	<u>0</u>	<u>0,194</u>
			258	67	234	0,034	0,323
50	9	7	<u>177</u>	<u>53</u>	<u>159</u>	<u>0</u>	<u>0,196</u>
			253	44	236	0,042	0,335
96	3	5	<u>330</u>	<u>190</u>	<u>275</u>	<u>0,181</u>	<u>0,521</u>
			439	269	350	2,113	2,545
96	9	5	<u>313</u>	<u>178</u>	<u>274</u>	<u>0,179</u>	<u>0,518</u>
			409	240	358	2,274	3,017
99	3	5	<u>331</u>	<u>186</u>	<u>273</u>	<u>0,176</u>	<u>0,514</u>
			437	297	347	1,999	2,426
99	9	5	<u>321</u>	<u>192</u>	<u>275</u>	<u>0,181</u>	<u>0,520</u>
			432	250	358	2,564	3,007
101	1	7	<u>305</u>	<u>115</u>	<u>266</u>	<u>0,149</u>	<u>0,478</u>
			378	211	335	1,465	1,874
101	9	7	<u>309</u>	<u>159</u>	<u>270</u>	<u>0,163</u>	<u>0,497</u>
			405	234	358	2,558	3,000

На рис. 4 і 5 наведено розподіл напружень σ_y , σ_z і σ_i та інтенсивності деформацій ε_i у фрагментах обичайки для звичайного і полегшеного варіантів її конструкції для перерізу $r = 194,95$ см.

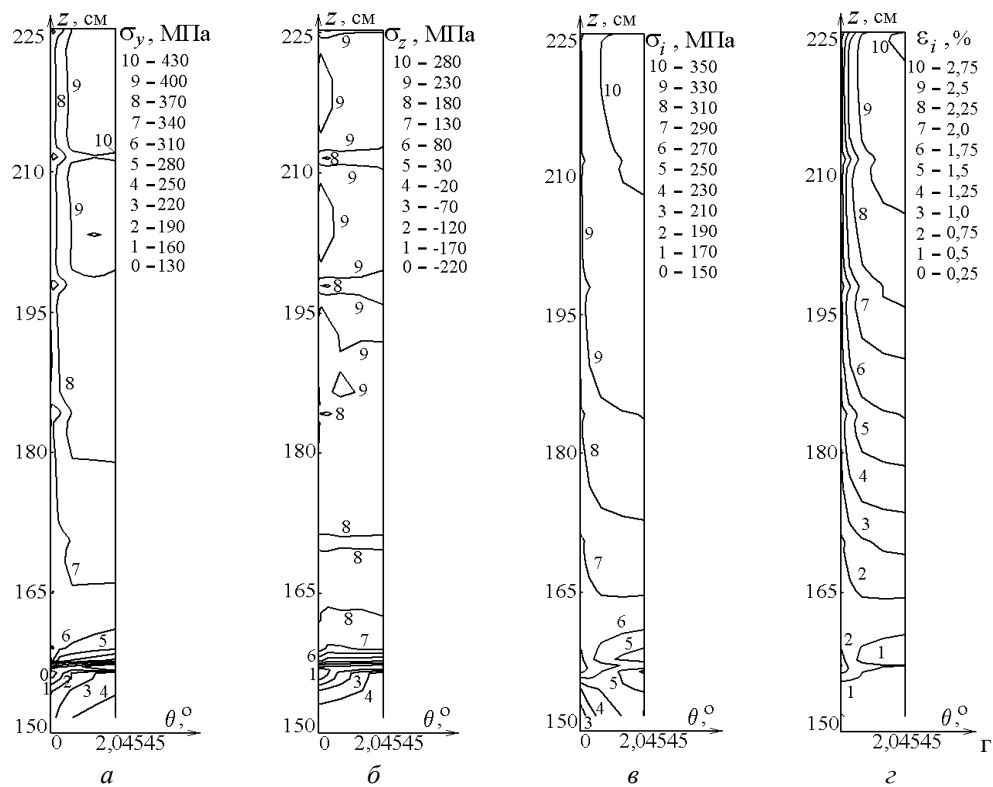


Рис. 4

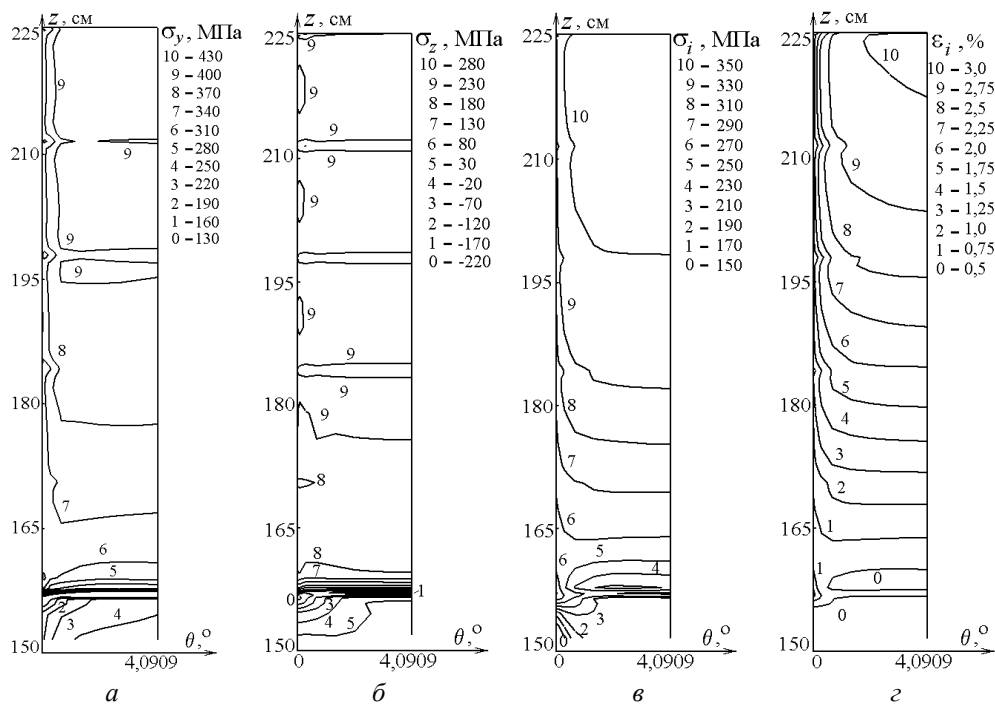


Рис. 5

На рис. 6 і 7 зображено деформований стан фрагмента обичайки для звичайного (рис. 6, а і 7, а) і полегшеного (рис. 6, б і 7, б) варіантів конструкцій для 0-го і останнього шарів дискретизації.

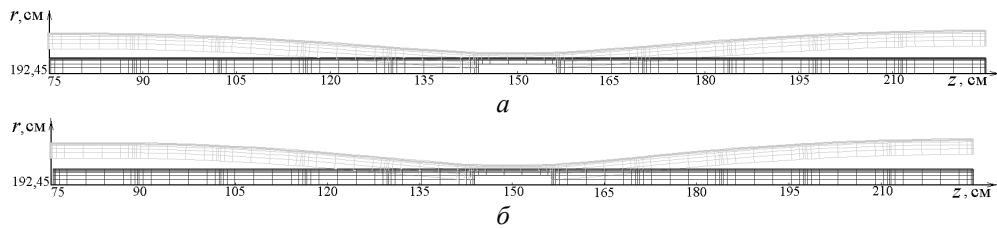


Рис. 6

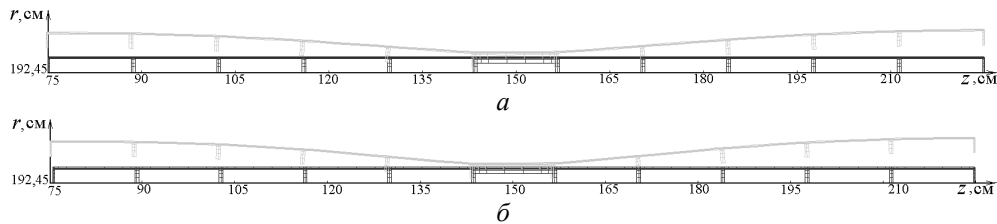


Рис. 7

Висновок.

Запропоновано новий полегшений варіант обичайки паливного бака вафельної конструкції ракети-носія. За допомогою удосконаленого програмного забезпечення проведено розрахункові дослідження обичайки у тривимірній постановці. Як показали результати розрахунків, зменшення кількості стрінгерів в обичайці в 2 рази практично не вплинуло на рівень колових напружень. В циліндричній оболонці осьові напруження теж зросли несуттєво. Значно більше зросли пластичні деформації (приблизно на 0,3%). При виготовленні полегшеної обичайки у заготовці замість квадратних заглиблень необхідно вибирати прямокутні.

Оскільки осьові напруження залишились значно меншими за колові, товщини стрінгерів можна зменшити в 2 рази, що дозволить знизити вагу обичайки ще майже на 11 кг без суттєвого збільшення колових напружень і пластичних деформацій у циліндричній оболонці.

Одержані результати розрахункових досліджень можуть бути використані для розробки нових конструктивних елементів паливних баків. Це дозволить разом із зниженням ваги забезпечувати надійну і безпечну експлуатацію ракетно-космічної техніки.

РЕЗЮМЕ. Запропоновано нову полегшену модель обичайки паливного бака вафельної конструкції ракети-носія, який є одним із найбільш відповідальних і дорогих вузлів ракетно-космічної техніки. Проведено дослідження її напружено-деформованого стану. Одержані результати розрахункових досліджень можуть бути використані для оцінки напружено-деформованого стану елементів конструкцій ракетно-космічної техніки для підвищення її надійної і безпечної експлуатації.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: паливний бак, пластичні деформації, міцність, напружено-деформований стан, метод скінченних елементів.

1. Акимов Д.В., Грищак В.З., Гоменюк С.И., Гребенюк С.Н. и др. Математическое моделирование и исследование прочности силовых элементов конструкций космических летательных аппаратов // Вісн. Запорізького нац. ун-ту. Фізико-математичні науки. – 2015. – № 3. – С. 6 – 13.
2. Акимов Д.В., Грищак В.З., Ларионов И.Ф., Гоменюк С.И. и др. Математическое обеспечение анализа прочности силовых элементов ракетно-космической техники // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. – 2017. – 26. – С. 5 – 21.
3. Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Дьячнюшко И.В., Дульнев Р.А., Сизова Р.Н. Термопрочность деталей машин (под ред. И.А. Биргера, Б.Ф. Шорра). – Москва: Машиностроение, 1975. – 455 с.

4. Akimov D. V., Gryshchak V. Z., Gomenyuk S. I., Larionov I. F., Klimenko D. V., Sirenko V. N. Finite-element analysis and experimental investigation on the strength of a three-layer honeycomb sandwich structure of the spacecraft adapter module // *Strength of Materials*. – 2016. – **48**, N 3. – P. 379 – 383.
5. Alyokhina S., Kostikov A., Smetankina N., Gontarovskiy P., Garmash N., Melezhyk I. Methodology for determining the thermal and thermal-stress states of a concrete storage container for spent nuclear fuel for assessment of its service life // *Nuclear and Radiation Safety*. – 2021. – **4**, N 92. – P. 33 – 39.
6. Gontarovskiy P., Smetankina N., Garmash N., Melezhyk I. Analysis of crack growth in the wall of an electrolyser compartment // *J. of Mech. Eng. Problemy mashynobuduvannia*. – 2020. – **23**, N 4. – P. 38 – 44.
7. Gontarovskiy P., Smetankina N., Garmash N., Melezhyk I. Numerical analysis of stress-strain state of fuel tanks of launch vehicles in 3D formulation. In: M. Nechyporuk, V. Pavlikov, D. Kritskiy (eds.) *Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering – 2020. ICTM 2020. Lecture Notes in Networks and Systems*. – Cham: Springer, 2021. – **188**. – P. 609 – 619.
8. Gontarovskiy P. P., Smetankina N. V., Garmash N. G., Melezhyk I. I., Protasova T. V. Three-dimensional stress-strain state analysis of the bimetallic launch vehicle propellant tank shell // *Strength of Materials*. – 2023. – **55**, N 5. – P. 916 – 926.
9. Grigorenko Ya. M., Grigorenko A. Ya., Zakhariichenko L. I. Analysis of Influence of the geometrical parameters of elliptic cylindrical shells with variable thickness on their stress-strain state // *Int. Appl. Mech.* – 2018. – **54**, N 2. – P. 155 – 162.
10. Grigorenko A. Ya., Pankrat'ev S. A., Yaremchenko S. N. Analysis of the stress-strain state of complex-shaped plates // *Int. Appl. Mech.* – 2018. – **54**, N 6. – P. 695 – 701.
11. Hontarovskiy P. P., Smetankina N. V., Ugrimov S. V., Garmash N. H., Melezhyk I. I. Simulation of the crack resistance of ion-exchange strengthened silicate glass subject to bending strain // *Int. Appl. Mech.* – 2022. – **58**, N 6. – P. 715 – 724.
12. Kravchuk L. V., Buisikh K. P., Derevyanko I. I., Potapov O. M. Load-bearing capacity of elements of composite shell structures in rocket and space engineering made of composite materials // *Strength of Materials*. – 2022. – **54**, N 4. – P. 613 – 621.
13. Kubit A., Trzepieciniski T., Swiech L., Faes K., Slota J. Experimental and numerical investigations of thin-walled stringer-stiffened panels welded with RFSSW technology under uniaxial compression // *Materials*. – 2019. – **12**, N 11. – Number 1785.
14. Sheiko T. I., Maksymenko-Sheiko K. V., Morozova A. I. Using the R-functions theory apparatus to mathematically model the surface of the Soyuz-Appolo spacecraft mock-up for 3D printing // *J. of Mech. Eng. Problemy mashynobuduvannia*. – 2020. – **23**, N 3. – P. 55 – 60.
15. Sheyko T., Maksimenko-Sheyko K., Sirenko V., Morozova A., Petrova R. Analytical identification of the unmanned aerial vehicles' surfaces for the implementation at a 3D printer // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Information technology. Industry control systems*. – 2019. – **1**, N 2. – P. 48 – 56.
16. Shul'zhenko N. G., Gontarovskii P. P., Matyukhin Y. I., Garmash N. G. Numerical analysis of the long-term strength of the rotor disks of steam turbines // *Strength of Materials*. – 2010. – **42**, N 4. – P. 418 – 425.
17. Shupikov A. N., Ugrimov S. V., Kolodiazhny A. V., Yareschenko V. G. High-order theory of multilayer plates. The impact problem // *Int. J. of Solids and Struct.* – 1998. – **35**, N 25. – P. 3391 – 3403.
18. Sim C. H., Kim G. S., Kim D. G., Park S. H., Park J. S. Experimental and computational modal analyses for launch vehicle models considering liquid propellant and flange joints // *Int. J. of Aerospace Engng.* – 2018. – Article ID 4865010.
19. Sklepys S. M. Creep of complex-shaped bodies of revolution made of functionally gradient materials. // *Int. Appl. Mech.* – 2022. – **58**, N 4. – P. 464 – 471.
20. Sklepys S. M. Numerical-and-analytical method for solving geometrically nonlinear bending problems of complex-shaped plates from functionally graded materials // *Strength of Materials*. 2023. – **55**, N 5. – P. 927 – 936.
21. Ugrimov S. V., Shupikov A. N. Layered orthotropic plates. Generalized theory // *Composite Struct.* – 2015. – **129**. – P. 224 – 235.
22. Ugrimov S. V., Shupikov A. N., Lytvynov L. A., Yareshchenko V. G. Non-stationary response of sapphire rod on longitudinal impact. Theory and experiment // *Int. Journal of Impact Engineering*. – 2017. – **104**. – P. 55 – 63.
23. Washizu K. *Variational Methods in Elasticity and Plasticity*. – New York: Pergamon Press, 1982. – 630 p.
24. Zienkiewicz O. C., Morgan K. *Finite Elements and Approximation*. – Hoboken: Wiley, 1983. – 328 p.

Надійшла 22.06.2023

Затверджена до друку 16.04.2024