

В.С.Ловейкін¹, Ю.О.Ромасевич¹,
А.В.Ловейкін², А.С.Хорошун³, А.П.Ляшко¹

ОПТИМІЗАЦІЯ ЗА ЕНЕРГЕТИЧНИМ КРИТЕРІЄМ ОДНОЧАСНОГО ПУСКУ МЕХАНІЗМІВ ЗМІНИ ВІЛЬОТУ ТА ПОВОРОТУ БАШТОВОГО КРАНУ

¹Національний університет біоресурсів і природокористування України,
вул. Героїв оборони, 12 в, Київ, Україна;

e-mail: lovvs@ukr.net; romasevichyuriy@ukr.net, liashko@nubip.edu.ua

²Київський національний університет ім. Тараса Шевченка,
просп. акад. Глушкова, 4 е, Київ, Україна; e-mail: anlov74@gmail.com;

³Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України,
вул. Нестерова, 3, Київ, Україна; e-mail: khoroshunanatoliy@gmail.com

Abstract. An optimization problem is stated and solved of the simultaneous start of mechanisms of changing the boom and rotation of the tower crane with saddle jib. A dynamic model of the crane boom system with six degrees of freedom is used. The basic movement of the mechanisms and oscillations of the rotating part of the crane, trolley, and load, which are caused by the elastic properties of the links and ropes are taken into account in the dynamic model. The differential equations of the joint movement of mechanisms are obtained based on a dynamic model. The root-mean-square value of the full power is used as a criterion for the optimization. The generalized coordinates and velocities of the boom system at the beginning and at the end of the motion are used in formulation of the boundary conditions for the optimal mode movement. These coordinates are reduced to the load coordinate and its higher time derivatives. As a result of the optimization, the motion modes are obtained which minimize the drive mechanisms power, reduce dynamic loads, and eliminate oscillations of the tower links and the pendulum load oscillations.

Key words: tower crane, dynamic model, drive torque, optimization.

Вступ.

Одним з шляхів підвищення продуктивності баштових кранів є одночасність роботи механізмів. До таких механізмів, які досить часто здійснюють одночасний рух, відносяться механізми зміни вильоту та повороту крана. При одночасній роботі цих механізмів в елементах конструкції та приводних механізмів виникають динамічні перевантаження. Особливо небезпечними ці перевантаження є тоді, коли механізми зміни вильоту та повороту одночасно здійснюють перехідні процеси (пуск, гальмування, зміна швидкості руху). В цей час стають некерованими просторові коливання вантажу на гнучкому підвісі, які впливають на стійкість роботи крана. Робота механізмів в такому режимі приводить до збільшення енергетичних витрат та зниження надійності роботи окремих механізмів та крана в цілому. Крім того, це створює небезпеку для обслуговуючого персоналу та ускладнює роботу кранівника.

Тому вибір режимів руху приводів при одночасній роботі механізмів, які мінімізують динамічні навантаження і усувають коливання елементів конструкції крана та вантажу на гнучкому підвісі є досить актуальною задачею, яка відповідає вимогам роботи баштових кранів.

При роботі кранових механізмів виникають значні динамічні навантаження, які мають суттєвий вплив на продуктивність та надійність вантажопідіймних кранів. Питанням дослідження динаміки вантажопідіймних кранів, зокрема баштових, присвя-

чена значна кількість праць, серед яких можна виділити такі з них [5 – 7, 22, 23]. В наукових працях [6, 7, 22] досліджувались динамічні процеси в баштових кранах, а в роботах [5, 23] – мостового типу і, зокрема, контейнерних перевантажувачів з елементами керування рухом. В роботі [19] здійснено моделювання динаміки поворотного крана і керування приводними механізмами.

Останнім часом значна увага приділяється дослідженням динаміки спільного руху кранових механізмів [1 – 3, 8, 16, 17, 21]. В роботах [8, 16, 17, 21] досліджувалась динаміка механізмів підйому та зміни вильоту вантажу для різних типів і конструкцій вантажопідйомних кранів. При цьому встановлювались причини виникнення коливань вантажу на гнучкому підвісі. Значна увага приділяється дослідженням динаміки одночасного руху механізмів зміни вильоту та повороту вантажопідйомних кранів [1 – 3]. В роботах [1, 2] розглянуто динаміку спільного руху механізмів зміни вильоту вантажу та повороту баштового крана. Для мінімізації коливань вантажу на гнучкому підвісі здійснювалось керування приводним електродвигуном механізму зміни вильоту при усталеному обертанні механізму повороту крана [3]. В роботі [14] розроблено математичну модель динаміки одночасного руху механізмів зміни вильоту та повороту баштового крана з балочною стрілою. На базі розробленої моделі досліджено динамічні процеси роботи двох механізмів, які дозволили визначити їхні кінематичні, силові та енергетичні характеристики. При цьому також досліджені просторові маятникові коливання вантажу на гнучкому підвісі та виявлені динамічні перевантаження механізмів зміни вильоту і повороту крана [17].

Для зменшення коливань вантажу на гнучкому підвісі розв'язувались оптимізаційні задачі при роботі окремих механізмів [11, 12, 15]. Так, наприклад, в дослідженнях [11] вирішувалась оптимізаційна задача мінімізації потужності приводного механізму та усунення коливань вантажу на гнучкому підвісі при роботі механізму повороту крана. Для проведення оптимізації режиму повороту крана використовувався комплексний критерій. В роботі [15] оптимізовано процес пуску механізму зміни вильоту баштового крана при усталеному режимі повороту, де за критерій оптимізації використано середньоквадратичне значення рушійного моменту приводу. В роботі [12] для зменшення високочастотних коливань в приводі механізму переміщення вантажного візка при усталеному повороті крана здійснено оптимізацію режиму руху за критерієм середньоквадратичного значення швидкості зміни рушійного моменту. Така оптимізація приводить до мінімізації динамічних навантажень на елементи приводних механізмів та крана в цілому. Задачі зменшення коливань в баштових кранах вирішуються за рахунок вибору режимів руху приводних механізмів. В роботі [13] така задача вирішувалась для механізму зміни вильоту вантажу при усталеному повороті баштового крана шляхом оптимізації режиму пуску приводного механізму з використанням комплексного критерію. Тому вибір режимів руху приводних механізмів, що зменшують коливання ланок і підвищують ефективність роботи вантажопідйомних кранів, є досить актуальним і потребує більш повних досліджень.

Важливим напрямком досліджень вантажопідйомних кранів є оптимізація планування траєкторій руху кранових механізмів [4, 9, 10, 20, 24]. В роботах [9, 10] розв'язувались задачі оптимізації планування траєкторій переміщення контейнерним краном при дії динамічних навантажень з системою усунення розгойдування вантажу на гнучкому підвісі. Авторами роботи [4] вирішувалась оптимізаційна задача стратегії керування для мінімізації коливань вантажу на гнучкому підвісі. В роботі [20] здійснено оптимізацію планування рухом мостових кранів з гнучким підвісом змінної довжини. В роботі [24] розв'язувалась задача оптимального керування крановими системами із вхідним насиченням та обмеженнями стану системи.

Аналіз проведених досліджень динаміки та оптимізації вантажопідйомних кранів показує, що вибір оптимальних траєкторій та режимів руху приводних механізмів, що зменшують коливання ланок і підвищують ефективність роботи вантажопідйомних кранів, є досить актуальним і потребує більш повних досліджень.

Мета досліджень полягає в підвищенні ефективності одночасної роботи механізмів зміни вильоту та повороту шляхом оптимізації процесів пуску цих механізмів.

§1. Постановка задачі оптимального керування.

Стрілову систему баштового крана представлено механічною системою (рис. 1), до складу якої входять зведені до осі повороту крана абсолютно тверді маси привод-

ного механізму повороту з моментом інерції I_1 та поворотної частини крана з моментом інерції I_2 , які з'єднані між собою пружним елементом з коефіцієнтом жорсткості C_1 . Зведена до осі повороту барабана абсолютно жорстка маса приводу механізму зміни вильоту з моментом інерції I_3 з'єднана з візком масою m_3 пружним канатом з коефіцієнтом жорсткості C_3 чи C'_3 в залежності від напрямку руху візка. Вантаж масою m з'єднано з центром мас візка за допомогою гнучкого підвісу з незмінною довжиною H під час руху механізмів зміни вильоту та повороту крана. На стрілову систему крана діють рушійні моменти приводних механізмів повороту крана M_1 та зміни вильоту вантажу M_3 , а також момент сил опору M_2 в поворотній частині крана і сила опору переміщення візка W .

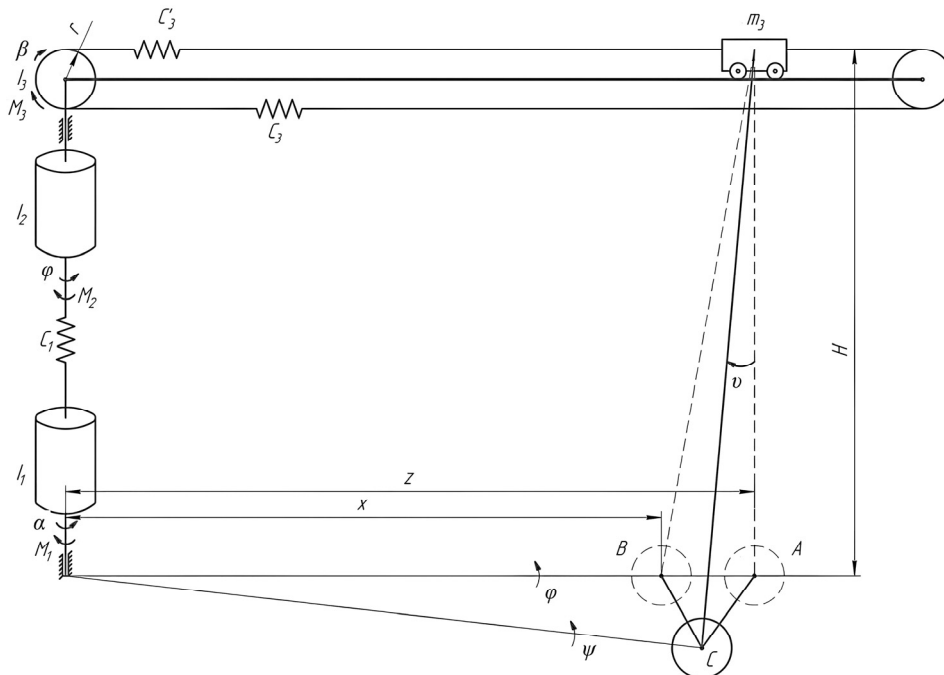


Рис. 1

В наведеній динамічній моделі стрілової системи крана при одночасному русі механізмів зміни вильоту та повороту враховано основний рух приводних механізмів, пружні переміщення поворотного механізму та тягового органу візка, а також коливання вантажу на гнучкому підвісі в площині зміни вильоту та при повороті крана. З наведеного встановлено, що представлена динамічна модель стрілової системи баштового крана має шість ступенів свободи.

В площині повороту крана за узагальнені координати обрані кутові координати зведеної маси приводу механізму повороту α , поворотної частини крана φ та повороту вантажу ψ . В площині зміни вильоту за узагальнені координати обрано лінійні координати центрів мас візка z та вантажу x , а також кутова координата повороту зведеної маси приводу механізму зміни вильоту β . Кутове відхилення гнучкого підвісу вантажу від вертикалі визначається кутовою координатою ν , яка визначається залежністю

$$\nu = \frac{u}{H}, \quad (1.1)$$

де

$$u = \sqrt{(z-x)^2 + x^2(\varphi-\psi)^2 + 2(z-x)x(\varphi-\psi)\sin\left(\frac{\varphi-\psi}{2}\right)}. \quad (1.2)$$

Для отримання диференціальних рівнянь одночасного руху механізмів зміни вильоту та повороту баштового крана, представлених динамічною моделлю, що наведена на рис. 1, використаємо рівняння Лагранжа другого роду:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} - \frac{\partial T}{\partial \alpha} &= M_1 - \frac{\partial \Pi}{\partial \alpha}; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} - \frac{\partial T}{\partial \beta} = M_3 - \frac{\partial \Pi}{\partial \beta}; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = -M_2 - \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi}; \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}} - \frac{\partial T}{\partial \psi} &= -\frac{\partial \Pi}{\partial \psi}; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{z}} - \frac{\partial T}{\partial z} = -\frac{\partial \Pi}{\partial z}; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{\partial \Pi}{\partial x}, \end{aligned} \quad (1.3)$$

де T , Π – відповідно кінетична та потенціальна енергії, які визначаються наступними виразами:

$$T = \frac{1}{2} I_1 \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} I_3 \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2} m_3 (\dot{z}^2 + z^2 \dot{\varphi}^2) + \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + x^2 \dot{\psi}^2); \quad (1.4)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} C_1 (\alpha - \varphi)^2 + \frac{1}{2} C_3 (\beta r - z)^2 - mgH \cos \nu. \quad (1.5)$$

Тут r – радіус приводного барабана механізму зміни вильоту; g – прискорення вільного падіння.

Візьмемо похідні від виразів (1.4) і (1.5), згідно з рівняннями (1.3), в результаті чого отримаємо:

$$\frac{\partial T}{\partial \alpha} = \frac{\partial T}{\partial \beta} = \frac{\partial T}{\partial \varphi} = \frac{\partial T}{\partial \psi} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial z} = m_3 z \dot{\varphi}^2; \quad \frac{\partial T}{\partial x} = m x \dot{\psi}^2; \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} = I_1 \dot{\alpha}; \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} = I_3 \dot{\beta}; \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = (I_2 + m_3 z^2) \dot{\varphi}; \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}} = m x^2 \dot{\psi}; \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{z}} = m_3 \dot{z}; \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = m \dot{x};$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} = I_1 \ddot{\alpha}; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} = I_3 \ddot{\beta}; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = (I_2 + m_3 z^2) \ddot{\varphi} + 2 m_3 z \dot{z} \dot{\varphi}; \quad (1.7)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}} = m x^2 \ddot{\psi} + 2 m x \dot{x} \dot{\psi}; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{z}} = m_3 \ddot{z}; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = m \ddot{x}; \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \alpha} = C_1 (\alpha - \varphi); \quad \frac{\partial \Pi}{\partial \beta} = C_3 r (\beta r - z); \quad (1.9)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} = -C_1 (\alpha - \varphi) + mgH \sin \nu \cdot \frac{\partial \nu}{\partial \varphi} = -C_1 (\alpha - \varphi) + \frac{mg}{H} x z (\varphi - \psi); \quad (1.10)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \psi} = mgH \sin \nu \cdot \frac{\partial \nu}{\partial \psi} = -\frac{mg}{H} x z (\varphi - \psi); \quad (1.11)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial z} = -C_3 (\beta r - z) + mgH \sin \nu \cdot \frac{\partial \nu}{\partial z} = -C_3 (\beta r - z) + \frac{mg}{H} (z - x); \quad (1.12)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x} = mgH \sin \nu \cdot \frac{\partial \nu}{\partial x} = \frac{mg}{H} (x - z). \quad (1.13)$$

В результаті підстановки виразів (1.6) – (1.13) в систему рівнянь (1.3) будемо мати диференціальні рівняння одночасного руху механізмів зміни вильоту та повороту баштового крана:

$$\begin{aligned} I_1 \ddot{\alpha} &= M_1 - C_1(\alpha - \varphi); \quad I_3 \ddot{\beta} = M_3 - C_3 r(\beta r - z); \\ (I_2 + m_3 r^2) \ddot{\phi} + 2m_3 z \dot{z} \dot{\phi} &= -M_2 + C_1(\alpha - \varphi) - \frac{mg}{H} xz(\varphi - \psi); \\ mx^2 \ddot{\psi} + 2mxx\dot{\psi} &= \frac{mg}{H} xz(\varphi - \psi); \quad m_3 \ddot{z} - m_3 z \dot{\phi}^2 = C_3(\beta r - z) - \frac{mg}{H}(z - x) - W; \\ m\ddot{x} - mxx\dot{\psi}^2 &= -\frac{mg}{H}(x - z). \end{aligned} \quad (1.14)$$

Оскільки під час одночасного руху механізмів зміни вильоту та повороту крана виникає потреба в зменшенні енергетичних витрат, тому за критерій оптимізації процесу одночасного пуску механізмів візьмемо середньоквадратичне значення суми потужностей приводних механізмів

$$P_{\text{ск}} = \left(t_1^{-1} \int_0^{t_1} \left((M_1 \dot{\alpha})^2 + (M_3 \dot{\beta})^2 \right) dt \right)^{1/2} \rightarrow \min \quad (1.15)$$

при виконанні наступних крайових умов руху:

$$\begin{aligned} t = 0: \quad \alpha &= \alpha_0, \quad \dot{\alpha} = 0, \quad \beta = \beta_0, \quad \dot{\beta} = 0, \quad z = z_0, \quad \dot{z} = 0, \quad x = z_0, \quad \dot{x} = 0, \quad \varphi = 0, \\ \dot{\phi} &= 0, \quad \psi = 0, \quad \dot{\psi} = 0; \\ t = t_1: \quad \alpha &= \alpha_0 + \frac{\omega_1 t_1}{2}, \quad \dot{\alpha} = \omega_1, \quad \beta = \beta_0 + \frac{\omega_3 t_1}{2}, \quad \dot{\beta} = \omega_3, \quad z = z_0 + \frac{v_3 t_1}{2}, \quad \dot{z} = v_3, \\ x &= z_0 + \frac{v_3 t_1}{2}, \quad \dot{x} = v_3, \quad \varphi = \frac{\omega_1 t_1}{2}, \quad \dot{\phi} = \omega_1, \quad \psi = \frac{\omega_1 t_1}{2}, \quad \dot{\psi} = \omega_1. \end{aligned} \quad (1.16)$$

Тут t – час; t_1 – тривалість процесу пуску механізмів зміни вильоту та повороту крана; α_0, β_0 – початкові положення кутових координат приводних механізмів повороту та зміни вильоту, відповідно; z_0 – початкове положення візка та вантажу; ω_1, ω_3 – усталені кутові швидкості повороту крана та приводного барабана механізму зміни вильоту; v_3 – усталена швидкість переміщення візка та вантажу.

§2. Розв'язання задачі.

В поставленій варіаційній задачі (1.15), (1.16) необхідно знайти режими руху приводних механізмів, які мінімізують критерій (1.15) і задовольняють крайові умови (1.16).

Для формування критерію (1.15) виразимо рушійний момент M_1 та M_3 , а також координати ланок через узагальнені координати вантажу x і ψ та їхні похідні за часом.

З першого та другого рівнянь системи (1.14) знайдемо вирази рушійних моментів:

$$M_1 = I_1 \ddot{\alpha} + C_1(\alpha - \varphi); \quad (2.1)$$

$$M_3 = I_3 \ddot{\beta} + C_3 r(\beta r - z). \quad (2.2)$$

З третього та четвертого рівнянь системи (1.13) знайдемо вираз, що входить в залежність (2.1), в результаті чого отримаємо

$$C_1(\alpha - \varphi) = (I_2 + m_3 z^2) \ddot{\phi} + 2m_3 z \dot{z} \dot{\phi} + mx(x\ddot{\psi} + 2\dot{x}\dot{\psi}) + M_2. \quad (2.3)$$

Аналогічно з п'ятого та шостого рівнянь системи (1.13) знайдемо вираз, що входить в залежність (2.2)

$$C_3(\beta r - z) = m_3(\ddot{z} - z\dot{\varphi}^2) + m(\ddot{x} - x\dot{\psi}^2) + W. \quad (2.4)$$

В залежності (2.3) та (2.4) входить координата візка та її похідні за часом. Виразимо її через координати вантажу. Для цього скористаємось останнім рівнянням системи (1.14) і отримаємо координату візка, яка має вигляд

$$z = x + \frac{H}{g}(\ddot{x} - x\dot{\psi}^2). \quad (2.5)$$

Візьмемо похідні за часом від виразу (2.5):

$$\dot{z} = \dot{x} + \frac{H}{g}(\ddot{x} - 2x\dot{\psi}\ddot{\psi} - \dot{x}\dot{\psi}^2); \quad (2.6)$$

$$\ddot{z} = \ddot{x} + \frac{H}{g}\left(x - 4\dot{x}\dot{\psi}\ddot{\psi} - 2x(\dot{\psi}\ddot{\psi} + \ddot{\psi}^2)\right); \quad (2.7)$$

$$\ddot{z} = \ddot{x} + \frac{H}{g}\left(x - 4\dot{x}\dot{\psi}\ddot{\psi} - 6\dot{x}(\dot{\psi}\ddot{\psi} + \ddot{\psi}^2) - 2x(\dot{\psi}^IV\ddot{\psi} + 3\ddot{\psi}\dot{\psi}^IV)\right). \quad (2.8)$$

Із залежності (2.3) виразимо координату приводу механізму повороту

$$\alpha = \varphi + \frac{1}{C_1}\left((I_2 + m_3 z^2)\ddot{\varphi} + 2m_3 z\dot{z}\dot{\varphi} + m x(\dot{x}\ddot{\psi} + \dot{x}\dot{\psi}^2) + M_2\right). \quad (2.9)$$

Двічі продиференціюємо за часом вираз (2.9), в результаті чого отримаємо

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} = \dot{\varphi} + \frac{1}{C_1}\left((I_2 + m_3 z^2)\ddot{\varphi} + 2m_3\left(z(2\dot{z}\ddot{\varphi} + \ddot{z}\dot{\varphi}) + \dot{z}^2\dot{\varphi}\right) + \right. \\ \left. + m(x^2\ddot{\psi} + 2x(2\dot{x}\ddot{\psi} + \ddot{x}\dot{\psi}) + 2\dot{x}^2\dot{\psi})\right); \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha} = \ddot{\varphi} + \frac{1}{C_1}\left((I_2 + m_3 z^2)^{IV}\ddot{\varphi} + 2m_3\left(3\dot{z}(\dot{z}\ddot{\varphi} + \ddot{z}\dot{\varphi}) + z(3\ddot{z}\ddot{\varphi} + 3\dot{z}\ddot{\varphi} + \ddot{z}\dot{\varphi})\right) + \right. \\ \left. + m\left(x^2\ddot{\psi}^IV + 6\dot{x}(\dot{x}\ddot{\psi} + \ddot{x}\dot{\psi}) + 2x(3\ddot{x}\ddot{\psi} + 3\dot{x}\ddot{\psi} + \ddot{x}\dot{\psi})\right)\right). \end{aligned} \quad (2.11)$$

З рівняння (2.4) знайдемо кутову координату приводного барабана механізму зміни вильоту

$$\beta = \frac{z}{r} + \frac{1}{C_3 r}\left(m_3(\ddot{z} - z\dot{\varphi}^2) + m(\ddot{x} - x\dot{\psi}^2) + W\right). \quad (2.12)$$

Двічі продиференціюємо за часом вираз (2.12), після чого отримаємо:

$$\dot{\beta} = \frac{\dot{z}}{r} + \frac{1}{C_3 r}\left(m_3(\ddot{z} - \dot{z}\dot{\varphi}^2 - 2z\dot{\varphi}\ddot{\varphi}) + m(\ddot{x} - \dot{x}\dot{\psi}^2 - 2x\dot{\psi}\ddot{\psi})\right); \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\beta} = \frac{\ddot{z}}{r} + \frac{1}{C_3 r}\left(m_3\left(z - \ddot{z}\dot{\varphi}^2 - 4\dot{z}\dot{\varphi}\ddot{\varphi} - 2z(\ddot{\varphi}^2 + \dot{\varphi}\ddot{\varphi})\right) + \right. \\ \left. + m\left(x - \ddot{x}\dot{\psi}^2 - 4\dot{x}\dot{\psi}\ddot{\psi} - 2x(\ddot{\psi}^2 + \dot{\psi}\ddot{\psi})\right)\right). \end{aligned} \quad (2.14)$$

У вирази рушійних моментів приводних механізмів та їх кінематичних характеристик входять координата поворотної частини крана та її похідні за часом, тому виразимо їх через координати вантажу. Для цього використаємо четверте рівняння системи (1.14), з якого маємо

$$\varphi = \psi + \frac{H}{gz} (x\ddot{\psi} + 2\dot{x}\dot{\psi}). \quad (2.15)$$

Візьмемо похідні за часом від виразу (2.15) включно до четвертого порядку:

$$\dot{\varphi} = \dot{\psi} + \frac{H}{gz^2} ((x\ddot{\psi} + 3\dot{x}\dot{\psi} + 2\ddot{x}\dot{\psi})z - \dot{z}(x\dot{\psi} + 2\dot{x}\dot{\psi})); \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} = \ddot{\psi} + \frac{H}{gz^3} \left(z \left(z \left(x^{IV}\psi + 4\dot{x}\ddot{\psi} + 5\ddot{x}\dot{\psi} + 2\ddot{x}\dot{\psi} \right) - \ddot{z}(x\dot{\psi} + 2\dot{x}\dot{\psi}) \right) - \right. \\ \left. - 2\dot{z}(z(x\ddot{\psi} + 3\dot{x}\dot{\psi} + 2\ddot{x}\dot{\psi}) - \dot{z}(x\dot{\psi} + 2\dot{x}\dot{\psi})) \right); \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} = \ddot{\psi} + \frac{H}{gz^4} \left(z^2 \left(z \left(x^V\psi + 5\dot{x}\ddot{\psi} + 9\ddot{x}\dot{\psi} + 7\ddot{x}\dot{\psi} + 2x^{IV}\dot{\psi} \right) - \right. \right. \\ \left. - \ddot{z}(x\dot{\psi} + 2\dot{x}\dot{\psi}) \right) - 3z\dot{z} \left(z \left(x^{IV}\psi + 4\dot{x}\ddot{\psi} + 5\ddot{x}\dot{\psi} + 2\ddot{x}\dot{\psi} \right) - 2\ddot{z}(x\dot{\psi} + 2\dot{x}\dot{\psi}) \right) + \\ \left. + 6\dot{z}^2 (z(x\ddot{\psi} + 3\dot{x}\dot{\psi} + 2\ddot{x}\dot{\psi}) - \dot{z}(x\dot{\psi} + 2\dot{x}\dot{\psi})) \right); \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} \varphi^{IV} = \psi^{IV} + \frac{H}{gz^5} \left(z \left(z^2 \left(z \left(x^{VI}\psi + 6\dot{x}\ddot{\psi} + 14\ddot{x}\dot{\psi} + 16\ddot{x}\dot{\psi} + 9x^{IV}\dot{\psi} + 2x^V\dot{\psi} \right) - \right. \right. \right. \\ \left. - 3\ddot{z} \left(x^{IV}\psi + 4\dot{x}\ddot{\psi} + 5\ddot{x}\dot{\psi} + 2\ddot{x}\dot{\psi} \right) - \right. \\ \left. - 4\ddot{z}(x\ddot{\psi} + 3\dot{x}\dot{\psi} + 2\ddot{x}\dot{\psi}) - \dot{z}^{IV}(x\dot{\psi} + 2\dot{x}\dot{\psi}) \right) + \\ \left. + 4z\dot{z}\ddot{z}(x\dot{\psi} + 2\dot{x}\dot{\psi}) + 12\ddot{z}\dot{z}(z(x\ddot{\psi} + 3\dot{x}\dot{\psi} + 2\ddot{x}\dot{\psi}) - \dot{z}(x\dot{\psi} + 2\dot{x}\dot{\psi})) \right) - \\ - 4\dot{z} \left(z^2 \left(z \left(x^V\psi + 4\dot{x}\ddot{\psi} + 9\ddot{x}\dot{\psi} + 7\ddot{x}\dot{\psi} + 2x^{IV}\dot{\psi} \right) - 2\ddot{z}(x\dot{\psi} + 2\dot{x}\dot{\psi}) \right) + \right. \\ \left. + 6\dot{z}^2 (z(x\ddot{\psi} + 3\dot{x}\dot{\psi} + 2\ddot{x}\dot{\psi}) - \dot{z}(x\dot{\psi} + 2\dot{x}\dot{\psi})) - \ddot{z}(x\dot{\psi} + 2\dot{x}\dot{\psi}) \right) - \\ - 3z\dot{z} \left(z \left(x^{IV}\psi + 4\dot{x}\ddot{\psi} + 5\ddot{x}\dot{\psi} + 2\ddot{x}\dot{\psi} \right) - 2\ddot{z}(x\dot{\psi} + 2\dot{x}\dot{\psi}) \right) + \\ \left. + 6\dot{z}^2 (z(x\ddot{\psi} + 3\dot{x}\dot{\psi} + 2\ddot{x}\dot{\psi}) - \dot{z}(x\dot{\psi} + 2\dot{x}\dot{\psi})) \right). \end{aligned} \quad (2.19)$$

Виразимо крайові умови (1.16) через координати вантажу x і ψ та їхні похідні за часом. Розглянемо крайові умови на початку пуску, коли $t = 0$. Тут відомими є координати $x(0) = z_0$; $\dot{x}(0) = 0$; $\psi(0) = 0$; $\dot{\psi}(0) = 0$. З залежності (2.6) маємо, що умові $z = z_0$ відповідає співвідношення

$$\ddot{x}(0) = 0. \quad (2.20)$$

Також із виразу (2.7) знаходимо, що умові $\dot{z} = 0$ відповідає залежність

$$\ddot{x}(0) = 0. \quad (2.21)$$

Далі, виходячи з залежності (2.15) і умови $\alpha = 0$, маємо

$$\ddot{\psi}(0) = 0. \quad (2.22)$$

З умови $\dot{\alpha} = 0$ за даною залежності (2.16) знаходимо

$$\ddot{\psi}(0) = 0. \quad (2.23)$$

Використовуючи умову $\beta = (W / (C_3 r)) + z_0 / r$, за допомогою залежностей (2.12) та (2.8) знаходимо

$${}^{IV}x(0) = 0. \quad (2.24)$$

Також, використовуючи умову $\dot{\beta} = 0$ і залежність (2.13) та третю похідну за часом від координати візка, отримуємо

$${}^Vx(0) = 0. \quad (2.25)$$

З умови $\alpha = M_2 / C_1$ та виразів (2.9) і (2.17) маємо

$${}^{IV}\psi(0) = 0. \quad (2.26)$$

Використавши умову $\dot{\alpha} = 0$ та залежності (2.10) і (2.18), знаходимо

$${}^V\psi(0) = 0. \quad (2.27)$$

Тепер розглянемо кінцеві умови пуску механізмів зміни вильоту та повороту крана, коли $t = t_1$. Позначимо $v_3 = v$, $\omega_1 = \omega$, тоді $\omega_3 = v/r$. Тут відомими є такі умови:

$$x(t_1) = z_1 = z_0 + \frac{vt_1}{2}; \quad \dot{x}(t_1) = v; \quad \psi(t_1) = \frac{\omega t_1}{2}; \quad \dot{\psi}(t_1) = \omega.$$

З умови $z(t_1) = z_1 = z_0 + \frac{vt_1}{2}$ за допомогою залежності (2.5) знаходимо, що

$$\ddot{x}(t_1) = z_1 \omega^2 = \left(z_0 + \frac{vt_1}{2} \right) \omega^2. \quad (2.28)$$

Використовуючи залежність (2.6) і умову $\dot{z}(t_1) = v$, маємо

$$\ddot{x}(t_1) = -3v\omega^2. \quad (2.29)$$

За допомогою умови $\varphi(t_1) = \omega t_1 / 2$ та залежності (2.15) отримуємо

$$\ddot{\psi}(t_1) = -\frac{2v\omega}{z_1}. \quad (2.30)$$

З умови $\dot{\varphi}(t_1) = \omega$ та залежності (2.16) отримуємо співвідношення

$$\ddot{\psi}(t_1) = \frac{6v^2\omega}{z_1^2} - 2\omega^3. \quad (2.31)$$

Використавши умову $\beta(t_1) = (W / (C_3 r)) + (z_1 / r_1)$ і залежності (2.7) і (2.12), маємо

$${}^{IV}x(t_1) = \frac{12v^2\omega^2}{z_1} - 4\omega^4 z_1. \quad (2.32)$$

Введемо деякі позначення: $I_{23} = I_2 + m_3 z_1^2$; $k_3 = \frac{m_3 z_1^2}{I_{23}}$; $k = \frac{(m - 2m_3)z_1^2}{I_{23}}$.

Виходячи з умови $\dot{\beta}(t_1) = v / r$, виразів (2.13) і (2.8) та наведених позначень, отримаємо

$${}^Vx(t_1) = v\omega^2 \left(24 \left(\frac{5v^2}{z_1^2} - 3\omega^2 \right) - k \frac{g}{H} \right). \quad (2.33)$$

З умови $\alpha(t_1) = \frac{M_2}{C_1} + \frac{\omega t_1}{2}$ та виразів (2.9) і (2.17) знаходимо

$${}^{IV}\psi(t_1) = \frac{v\omega}{z_1} \left((k+2) \frac{g}{H} + 24 \left(\omega^2 - \frac{v^2}{z_1^2} \right) \right). \quad (2.34)$$

В результаті використання виразів (2.10) і (2.18) та умови $\dot{\alpha}(t_1) = \omega$ маємо

$${}^V\psi(t_1) = 2\omega \left(60 \frac{v^4}{t_1^4} - 13\omega^4 + \frac{g}{H} \left(\omega^2(1-k_3) - \frac{v^2}{z_1^2} (11 + 2k(k_3+2) + k_3) \right) \right). \quad (2.35)$$

Виходячи з виразів (2.20) – (2.35), крайові умови (1.16) представимо в наступному вигляді:

$$\begin{aligned} x(0) &= z_0, \quad \dot{x}(0) = 0, \quad \ddot{x}(0) = 0, \quad \ddot{\ddot{x}}(0) = 0, \quad {}^{IV}x(0) = 0, \quad {}^Vx(0) = 0; \\ \psi(0) &= 0, \quad \dot{\psi}(0) = 0, \quad \ddot{\psi}(0) = 0, \quad \ddot{\ddot{\psi}}(0) = 0, \quad {}^{IV}\psi(0) = 0, \quad {}^V\psi(0) = 0; \\ x(t_1) &= z_1 = z_0 + \frac{vt_1}{2}, \quad \dot{x}(t_1) = v, \quad \ddot{x}(t_1) = z_1\omega^2, \quad \ddot{\ddot{x}}(t_1) = -3v\omega^2; \\ {}^{IV}x(t_1) &= \frac{12v^2\omega^2}{z_1} - 4\omega^4 z_1, \quad {}^Vx(t_1) = v\omega^2 \left(24 \left(5 \frac{v^2}{z_1^2} - 3\omega^2 \right) - kg / H \right); \\ \psi(t_1) &= \frac{\omega t_1}{2}, \quad \dot{\psi}(t_1) = \omega, \quad \ddot{\psi}(t_1) = \frac{-2v\omega}{z_1}, \quad \ddot{\ddot{\psi}}(t_1) = \frac{6v^2\omega}{z_1^2} - 2\omega^3; \\ {}^{IV}\psi(t_1) &= \frac{v\omega}{z_1} \left((k+2) \frac{g}{H} + 24 \left(\omega^2 - \frac{v^2}{z_1^2} \right) \right); \\ {}^V\psi(t_1) &= 2\omega \left(60 \frac{v^4}{z_1^4} - 13\omega^4 + \frac{g}{H} \left(\omega^2(1-k_3) - \frac{v^2}{z_1^2} (11 + 2k(k_3+2) + k_3) \right) \right). \end{aligned} \quad (2.36)$$

Інтегральний функціонал (1.15) з виразами (2.1) – (2.18) і крайовими умовами (2.36) представляють собою варіаційну задачу, в якій необхідно знайти закони зміни координат вантажу $x(t)$ та $\psi(t)$, які мінімізують значення критерію (1.15) та забезпечують крайові умови (2.36).

Представлена варіаційна задача є нелінійною, тому для її розв'язку використаємо наближений метод. Для розв'язку поставленої варіаційної задачі представимо шукані функції $x(t)$ і $\psi(t)$ у вигляді поліномів з двома доданками

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t); \quad \psi(t) = \psi_1(t) + \psi_2(t). \quad (2.37)$$

У виразах (2.37) перші доданки $x_1(t)$ і $\psi_1(t)$ – це вибрані поліноми, що задовольняють крайові умови, а другі – $x_2(t)$ і $\psi_2(t)$ – поліноми, в які входять вільні коефіцієнти і задовольняють нульовим крайовим умовам:

$$x_2(0) = 0, \quad \dot{x}_2(0) = 0, \quad \ddot{x}_2(0) = 0, \quad \overset{IV}{x}_2(0) = 0, \quad \overset{V}{x}_2(0) = 0; \quad (2.38)$$

$$x_2(t_1) = z_0, \quad \dot{x}_2(t_1) = v, \quad \ddot{x}_2(t_1) = 0, \quad \overset{IV}{x}_2(t_1) = 0, \quad \overset{V}{x}_2(t_1) = 0;$$

$$\psi_2(0) = 0, \quad \dot{\psi}_2(0) = 0, \quad \ddot{\psi}_2(0) = 0, \quad \overset{IV}{\psi}_2(0) = 0, \quad \overset{V}{\psi}_2(0) = 0; \quad (2.39)$$

$$\psi_2(t_1) = \frac{\omega t_1}{2}, \quad \dot{\psi}_2(t_1) = \omega, \quad \ddot{\psi}_2(t_1) = 0, \quad \overset{IV}{\psi}_2(t_1) = 0, \quad \overset{V}{\psi}_2(t_1) = 0.$$

Функції $x_1(t)$ та $\psi_1(t)$ виберемо у вигляді поліномів одинадцятого порядку

$$x_1 = \sum_{i=0}^{11} C_i t^i, \quad 0 \leq t \leq t_1; \quad (2.40)$$

$$\psi_1 = \sum_{i=0}^{11} D_i t^i, \quad 0 \leq t \leq t_1. \quad (2.41)$$

Оскільки в крайових умовах (2.36) функції $x(t)$ та $\psi(t)$ входять до п'ятого порядку включно, тому візьмемо їх

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= C_1 + 2C_2t + 3C_3t^2 + 4C_4t^3 + 5C_5t^4 + 6C_6t^5 + 7C_7t^6 + 8C_8t^7 + 9C_9t^8 + 10C_{10}t^9 + 11C_{11}t^{10}; \\ \ddot{x}_1 &= 2C_2 + 6C_3t + 12C_4t^2 + 20C_5t^3 + 30C_6t^4 + 42C_7t^5 + 56C_8t^6 + 72C_9t^7 + 90C_{10}t^8 + 110C_{11}t^9; \\ \overset{IV}{x}_1 &= 6C_3 + 24C_4t + 60C_5t^2 + 120C_6t^3 + 210C_7t^4 + 336C_8t^5 + 504C_9t^6 + 720C_{10}t^7 + 990C_{11}t^8; \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$\overset{IV}{x}_1 = 24C_4 + 120C_5t + 360C_6t^2 + 840C_7t^3 + 1680C_8t^4 + 3024C_9t^5 + 5040C_{10}t^6 + 7920C_{11}t^7;$$

$$\overset{V}{x}_1 = 120C_5 + 720C_6t + 2520C_7t^2 + 6720C_8t^3 + 15120C_9t^4 + 30240C_{10}t^5 + 55440C_{11}t^6.$$

Похідні від функції (2.41) будуть мати вигляд, аналогічний (2.42), де постійні C_i замінюються на відповідні D_i .

Підставивши в залежності (2.40) і (2.42) крайові умови (2.38), отримаємо:

$$C_0 = z_0; \quad C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = 0. \quad (2.43)$$

Інші постійні $C_6, C_7, \dots, C_{11}$ визначаються з системи рівнянь

$$C_6 + C_7t_1 + C_8t_1^2 + C_9t_1^3 + C_{10}t_1^4 + C_{11}t_1^5 = \frac{(z_1 - z_0)}{t_1^6};$$

$$\begin{aligned}
6C_6 + 7C_7t_1 + 8C_8t_1^2 + 9C_9t_1^3 + 10C_{10}t_1^4 + 11C_{11}t_1^5 &= \frac{V}{t_1^6}; \\
30C_6 + 42C_7t_1 + 56C_8t_1^2 + 72C_9t_1^3 + 90C_{10}t_1^4 + 110C_{11}t_1^5 &= \frac{\ddot{x}(t_1)}{t_1^4}; \\
120C_6 + 210C_7t_1 + 336C_8t_1^2 + 504C_9t_1^3 + 720C_{10}t_1^4 + 990C_{11}t_1^5 &= \frac{\ddot{\ddot{x}}(t_1)}{t_1^3}; \\
360C_6 + 840C_7t_1 + 1680C_8t_1^2 + 3024C_9t_1^3 + 5040C_{10}t_1^4 + 7920C_{11}t_1^5 &= \frac{x^{IV}(t_1)}{t_1^2}; \\
720C_6 + 2520C_7t_1 + 6720C_8t_1^2 + 15120C_9t_1^3 + 30240C_{10}t_1^4 + 55440C_{11}t_1^5 &= \frac{x^{(V)}(t_1)}{t_1}.
\end{aligned} \tag{2.44}$$

Підставивши вирази (2.43), а також знайдені в результаті розв'язку системи (2.44) постійні в залежність (2.40), знайдемо функцію, яка забезпечує крайові умови по координаті x та її похідним за часом. Аналогічно знаходиться функція, яка забезпечує крайові умови по координаті ψ та її похідним за часом.

Поліноми $x_2(t)$ і $\psi_2(t)$ представимо у наступному вигляді:

$$x_2(t) = t^6(t-t_1)^6 \sum_{i=0}^n A_i t^i, \quad 0 \leq t \leq t_1; \tag{2.45}$$

$$\psi_2(t) = t^6(t-t_1)^6 \sum_{i=0}^n B_i t^i, \quad 0 \leq t \leq t_1, \tag{2.46}$$

де $A_0, A_1, \dots, A_n, B_0, B_1, \dots, B_n$ – вільні коефіцієнти, від яких залежить значення критерію оптимізації (1.15); $t^6(t-t_1)^6$ – множник, який забезпечує виконання нульових крайових умов (2.38) і (2.39) при будь-яких значеннях коефіцієнтів $A_0, A_1, \dots, A_n, B_0, B_1, \dots, B_n$. Ці коефіцієнти є вільними і використовуються для знаходження мінімального значення критерію (1.15).

Підставивши вирази (2.40) – (2.46) з урахуванням крайових умов (2.38), (2.39) в залежності (2.37), знайдемо вирази функцій $x(t)$ та $\psi(t)$, які включають вільні коефіцієнти $A_0, A_1, \dots, A_n$ та $B_0, B_1, \dots, B_n$.

Знаючи вирази функцій $x(t)$ та $\psi(t)$, знайдемо залежності $z(t)$, $\alpha(t)$, $\beta(t)$ і $\varphi(t)$. Ці функції також залежать від вільних коефіцієнтів. В результаті проведення інтегрування критерій (1.15) також стає функцією вільних коефіцієнтів $A_0, A_1, \dots, A_n$ та $B_0, B_1, \dots, B_n$. Таким чином, наближений розв'язок варіаційної задачі (1.15), (2.36) зводиться до знаходження мінімуму функції багатьох змінних.

Розв'яжемо цю задачу шляхом використання метаевристичного методу PSO-Rot-Ring [18].

При цьому критерій (1.15) представимо функцією, що залежить від 10 вільних коефіцієнтів

$$C_r = P(A_0, A_1, \dots, A_4, B_0, B_1, \dots, B_4). \tag{2.47}$$

Розрахунки оптимального режиму одночасного руху механізмів зміни вильоту та повороту баштового крана за критерієм середньоквадратичного значення потужності приводів виконаємо за таких значень параметрів стрілової системи:

$$m = 5000 \text{ кг}; m_3 = 300 \text{ кг}; I_1 = 5,51 \cdot 10^5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; I_2 = 4,92 \cdot 10^6 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; I_3 = 30,0 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$M_2 = 39890 \text{ Нм}; W = 5500 \text{ Н}; C_1 = 6,63 \cdot 10^6 \text{ Нм/рад}; C_3 = 1,36 \cdot 10^6 \text{ Нм/рад};$$

$$r = 0,15 \text{ м}; z_0 = 10 \text{ м}; v = 0,85 \text{ м/с}; \omega = 0,075 \text{ рад/с}; H = 5 \text{ м}; t_1 = 5,0 \text{ с}; g = 9,81 \text{ м/с}^2.$$

В результаті розв'язування оптимізаційної задачі отримано наступні значення вільних коефіцієнтів:

$$A_0 = 1 \cdot 10^{-7}; A_1 = 1 \cdot 10^{-7}; A_2 = 1 \cdot 10^{-7}; A_3 = -4,115 \cdot 10^{-8}; A_4 = 7,343 \cdot 10^{-9};$$

$$B_0 = -4,378 \cdot 10^{-8}; B_1 = 6,649 \cdot 10^{-9}; B_2 = 1,018 \cdot 10^{-9}; B_3 = -6,319 \cdot 10^{-11};$$

$$B_4 = -5,261 \cdot 10^{-11}.$$

На основі отриманого розв'язку оптимізаційної задачі одночасного пуску механізмів зміни вильоту та повороту баштового крана побудовано графічні залежності кінематичних (рис. 2 – 5), силових (рис. 6, 7) та енергетичних (рис. 8, 9) характеристик для базового розв'язку, коли всі вільні коефіцієнти дорівнюють нулю (графіки чорного кольору), а також для оптимального розв'язку (графіки сірого кольору).

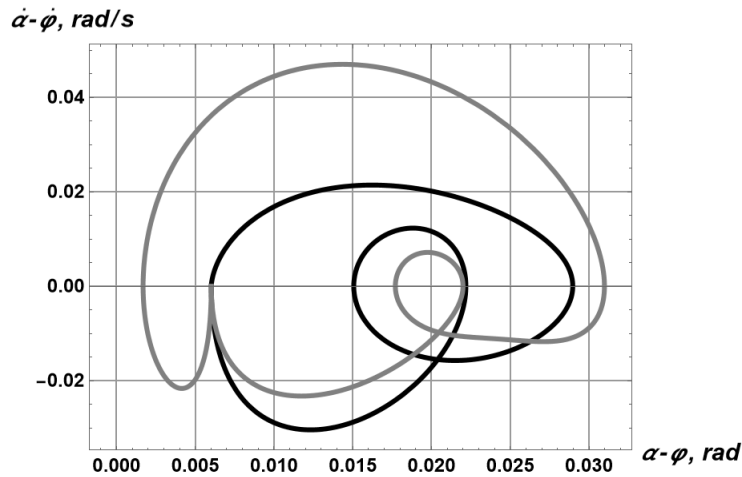


Рис. 2

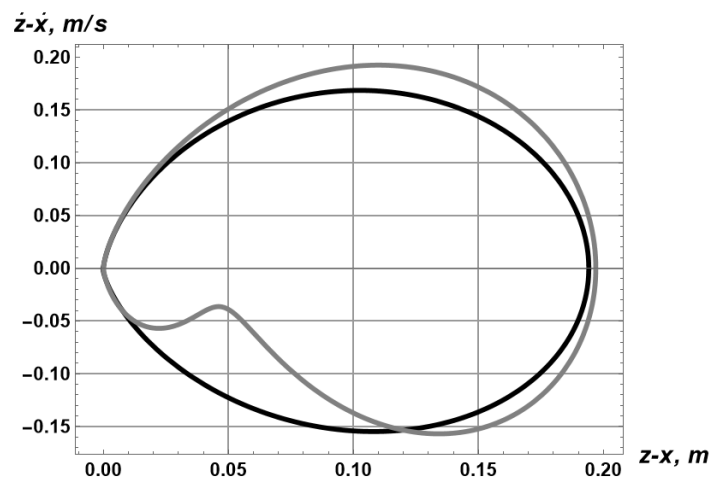


Рис. 3

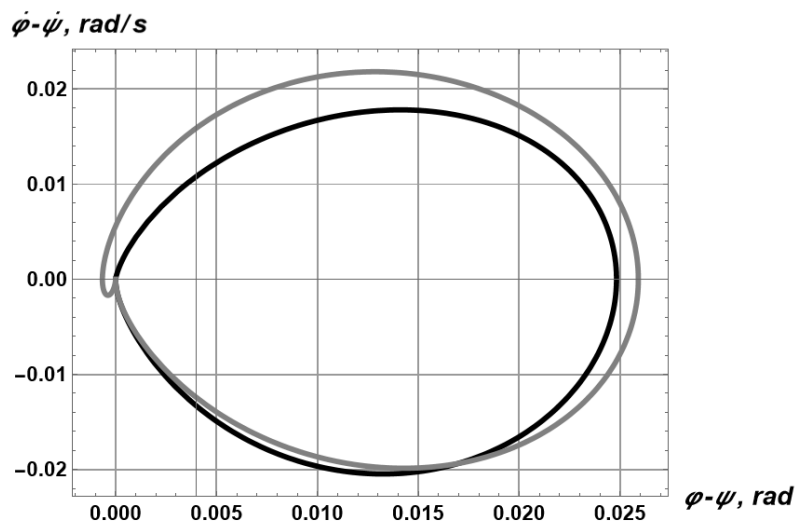


Рис. 4

§3. Аналіз результатів розв'язання задачі.

З наведених фазових портретів деформації колони крана (рис. 2), відхилення канату від вертикалі в площині руху візка (рис. 3) та в площині, перпендикулярній до руху візка (рис. 4) можна зробити висновок, що за час пуску як для базового, так і оптимального розв'язку усі ці коливальні процеси є затухаючими. Це вказує на те, що при виході на усталений режим руху в елементах стрілової системи відсутні коливальні процеси. Разом з тим, оптимальний режим руху має переваги перед базовим режимом. Так, наприклад, максимальне значення деформації колони при оптимальному режимі в порівнянні з базовим режимом зменшилось на 23%, а максимальна швидкість деформації відповідно зменшилась на 26%. Аналогічна картина спостерігається і при коливаннях вантажу у взаємно перпендикулярних площинах, де покращені показники спостерігаються у оптимального режиму руху в порівнянні з базовим.

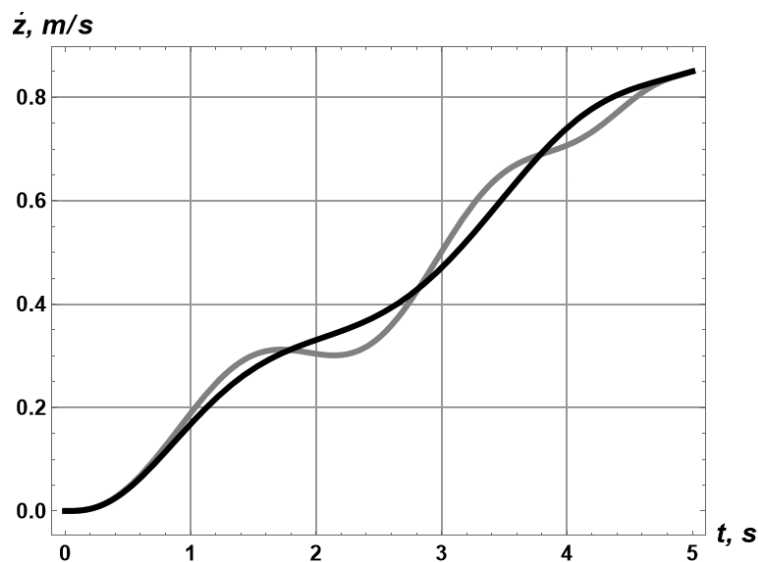


Рис. 5

Порівнюючи графіки швидкості переміщення візка при оптимальному та базовому режимах руху, можна бачити незначні відхилення між ними, де базовий режим руху має більш плавний характер зміни.

З графічних залежностей рушійних моментів приводів повороту крана (рис. 6) та переміщення візка (рис. 7) можна бачити, що вони є досить близькими по характеру зміни як при базовому, так і при оптимальному режимах руху, де оптимальний режим руху має незначне зменшення максимальних значень моментів.

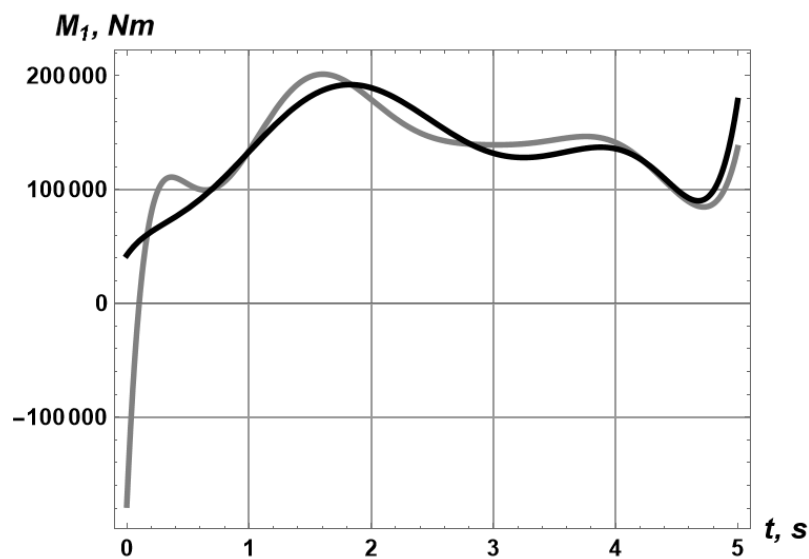


Рис. 6.

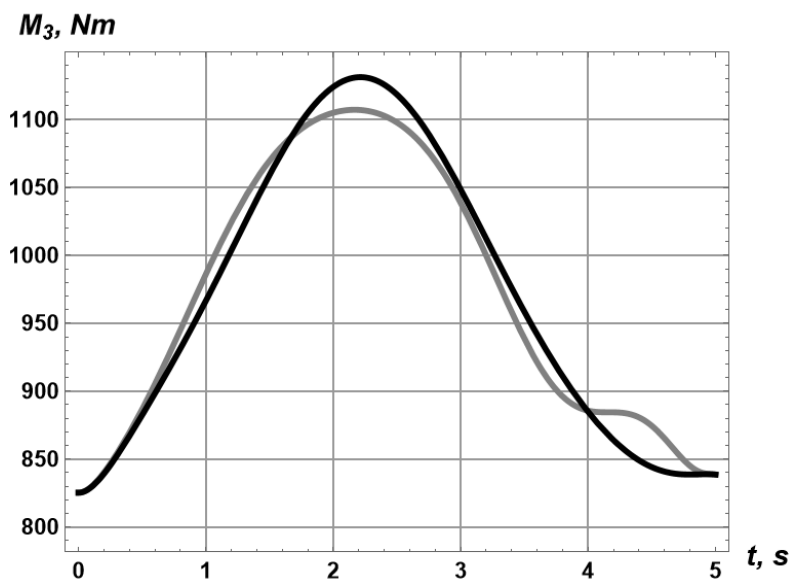


Рис. 7.

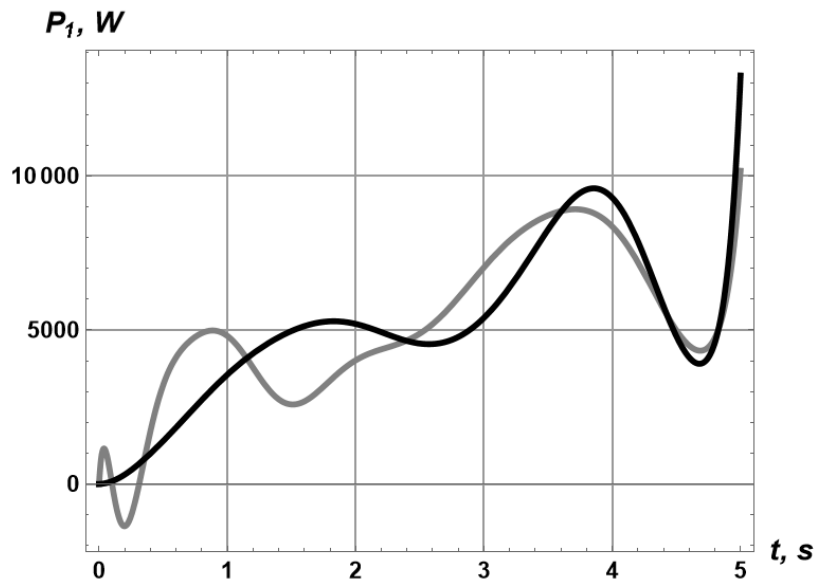


Рис. 8.

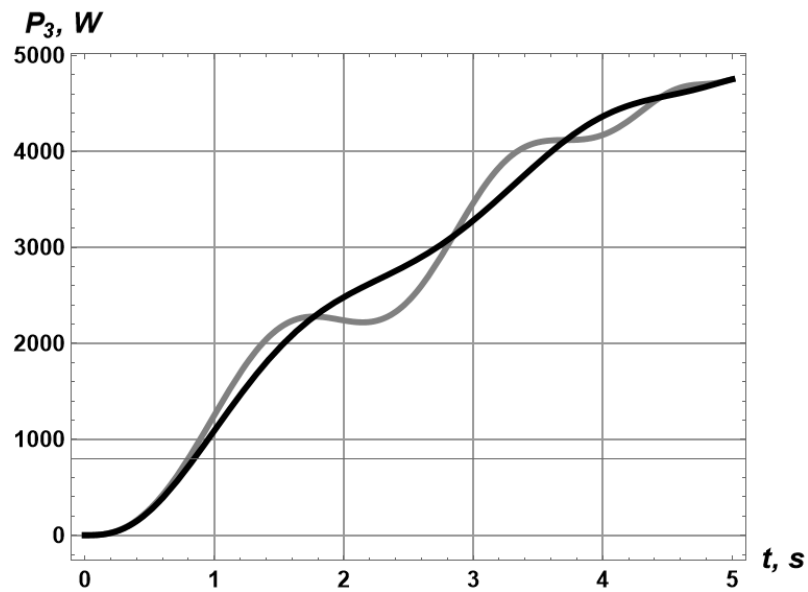


Рис. 9

Аналіз графічних залежностей потужності приводу механізму повороту (рис. 8) показує, що характер зміни при базовому та оптимальному режимах в цілому є досить близьким з певними відхиленнями. При цьому максимальне значення потужності при базовому режимі на 33% перевищує відповідне значення при оптимальному режимі руху. Зміни потужності приводу механізму переміщення візка (рис.9) при базовому і оптимальному режимах є досить близькими і їхні максимальні значення співпадають.

Для отриманих розв'язків задачі (1.15) розраховано чисельні значення кінематичних, динамічних та енергетичних показників (таблиця).

Таблиця

Показник	Одиниця вимі- рювання	Розв'язок	
		Базовий (нульові значення коефіцієнтів)	Оптимальний (оптимальні зна- чення коефіцієн- тів)
Максимальні значення			
Деформація колони	рад	0,02897	0,03098
Деформація каната	м	0,005461	0,005454
Відхилення вантажу від вертикалі у пло- щині руху візка	м	0,1942	0,1970
Відхилення вантажу від вертикалі у пло- щині, що перпендикулярна площині руху візка	рад	0,02483	0,02591
Рушійний момент приводу механізму повороту крана	Нм	192204	201402
Рушійний момент приводу механізму переміщення візка	Нм	1131	1107
Потужність приводу механізму повороту крана	Вт	13257	10166
Потужність приводу механізму перемі- щення візка	Вт	4752	4752
Сумарна потужність приводу механізмів повороту крана та переміщення візка	Вт	18009	14918
Середньоквадратичні значення			
Деформація колони	рад	0,019856	0,020258
Деформація каната	м	0,0046264	0,0046204
Відхилення вантажу від вертикалі у пло- щині руху візка	м	0,10161	0,09843
Відхилення вантажу від вертикалі у пло- щині, що перпендикулярна площині руху візка	рад	0,013447	0,013868
Рушійний момент приводу механізму повороту крана	Нм	13847	141275
Рушійний момент приводу механізму переміщення візка	Нм	978	976
Потужність приводу механізму повороту крана	Вт	5671	5662
Потужність приводу механізму перемі- щення візка	Вт	3101	3095
Сумарна потужність приводу механізмів повороту крана та переміщення візка	Вт	8690	8653

Аналіз графічних залежностей (рис. 2 – 9), а також чисельних даних, які наведено у таблиці, показує, що обидва розв'язки задачі є доволі близькими. Це означає, що базовий розв'язок, який відповідає лише забезпеченню крайових умов руху системи (1.16), задано вдало у сенсі мінімізації критерію (1.15). Тобто, суттєвий вплив на мінімізацію критерію (1.15) мають задані крайові умови руху (1.16). Величини критерію (1.15), які відповідають базовому розв'язку та розв'язку, що отриманий за застосуванням оптимізаційного підходу, близькі між собою. Повторні запуски алгоритму PSO-Rot-Ring не дали змоги знайти кращий результат. Можна висунути гіпотезу, що знайдений оптимальний розв'язок відповідає глобальному мінімуму критерію (1.15) на множині коефіцієнтів $A_0, \dots, A_4, B_0, \dots, B_4$, що обмежені значеннями $-10^{-7} \dots 10^{-7}$.

Висновок.

В наведеній роботі представлено результати досліджень оптимізації режимів пуску при одночасному русі механізмів зміни вильоту вантажу та повороту баштового крана з балочною стрілою. Стрілова система баштового крана представлена механічною системою з шістьма ступенями свободи, для якої складено систему диференціальних рівнянь руху. В отриманій системі координати усіх ланок виражені через лінійну координату зміни вильоту та кутову координату повороту вантажу. Для мінімізації

енергетичних витрат в роботі поставлено варіаційну задачу, в якій необхідно визначити закони руху механізмів зміни вильоту та повороту крана при мінімізації інтегрального критерію та забезпеченні необхідних крайових умов переміщень та швидкостей ланок стрілової системи. В цій задачі за критерій оптимізації обрано інтегральний функціонал, який представляє собою середньоквадратичне значення сумарної потужності механізмів зміни вильоту та повороту крана.

Представлена варіаційна задача є нелінійною, тому для її розв'язку використано наближений метод. Для розв'язку поставленої варіаційної задачі шукані функції координат зміни вильоту та повороту вантажу представлено у вигляді поліномів з двома доданками. Перші доданки – це вибрані поліноми, що задовольняють крайові умови руху стрілової системи, а другі – поліноми, в які входять вільні коефіцієнти і задовольняють нульовим крайовим умовам. Для знаходження вільних коефіцієнтів в нелінійній варіаційній задачі використано модифікований метаевристичний метод рою часточок.

В результаті проведеної оптимізації отримано режими руху, які мінімізують потужність приводних механізмів, зменшують динамічні навантаження і усувають коливання ланок та вантажу при виході на усталений режим руху механізмів. При цьому встановлено, що основний вплив на мінімізацію сумарної потужності мають базові функції, які забезпечують крайові умови руху, а роль функцій з вільними коефіцієнтами є незначною.

Дослідження проведено у рамках виконання україно-ізраїльського науково-дослідного проекту «Розробка нових модифікацій методу оптимізації PSO та їх застосування у задачах інженерії».

РЕЗЮМЕ. Сформульовано і розв'язано задачу оптимізації одночасного пуску механізмів зміни вильоту та повороту баштового крана з балочною стрілою. Для проведення оптимізації використано динамічну модель стрілової системи крана з шістьма ступенями свободи, де враховано основний рух механізмів зміни вильоту та повороту, а також коливання поворотної частини крана, візка та вантажу, викликані пружними властивостями ланок та канатів. На основі динамічної моделі складено диференціальні рівняння одночасного руху механізмів зміни вильоту та повороту. За критерій оптимізації одночасного руху механізмів зміни вильоту та повороту використано середньоквадратичне значення повної потужності. При формулюванні крайових умов використано переміщення та швидкості узагальнених координат стрілової системи на початку та в кінці пуску, які зведено до координат вантажу в процесі зміни вильоту та повороту і їхніх вищих похідних за часом. В результаті проведеної оптимізації отримано режими руху, які мінімізують потужність приводних механізмів, зменшують динамічні навантаження і усувають коливання ланок та вантажу при виході на усталений режим руху механізмів.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: баштовий кран, динамічна модель, рушійний момент, оптимізація.

1. Герасимьяк Р.П., Лещев В.А. Анализ и синтез крановых электромеханических систем. – Одесса: СМІЛ, 2008. – 192 с.
2. Герасимьяк Р.П., Найдено О.В. Особенности керування електроприводом механізму вильоту стріли під час обертання крана з підвішеним вантажем // Електромашинобудування та електрообладнання. – 2007. – **68**. – С. 11 – 15.
3. Найдено Е.В. Управление электроприводом механизмов горизонтального перемещения с подвешенным грузом // Електромашинобудування та електрообладнання. – 2007. – **69**. – С. 17 – 22.
4. Chen J., Li M., Li Z. Optimal control strategy for minimizing sway motion of a crane's payload // IEEE Trans. on Control Systems Technology. – 2016. – **24**, N 2. – P. 570 – 577.
5. Kim A., Kim J. Dynamic analysis and control of an over head crane with multiple hoists using a sliding mode control approach // J. of Mechanical Sci. and Technology. – 2021. – **35**, N 8. – P. 4055 – 4065.
6. Lee J.W., Kim D.H. Dynamic analysis of a tower crane using multibody system simulation // J. of Mechanical Sci. and Technology. – 2016. – **30**, N 8. – P. 3475 – 3481.
7. Lee S.W., Lee J.W. Dynamic analysis of a luffing jib tower crane using Kane's method // Proc. of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: J. of Multi-body Dynamics. – 2017. – **231**, N 3. – P. 435 – 448.

8. *Lee H.P.* Dynamic responses of a beam with a moving mass // *J. of Sound and Vibration*. – 1996. – **191**, N 2. – P. 289 – 294.
9. *Li L., Wang X., Zhang J.* Optimal trajectory planning and control of a container crane considering dynamic effects // *J. of Mechanical Sci. and Technology*. – 2014 – **28**, N 1. – 237 – 248.
10. *Li Z., Wang J., Zhang D.* Optimal trajectory planning for container cranes with anti-sway control // *IEEE Trans. on Automation Sci. and Engng.* – 2018. – **15**, N 1. – P. 44 – 56.
11. *Loveikin V., Romasevych Y., Kadykalo I., Liashko A.* Optimization of the swinging mode of the boom crane upon a complex integral criterion // *J. Theor. and Appl. Mech. (Bulgaria)*. – 2019. – **49**, N 3. – P. 285 – 296.
12. *Loveikin V., Romasevych Y., Loveikin A., Lyashko A., Korobko M.* Minimization of high-frequency oscillations of trolley movement mechanism during steady tower crane slewing // *UPB Scientific Bulletin, Series D: Mechanical Engineering*. – 2022. – **84**, N 1. – P. 31 – 44.
13. *Loveikin V.S., Romasevych Y.O., Loveikin A.V., Korobko M.M.* Optimization of the trolley mechanism acceleration during tower crane steady slewing // *Archive of Mechanical Engng.* – 2022. – **69**, N 3. – P. 411 – 429.
14. *Loveikin V., Romasevych Y., Loveikin A., Shymko L., Liashko A.* Minimization of The Drive Torque of The Trolley Movement Mechanism During Tower Crane Steady Slewing // *J. of Theor. and Appl. Mech. (Bulgaria)*. – 2023. – **53**, N 1. – P. 19 – 33.
15. *Loveikin V.S., Romasevich Yu.A., Loveikin A.V., Khoroshun A.S.* Optimizing the Start of the Trolley Mechanism during Steady Slewing of Tower Crane // *Int. Appl. Mech.* – 2022. – **58**, N 5. – P. 594 – 604.
16. *Oguamanam D.C.D., Hansen J.S., Heppler G.R.* Dynamics of a three-dimensional overhead crane system // *J. of Sound and Vibration*. – 2001. – **242**, N 3. – P. 411 – 426.
17. *Qian Y., Fang Y.* Switching Logic-Based Nonlinear Feedback Control of Offshore Ship-Mounted Tower Cranes: A Disturbance Observer-Based Approach // *IEEE Trans. on Automation Science and Engineering*. – 2018. – P. 1 – 12.
18. *Romasevych Y., Loveikin V., Loveikin Y.* Development of new Rotating ring topology of PSO-algorithm // *2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology, KhPI Week 2021 – Conf. Proc.* – 2021. – P. 79 – 82.
19. *Sakawa Y., Nakazumi A.* Modeling and Control of a Rotary Crane // *J. of Dynamic Systems. Measurement and Control*. – 1985. – **107**, N 3. – P. 200.
20. *Sun H., Chen X., Ma J.* Optimal motion planning of over head cranes with variable-length cable // *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*. – 2018. – **23**, N 2. – P. 795 – 804.
21. *Sun G., Kleeberger M.* Dynamic responses of hydraulic mobile crane with consideration of the drive system // *Mechanism and Machine Theory*. – 2003. – **38**, N 12. – P. 1489 – 1508.
22. *Wu M., Li L., Li Y.* Dynamic analysis of a container crane considering the coupling effect between spreader and cargo // *J. of Vibroengineering*. – 2019. – **21**, N 2. – P. 360 – 373.
23. *Xue G., Wu Y., Cai L.* Dynamic analysis and control of a cable crane with dual winches // *J. of Sound and Vibration*. – 2013. – **332**, N 12. – P. 2937 – 2956.
24. *Zhang S., Zhou J., Zhao Y.* Optimal control of crane systems within put saturation and state constraints // *Mechanical Systems and Signal Processing*. – 2019. – **117**. – P. 141 – 158.

Надійшла 17.07.2023

Затверджена до друку 16.04.2024